UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - UFPE

CENTRO DE ARTES E COMUNICAÇÃO

DEPARTAMENTO DE EXPRESSÃO GRÁFICA

LICENCIATURA EM EXPRESSÃO GRÁFICA

ELIZABETH CRISTINA ROSENDO TOMÉ DA SILVA

CONCEPÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE PROJEÇÕES CÔNICAS COM AUXÍLIO DE UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

RECIFE-PE

2017

ELIZABETH CRISTINA ROSENDO TOMÉ DA SILVA

CONCEPÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE PROJEÇÕES CÔNICAS COM AUXÍLIO DE UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Expressão Gráfica da Universidade Federal de Pernambuco como requisito obrigatório para a obtenção do título de Licenciado em Expressão Gráfica.

Orientador: Profº Msc. José Edeson de Melo Siqueira

RECIFE-PE

2017

ELIZABETH CRISTINA ROSENDO TOMÉ DA SILVA

CONCEPÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE PROJEÇÕES CÔNICAS COM AUXÍLIO DE UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Expressão Gráfica da Universidade Federal de Pernambuco como requisito obrigatório para a obtenção do título de Licenciado em Expressão Gráfica.

Aprovado em ___/___/____.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Msc. José Edeson de Melo Siqueira
UFPE

____

Prof.ª Dr.ª Thyana Farias Galvão
UFPE

____

Prof.ª Msc. Núbia dos Santos de Sousa
Colégio de Aplicação - UFPE

RECIFE-PE

2017

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Artes e Comunicação
Curso de Licenciatura em Expressão Gráfica

ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Às 14h, do dia 24/01/2017, reuniu-se, no Laboratório de Pranchetas 2, do Departamento de Expressão Gráfica do Centro de Artes e Comunicação da Universidade Federal de Pernambuco, a Banca Examinadora composta pelos membros interno e externo abaixo indicados para julgar o trabalho intitulado ***"CONCEPÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE PROJEÇÕES CÔNICAS COM UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA"***, desenvolvido pela aluna **Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da Silva**, como requisito final para a obtenção do Grau de Licenciado em Expressão Gráfica, de acordo com as normas em vigor.

A sessão foi aberta pelo Prof. José Edeson de Melo Siqueira, orientador do trabalho, seguindo-se a apresentação da aluna aos membros da Banca Examinadora e aos demais presentes. Posteriormente, foram realizadas as colocações e a arguição dos membros examinadores, com a respectiva defesa da aluna. Ao final, a Banca Examinadora se reuniu em segredo para julgamento e composição da nota da aluna, declarando-a APROVADA, com a nota 9,5. O resultado final foi comunicado publicamente à aluna pela coordenação da Banca Examinadora. Todos os membros presentes assinaram a Ata.

Profa. Núbia dos Santos de Sousa — Núbia S. Sousa
Examinadora Externa

Profa. Thyana Farias Galvão — [signature]
Examinadora Interna

Prof. José Edeson de Melo Siqueira — José Edeson de Melo Jr
Orientador

Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da Silva — Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da Silva
Aluna

AGRADECIMENTOS

À Deus, por me permitir concluir esta caminhada com êxito. Obrigada pelos momentos em que Suas palavras me acalmaram e me fizeram não desistir *“ Não vos inquieteis, pois, pelo dia de amanhã, porque o dia de amanhã cuidará de si mesmo. ” (Mateus 6:34)*

Aos meus pais *Severino Tomé* e *Anunciada Rosendo* por todo amor, dedicação e incentivo. Obrigada por não terem deixado de lutar diante das dificuldades que a vida nos trouxe, saibam que as suas superações e lutas diárias me incentivam a ser cada vez melhor. Amo vocês.

A minha irmã e amiga *Débora Rosendo*, por sempre se fazer presente mesmo que a distância. Obrigada por todo incentivo, estímulo e força nos momentos mais difíceis. Te amo *Albino*.

A toda minha *família,* que mesmo distante torceu pelo meu sucesso. Obrigada por todo apoio e compreensão.

Ao meu namorado, amigo e colega de turma *Jean Vaz*, pela parceria durante esta caminhada, saiba que você fez com que ela fosse mais leve. Obrigada por todos os momentos em que você foi meu porto seguro. Você é o melhor presente que LEG me deu. Te amo.

Aos meus colegas de turma, em especial a minha *“Patota”*. Obrigada por todos os momentos compartilhados e pela ajuda de vocês nessa caminhada.

Ao meu orientador *Prof. Edeson Siqueira*, por todo incentivo e colaboração ao longo da graduação, em especial no último ano em que nos dedicamos a produzir este trabalho. Obrigada por sua ajuda, por cada questionamento, pelos inúmeros materiais compartilhados e por me apresentar o universo da Didática da Matemática. Muito obrigada!

A *Prof.ª Kátia Ramos*, por sempre acreditar no meu potencial e me incentivar a crescer sempre. Obrigada pelo exemplo e ensinamentos, eles são e serão sempre muito importantes na minha formação.

Aos professores do Departamento de Expressão Gráfica, em especial a *Prof.ª Thyana Galvão*, por todas as palavras de incentivo e por sempre acreditar em mim e no meu potencial. Obrigada por tudo, serei eternamente grata.

A todos os funcionários do Departamento de Expressão Gráfica e da Coordenação de LEG, que direita ou indiretamente estiveram presentes ao longo da graduação, em especial *Betânea* e *Claudinha* que me ajudaram todas as vezes que precisei.

Obrigada a todos vocês, pois sozinha não poderia ter chegado até aqui.

“ A Geometria existe, como já disse o filósofo, por toda parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la”

(Júlio César de Mello e Sousa – Malba Tahan)

CONCEPÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE PROJEÇÕES CÔNICAS COM AUXÍLIO DE UM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da Silva[1]

RESUMO

A Geometria se constitui como um dos vários campos de conhecimento matemático, sendo responsável pelo estudo do espaço, das formas e de suas propriedades. Apesar disto, o ensino de Geometria ao longo das décadas tem tido pouco destaque na Educação Brasileira, tanto no Ensino Básico quanto no Ensino Superior, sendo reduzido ao estudo das grandezas e medidas, bem como uma valorização de representações gráficas em detrimento da compreensão tridimensional. Com o advento das tecnologias computacionais, em especial os softwares de Geometria Dinâmica, novas possibilidades de trabalhar os conteúdos de Geometria foram identificadas a partir das possibilidades destes softwares articulados com situações didáticas que favoreçam a aprendizagem. Diante deste quadro, este trabalho tem como propósito apresentar um recorte sobre o processo de concepção de uma sequência didática para o estudo de Projeções Cônicas através de simulações produzidas no software de Geometria Dinâmica GeoGebra. Para tanto, considera alguns dos princípios metodológicos da Engenharia Didática proposta por Michelè Artigue, com ênfase nas etapas iniciais de Análises Prévias e Concepção, visto que ambas atendem aos objetivos deste trabalho. Como fundamentação teórica foram considerados os trabalhos de Guy Brousseau sobre Situações Didáticas e as contribuições da Geometria Dinâmica na aprendizagem. Diante dos aspectos identificados durante a concepção da sequência didática e das simulações no GeoGebra aponta-se para as inúmeras possibilidades de desenvolvimento de sequências didáticas articuladas com simulações no ensino das Projeções Cônicas, bem como a necessidade de validar na prática as contribuições da sequência didática através da aplicação das demais fases da Engenharia Didática.

PALAVRAS-CHAVES: Geometria. Projeção Cônica. Geometria Dinâmica. Simulação.

CONCEPT OF A DIDACTIC SEQUENCE FOR THE STUDY OF CONICAL PROJECTIONS WITH AID OF A DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE

ABSTRACT

Geometry is one of several fields of mathematical knowledge, being responsible for the study of space, forms and their properties. In spite of this, the teaching of Geometry over the decades has had little prominence in Brazilian Education, both in Basic Education and Higher Education, being reduced to the study of greatness and measures, as well as a valorization of graphic representations in detriment of three-dimensional comprehension. With the advent of computational technologies, especially the Dynamic Geometry software, new possibilities of working the contents of Geometry were identified from the possibilities of these softwares articulated with didactic situations that favor learning. In view of this, this paper aims to present a clipping about the process of designing a didactic sequence for the study of Conic Projections through simulations produced in GeoGebra Dynamic Geometry software. To do so, it considers some of the methodological principles of Didactic Engineering proposed by Michelè Artigue, with emphasis on the initial stages of Preliminary Analysis and Conception, since both meet the objectives of this work. As a theoretical basis we considered the work of Guy Brousseau on Didactic Situations and the contributions of Dynamic Geometry in learning. In view of the aspects identified during the design of the didactic sequence and the simulations in GeoGebra, we point out the numerous possibilities for the development of didactic sequences articulated with simulations in the teaching of Conic Projections, as well as the need to validate in practice the contributions of the didactic sequence through of the other phases of Didactic Engineering.

KEY-WORDS: Geometry. Conical Projection. Dynamic Geometry. Simulation.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A Geometria se constitui como um dos vários campos de conhecimento matemático, sendo responsável pelo estudo do espaço, das formas e de suas propriedades. Compreendendo a importância de se estudar este campo e seus consequentes desdobramentos no cotidiano das pessoas, Lorenzato (1995) aponta que:

> "(...) para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano". (LORENZATO,1995, p. 5)

Com as alterações propostas pela Lei 5.692/71 na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica a disciplina de Desenho Geométrico antes obrigatória, passa a integrar a parte diversificada dos currículos do 1° e 2° grau da educação básica, conforme apresentado no Parecer nº 853/71 quando destaca que núcleo comum terá que voltar-se para a educação geral, enquanto a parte diversificada dever ser entendida como um complemento de acordo com o projeto escolar de cada instituição.

Diante destas mudanças os conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico foram incluídos nas disciplinas de Matemática e Artes. No que se refere, ao ensino de Geometria na disciplina de Matemática, Barros e Bellemain (2013) apontam que, ao ser influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna, a Geometria passou a ser abordada formalmente através de axiomas, noções de conjuntos, vetores e álgebra, ocasionando uma maior desvalorização do ensino de Desenho Geométrico no âmbito da Matemática.

Apesar do Movimento da Matemática Moderna, que se apoiava na algebrização da Matemática e da Geometria, não ter obtido êxito seus reflexos podem ser identificados até os dias atuais quando se percebe a maneira que o ensino de Geometria é realizado na disciplina de Matemática, na qual seus conteúdos são pouco explorados pelos professores de Matemática. Almouloud e Mello (2000) apontam que a raiz da questão do baixo desempenho em Geometria está justamente associada a formação dos professores de Matemática, uma vez que os processos formativos não têm favorecido o estudo sobre a Geometria.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam para a relevância do estudo de Geometria na Educação Básica enfatizando as funções da Geometria Gráfica nesta etapa. No que se refere aos sistemas de representação plana das figuras espaciais os PCN indicam que as funções do desenho são as seguintes: a) visualizar; b) ajudar a provar; c) ajudar a fazer conjecturas. (BRASIL, 1998). Já as pesquisas, a exemplo de Neves Jr. et al. (2013), Jacques et al. (2001) e Valente (2013), sobre a temática, apontam para as dificuldades identificadas em alunos que não tiveram o contato com a geometria ainda nas séries iniciais quando se deparam com disciplinas que abordam conceitos geométricos, quer seja no Ensino Médio Técnico ou no Ensino Superior. Diante das dificuldades identificadas nos alunos, apresentadas por Neves Jr. et al. (2013), Jacques et al.(2001) e Valente (2013), estes passam apenas a representar graficamente sem ter compreensão clara dos elementos que constituem determinados sistemas de representação e este fato torna-se mais comum se considerarmos os métodos de ensino tradicional ainda presentes em salas de aulas que enfatizam os procedimentos de representação gráfica em detrimento da compreensão e visualização tridimensional.

Reconhecemos que a inserção de recursos computacionais como ferramenta para o ensino da Geometria apresenta diversas vantagens, no entanto, mesmo com ao auxílio de softwares o problema da *representação pela representação* continua presente. Sobre isso Oliveira et al. (2013) afirma que a adoção de recursos tecnológicos voltados para a questão da representação gráfica promoveu o desenvolvimento de uma postura automatizada pelos alunos, semelhante ao processo de instrumentação descrita por Rabardel (1995) como a tomada de conhecimento por parte do sujeito dos procedimentos e operações necessários para utilização da ferramenta em questão, neste caso os softwares utilizados, o que acarreta a negligência dos aspectos teóricos que fundamentam os princípios básicos do desenho.

É necessário enfatizar que alguns softwares existentes no mercado, não desenvolvidos para fins educacionais, utilizados no ensino de Geometria Gráfica, quando considerados apenas como ferramentas de representação gráfica não possibilitam que os alunos pensem acerca dos conteúdos, suas construções e sobre os aspectos teóricos considerados nelas, ou seja, mesmo utilizando recursos computacionais o aluno continua desempenhando o papel de reprodutor. Entendemos que o uso de softwares na aprendizagem ao invés de gerar uma postura automatizada deve permitir que o aluno se torne sujeito ativo do seu conhecimento, sendo capaz de interpretar, refletir, questionar e argumentar sobre determinados conteúdos e assim construir as competências necessárias para aplicá-los em situações do cotidiano.

O advento da Geometria Dinâmica computacional nos apresenta novas possibilidades para superar as dificuldades dos estudantes no que se refere as competências e habilidades, pois esta ao permitir a manipulação das representações gráficas conduz o aluno a construir conhecimentos geométricos. (BELLEMAIN, 2001)

Reconhecendo as potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica e o uso articulado destes com o desenvolvimento de sequências didáticas buscamos elaborar simulações e atividades que possibilitem ao aluno uma reflexão sobre os elementos das projeções cônicas. Desta maneira, este trabalho tem como objetivo geral conceber uma *sequência didática* para o ensino de *projeções cônicas* usando simulações em um software de Geometria Dinâmica, buscando desse modo, colaborar com novas possibilidades para o ensino-aprendizagem do conceito das projeções cônicas.

Diante do objetivo geral deste trabalho, tomamos como base a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e as contribuições da Geometria Dinâmica na aprendizagem, bem como as etapas de Análises Prévias e Concepção, que compõe a metodologia de investigação da Engenharia Didática.

No próximo capítulo, apresentamos um breve panorama sobre o ensino de Geometria na Educação Básica e Superior visando reconhecer aspectos relativo ao ensino de projeção cônica nestas modalidades de ensino. No segundo capítulo apresentamos um estudo sobre as Projeções cônicas, apresentando aspectos históricos, teóricos e didáticos sobre a temática.

O terceiro capítulo apresenta a fundamentação teórica considerada, contemplando discussões acerca da Teoria das Situações Didáticas e sobre Geometria Dinâmica e o uso do software GeoGebra como simulador. O quarto capítulo descreve as etapas de Análises Prévias e Concepção que compõe a metodologia da

Engenharia Didática e foram consideradas no desenvolvimento desse trabalho. O quinto capítulo trata do processo de concepção da Sequência Didática e apresenta uma descrição das atividades, os objetivos esperados em cada uma delas e a descrição da criação das simulações. Por fim, apresentamos considerações sobre o trabalho fazendo alguns apontamentos e sugestões para trabalhos futuros.

1 UM PANORAMA SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Neste capítulo faremos um breve panorama sobre o contexto do ensino de Geometria na Educação brasileira com a desobrigação do seu ensino e as consequências do seu abandono na Educação Básica e Superior.

1.1 Ensino de Geometria na Educação Brasileira

A promulgação da Lei nº 5. 692 de 11 de agosto de 1971 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) alterou os currículos escolares da Educação Básica brasileira causando mudanças significativas no ensino de Desenho Geométrico, que passou a integrar o núcleo de disciplinas optativas. Diante da não obrigatoriedade do ensino de Desenho Geométrico e a sua exclusão das provas dos vestibulares de cursos como Arquitetura e Engenharia, o ensino de Geometria foi praticamente abolido das grades curriculares da Educação Básica.

Neste período, o ensino de Geometria já era tratado de maneira mecanicista, sendo os conteúdos trabalhados a partir do seu caráter construtivo em desvalorização aos fundamentos teóricos e ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

Segundo Barros e Bellemain (2013), em decorrência das alterações propostas pela Lei 5.692 o papel da disciplina de Desenho Geométrico não ficou claro, fazendo com que seus conteúdos fossem diluídos nos programas curriculares de Matemática e Artes, desta maneira a Geometria passou a ser considerada como um dos temas estruturadores da disciplina de Matemática, no entanto, apesar dos seus conteúdos estarem integrados aos currículos de Matemática o ensino da Geometria não teve destaque na sala de aula, como aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (5ª a 8ª série) ao reconhecer que:

> “(...) a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”. (BRASIL,1998, p.122)

Dentre os motivos pelos quais o ensino de Geometria perdeu espaço nas salas de aula de matemática podemos destacar a insegurança dos professores de matemática em trabalhar os conteúdos de Geometria (PAVANELLO,1993), o que recai sobre a formação destes professores, pois como afirma Almouloud e Mello (2000), o professor de Matemática não possui em sua formação conhecimento satisfatório para ministrar os conceitos fundamentais do pensamento geométrico. O segundo motivo refere-se a maneira com os conteúdos eram apresentados na maioria dos Livros Didáticos de Matemática até a década de 90, sendo inseridos nas últimas páginas dos livros, fazendo com que não fossem trabalhados pelos professores. Com a consolidação do PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) pelo Decreto nº 7.084 de 27/01/2010, os autores passaram a distribuir os conteúdos de Geometria ao longo das obras, no entanto, ainda são identificados problemas relacionados a abordagem destes conteúdos, priorizando as grandezas e medidas em detrimento do conceito e propriedades que caracterizam cada objeto de estudo.

Como reflexo do Movimento da Matemática Moderna, o ensino de Geometria passou a ser confundido com o ensino das medidas, ocasionando a valorização dos aspectos algébricos em detrimento do pensamento geométrico. Sobre isso, Búrigo (2005, p. 244) afirma que: “No cotidiano das salas de aula, os problemas envolvendo figuras e espaços físicos tendem a ser abordados pela via numérica ou algébrica, abandonando os procedimentos mais próprios do pensamento geométrico”.

Neste sentido, as questões que tratam do desenvolvimento do pensamento geométrico e que não estejam relacionadas ao uso de cálculos e fórmulas são desconsideradas pelos professores, bem como, problemas que envolvam a representação e visualização tridimensional.

Ao reconhecer as dificuldades relacionadas ao ensino da Geometria, concordamos com Caitano (2013) quando este afirma que o ensino da Geometria se apresenta historicamente em um panorama desfavorável frente a outras áreas do ensino de Matemática. Apesar desta constatação, o autor aponta que pesquisas atuais no campo da Educação Matemática vêm atribuindo “vigor renovado” a presença de Geometria nos currículos da Educação Básica e que este fato estaria relacionado as possibilidades apresentadas pelos softwares de Geometria Dinâmica.

1.2 Consequências do abandono do ensino de Geometria

O reflexo da desobrigação do ensino de Geometria na Educação Básica pode ser observado até os dias atuais, quando identificamos que seu ensino é visto apenas como um dos temas estruturadores de Matemática desconsiderando sua importância no processo de aprendizagem e visualizaão dos estudantes.

A maneira como o ensino de Geometria vem sendo realizado no Ensino Fundamental parece não considerar a importância que estes conteúdos têm no desenvolvimento da capacidade de fazer relações mentais por meio de noções de medidas, localização, posicionamento, rotação, deslocamento, escalas e representação, originados pela observação de elementos visuais (GONÇALVES, 2010).

Como consequência da desvalorização do pensamento geométrico e pouco contato dos alunos com a Geometria, ainda na Educação Básica, podemos citar os problemas relacionados a visualização tridimensional e representação gráfica identificado em alunos que igressam em cursos superiores que possuem o ensino da geometria em suas grades curriculares, pois como afirma Gonçalves (2010, p.99), “nos últimos tempos os alunos que entram para o ensino superior sofrem de uma carência dentro da sua formação educacional dos conteúdos básicos que competem ao desenvolvimento intelectual na compreensão do espaço e da sua representação gráfica”.

Esta carência acarreta entre outros fatores problemas no processo de aprendizagem, uma vez que, é de fundamental importância que os alunos do Ensino Superior tenham conhecimento dos fundamentos geométricos, favorecendo o embasamento teórico essencial à investigação de soluções para diferentes questões espaciais próprias do objeto de estudo referente a cada área.

Em decorrência das dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Superior no que diz respeito aos conteúdos de Geometria, os professores das disciplinas de Geometria muitas vezes precisam trabalhar simultaneamente os conteúdos inerentes a ela e outros conteúdos básicos, visando superar as dificuldades relacionadas a falta de conhecimentos sobre conceitos geométricos primários, visto que sem o domínio deles o estudante poderá não ser capaz de desenvolver adequadamente projetos solicitados na disciplina que exijam domínio de conhecimentos geométricos.

Kalter (1986 apud OLIVEIRA, 2009) aponta que o ensino do desenho na educação superior é essencial pois permite que não haja bloqueio das capacidades de planejar, projetar ou abstrair, uma vez que permite que sejam estabelecidas relações contínuas entre a percepção visual e o raciocínio espacial.

Autores como Jacques et. al (2000) e Valente (2003), ao tratar das dificuldades dos alunos em desenvolver habilidade visual, apontam que estas estão relacionadas, entre outros fatores, com a falta de contato dos alunos com os conteúdos, a carga horária reduzida das disciplinas que tratam dos conteúdos de Geometria e os métodos de ensino tradicionais ainda presentes nessas aulas. Sobre os métodos de ensino tradicionais, Jacques et. al (2000) afirma que estes por vezes ainda enfatizam as representações bidimensionais e não propriamente a compreensão tridimensional.

Apesar deste quadro, o ensino da Geometria apresenta-se como um campo de pesquisa promissor, tanto no que se refere a pesquisas relacionadas a Expressão Gráfica, na Matemática ou em outras áreas de conhecimento a partir de suas aplicações.

2 ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO - PROJEÇÃO CÔNICA

Neste capítulo destacamos os aspectos históricos, teóricos e didáticos da projeção cônica. Inicialmente ressaltamos como a perspectiva foi utilizada ao longo das civilizações, principalmente por artistas renascentistas. Já com relação aos aspectos teóricos, chamamos atenção para os conceitos atribuídos a projeção cônica e suas características e propriedades. Por fim, apresentamos aspectos relativos ao ensino de projeção cônica na Educação Básica e no Ensino Superior.

2.1 Aspectos Históricos

Tomando por base o trabalho de Souza (2010) apresentamos um breve relato de como os povos antigos já utilizavam a representação gráfica e as técnicas de perspectiva, até chegar ao período renascentista, no qual a projeção cônica foi desenvolvida nas obras de muitos artistas da época.

Desde o período Pré Histórico o homem sentiu a necessidade de retratar seu dia-a-dia, a exemplo das representações realizadas em paredes das cavernas que datam do perído paleolítico (Figura 1).

Figura 1 - Desenho de cavalo em caverna, Lascaux - França

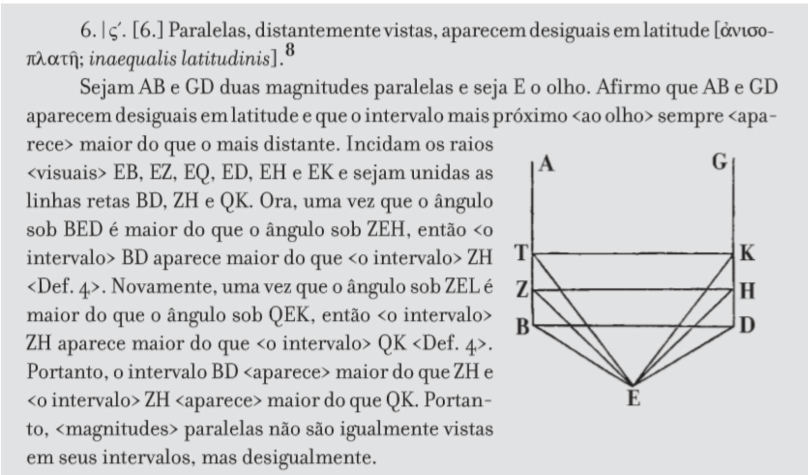
Fonte: Wikmedia Commons[1]

[1] Disponível em:Wikimedia Commons. <https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Lascaux?uselang=pt#/media/File:Lascaux2.jpg> Acesso em: 20 fev. 2017.

Para os egípcios a perspectiva tinha uma importância religiosa e espiritual (SOUZA, 2010) e neste período eles utilizaram de perspectiva horizontal.

Na Grécia, estudiosos como Euclides, Tales de Mileto, Arquimedes, Pitágoras entre outros, através de seus trabalhos, contribuíram para descobertas na Geometria que favoreceram a reprodução das formas em perspectiva de perfil. Apesar de já existir na arte, a influência da forma de representar dos egípcios, segundo Souza (2010), aponta para as descobertas dos gregos no campo da Geometria. Ainda neste período, Euclides chegou a escrever em sua obra *Óptica*, na preposição 6 (Figura 2), o fenômeno de ver retas paralelas se aproximando quando se distanciam no campo de visão.

Figura 2 - Preposição 6 de Euclides



6. | ϛʹ. [6.] Paralelas, distantemente vistas, aparecem desiguais em latitude [ἀνισοπλατῆ; *inaequalis latitudinis*].[8]

Sejam AB e GD duas magnitudes paralelas e seja E o olho. Afirmo que AB e GD aparecem desiguais em latitude e que o intervalo mais próximo <ao olho> sempre <aparece> maior do que o mais distante. Incidam os raios <visuais> EB, EZ, EQ, ED, EH e EK e sejam unidas as linhas retas BD, ZH e QK. Ora, uma vez que o ângulo sob BED é maior do que o ângulo sob ZEH, então <o intervalo> BD aparece maior do que <o intervalo> ZH <Def. 4>. Novamente, uma vez que o ângulo sob ZEL é maior do que o ângulo sob QEK, então <o intervalo> ZH aparece maior do que <o intervalo> QK <Def. 4>. Portanto, o intervalo BD <aparece> maior do que ZH e <o intervalo> ZH <aparece> maior do que QK. Portanto, <magnitudes> paralelas não são igualmente vistas em seus intervalos, mas desigualmente.

Fonte: Euclides (2013, p. 896) [1]

Na arte, os romanos seguiram as tendências dos gregos. O período romano ficou marcado pela arquitetura, com a execução de importantes construções na arquitetura, a exemplo do Coliseu, Panteão e o Arco de Constantino, construções que demonstram o domínio de conhecimentos geométricos dos romanos. Neste período perspectiva das representações das figuras exerceu grande importância nas construções.

---

[1] Euclides, Óptica. Disponível em: <https://www.academia.edu/11744796/%C3%93ptica_de_Euclides>. Acesso em: 12 dez. 2016.

No período que antecede o Renascimento, o Pré Renascimento, pintores e arquitetos como Giotto (1266), Felippo Brunelleschi (1377), Leon Alberti (1404), Pierro de La Francesca (1415) e Albert Dürer (1471), utilizavam as técnicas de perspectiva em suas obras com maior rigor.

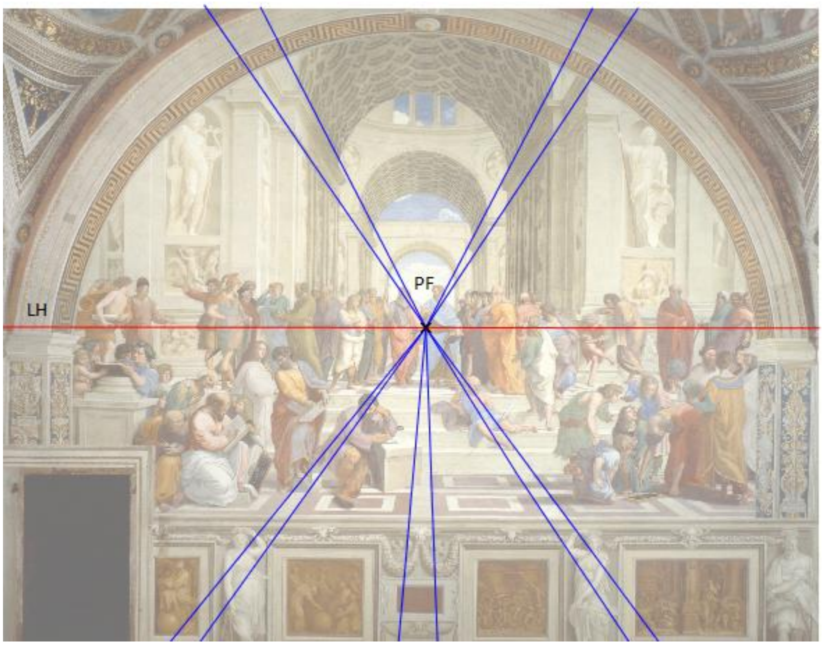
O Renascimento marca a evolução no desenvolvimento científico e cultural da sociedade. No que se refere as artes deste período, sabe-se que os artistas buscaram um maior rigor matemático nas suas pinturas, sendo destaque o uso da perspectiva, o que já vinha sendo aplicado de forma empírica pelos gregos e romanos como afirma Santos (2010).

Flores (2003) aponta ainda que:

> "No Renascimento, a descoberta e a conquista da realidade exigiu que a imagem representada garantisse a imitação do real; na emergência do indivíduo e de sua subjetividade, imiscuída à formação da sociedade de classe, a representação ganha força em si mesma, valendo ela pelo real; na sociedade disciplinar, correspondente ao controle do indivíduo no espaço, acrescenta-se a técnica da perspectiva as possibilidades da visão totalizante da imagem e do espaço". FLORES (2003, p.49)

Neste período, destacam-se grandes artistas como Leonardo da Vinci (1452-1519), Michelangelo (1475-1564), Rafael Sanzio (1483-1520) e Paolo Ucello (1397-1475). Nas obras deste período é notória a presença dos elementos da projeção cônica, a exemplo da Escola de Atenas de Rafael de Sanzio (Figura 3) na qual identicamos o ponto de fuga central, algumas projetantes e a linha do horizonte.

Figura 3 - A Escola de Atenas – Rafael Sanzio (1509)



Fonte: Adaptada de Web Gallery of Art. [2]

Concordamos com Souza (2010), quando este afirma que a grande contribuição do Renascimento foi a forma inovadora de reproduzir seus trabalhos utilizando elementos e propriedades matemáticas. Lellis (2009) reforça que a perspectiva cônica, desenvolvida pelos artistas do Renascimento, foi matematizada e originou a Geometria Projetiva, inaugurada por Desargues.

Ao longo dos anos a perspectiva deixou de ser considerada apenas um modo de ver ou representar o espaço e passou a ser considerada uma construção, uma teoria. (GRIZ el.al ,2007). As autoras reforçam ainda que este conhecimento se torna então um aprendizado essencial para o desenvolvimento do conhecimento de técnicas que contribuam para a fluência da linguagem gráfica.

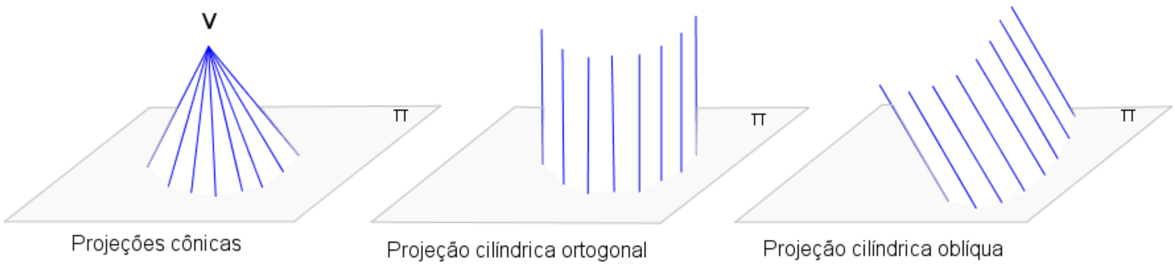
[2] Web Gallery of Art, The School of Athens.Disponível em:<http://www.wga.hu/support/viewer/z.html>. Acesso em: 10 jan. 2017.

2.2 Aspectos Teóricos

No âmbito da Geometria Descritiva há diversas maneiras de representar objetos tridimensionais em um plano bidimensional. Podemos apontar, dentre as técnicas de representação, a perspectiva cavaleira, a axonometria e o sistema de projeção ortogonal ou sistema Mongeano, todas pertencentes ao sistema de projeção cilíndrico. No entanto, estas técnicas não são capazes de reproduzir o espaço tal como nós o vemos.

No sistema de projeção cilíndrico, consideramos que o observador está infinitamente afastado, resultando em projetantes paralelas. Já o sistema de projeção cônica é definido como um tipo de projeção no qual o observador está localizado a uma distância finita do plano de projeção. (Figura 4)

Figura 4 - Tipos de projeção



Fonte: Elaborada pela autora

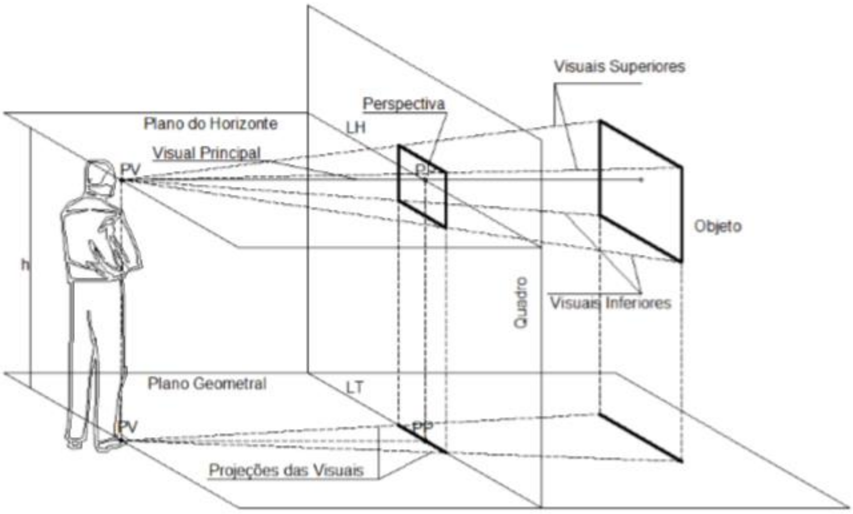
A perspectiva obtida através do sistema de projeção cônico também é denominada como perspectiva exata ou perspectiva linear.

Duas características básicas diferem a projeção cônica das demais formas de representação citadas anteriormente, sendo estas fundamentais para expressar a sensação de profundidade em representações bidimensionais, são elas: convergência de linhas paralelas e a diminuição do tamanho do objeto. Sobre estas características Caitano (2013, p.21) afirma que:

> "O efeito visual da convergência de linhas paralelas cria a ilusão de tridimensionalidade sobre a superfície plana do papel. A diminuição de tamanhos, por sua vez aproxima a representação da realidade aparente observada por nossos olhos ao criar a ilusão de profundidade".

O esquema da figura 5 nos permite visualizar os elementos que compõe o sistema de projeção cônico.

Figura 5 - Elementos do sistema de projeção cônica



Fonte: Coelho (2013, p. 17)[3]

Podemos definir os elementos apresentados no esquema acima da seguinte maneira:

i. Quadro: Plano perpendicular colocado entre o Observador e a Forma. É o espaço bidimensional onde se representam as formas em perspectiva.
ii. Plano Geometral: Plano onde se situa a forma a ser representada. É também designado como Plano de Terra.
iii. PV (Ponto de Vista): Representa o olho do observador.
iv. LH (Linha do Horizonte): É a interseção do plano do horizonte com o quadro e está sempre na altura do PV.

---

[3] COELHO, A. Geometria Descritiva II – Perspectiva. 2013. Disponível em:< https://drive.google.com/file/d/0B3JjMfTljT7LeHFHb0p5T3BSUmM/view>. Acesso em 13 dez. 2016.

v. PP (Ponto Principal): É a interseção da linha visual principal com a LH.

vi. LT (Linha de Terra): É a interseção do Quadro com o Plano Geometral e está sempre abaixo da LH.

vii. Visuais: São as linhas que pela incidência da luz partem do objeto até o PV (olho do observador), essas linhas são oblíquas e o feixe completo é chamado de CONE VISUAL.

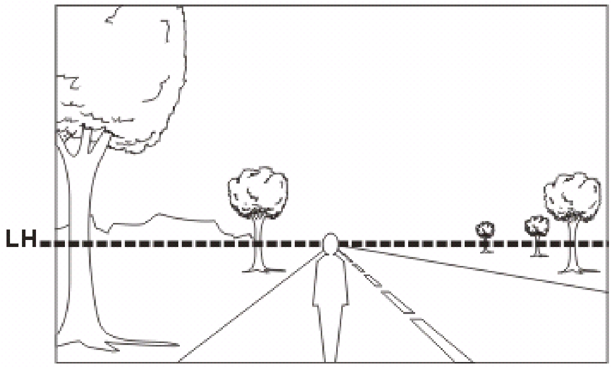
viii. Perspectiva: Pontos formados pelos raios visuais no quadro, quando da sua interseção.

De acordo com os elementos apresentados no esquema acima podemos definir os principais elementos da projeção cônica, dando ênfase aos que serão considerados na concepção da sequência didática.

Define-se a linha do horizonte (LH) como a interseção do plano do horizonte com o quadro, dando a ideia de planos perpendiculares. É o elemento da construção em perspectiva que representa o nível dos olhos do observador, como apresentado na Figura 6, sendo de fundamental importância na determinação da posição do objeto.

Podemos exemplificar a LH a partir da situação apresentada na Figura 6, na qual observamos a definição desta a partir do ponto de vista do sujeito.

Figura 6 - Linha do Horizonte



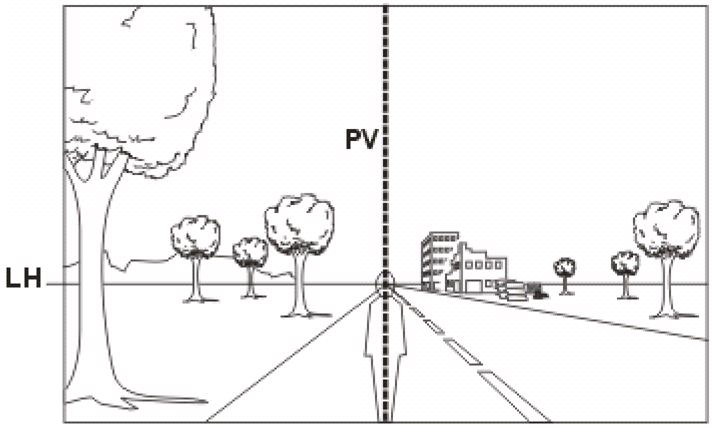
Fonte: Sobre Arte[4]

---

[4] Disponível em:<http://www.sobrearte.com.br>. Acesso em: 15 dez. 2016

Na projeção cônica o ponto de vista (PV) é definido como o ponto onde se situam os olhos do observador e é identificado por uma linha vertical perpendicular a LH, conforme representado na Figura 7.

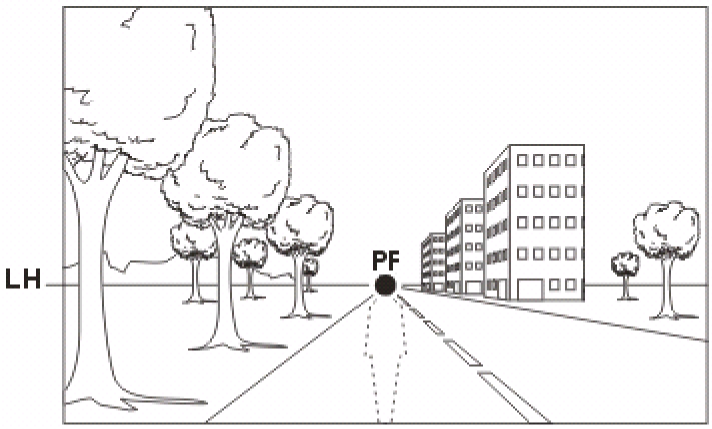
Figura 7 - Ponto de Vista



Fonte: Sobre Arte[4]

Os pontos de fuga são definidos como pontos para onde os raios visuais convergem. Geralmente estão situados sobre a LH, porém sua localização é determinada de acordo com a posição do objeto em relação ao observador. Na figura 8 podemos perceber a indicação do PF central, evidenciado pela representação dos prédios convergindo para um mesmo ponto.

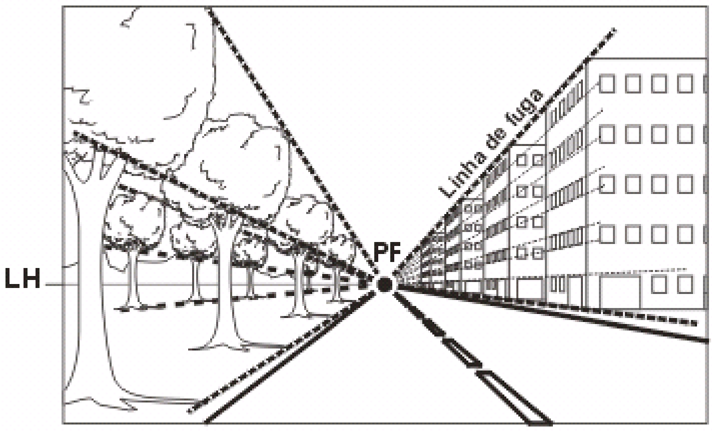
Figura 8 - Ponto de Fuga



Fonte: Sobre Arte[4]

Os raios visuais que determinam os pontos de fuga são denominados no âmbito dos sistemas de projeções como projetantes. No sistema de projeção cônica podemos chamar ainda por linhas de fuga, sendo elas linhas imaginárias que partem do PV em direção aos pontos de fuga gerando a sensação visual de profundidade (CAITANO, 2013). Podemos também definir como uma reta que passa pelos pontos do objeto e intersecta o plano de projeção. A figura 9 identifica algumas linhas de fuga na situação apresentada.

Figura 9 - Linhas de Fuga



Fonte: Sobre Arte[4]

Estes elementos são de fundamental importância na compreensão da projeção cônica, bem como suas posições na determinação da perspectiva cônica.

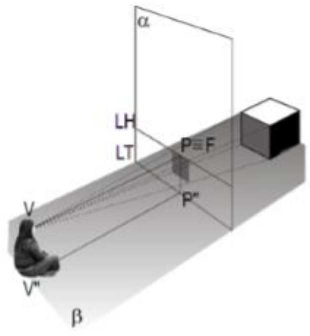
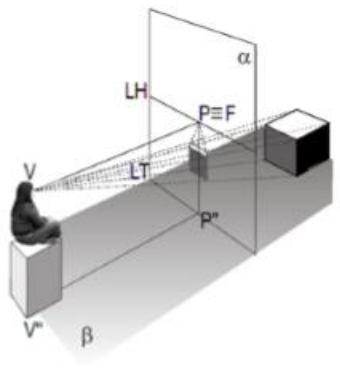
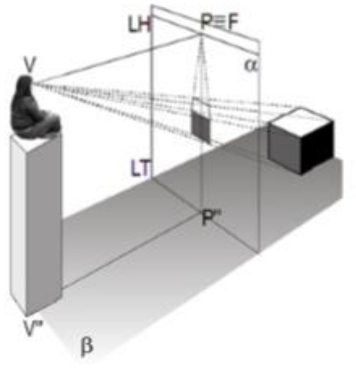
2.2.1 Posição dos elementos na perspectiva cônica

A compreensão da posição dos elementos na projeção cônica é essencial para determinar qual será a perspectiva obtida. Desta maneira, considerando os objetivos da sequência didática destacamos brevemente como a alteração da posição do observador e da posição do objeto influenciam na obtenção da perspectiva.

I. Alteração da altura do observador

Neste caso, quanto maior for a altura do observador em relação ao objeto melhor será a visão obtida da face superior do objeto, ou seja, a alteração da posição vertical do observador faz com que a perspectiva do objeto mude de forma. (Quadro 1)

Quadro 1 - Variações na altura do observador

Vista Frontal	Certa Altura	Altura Maior
		
Nesta situação o observador localizado na mesma altura doobjeto enxerga apenas a sua face frontal.	Ao se colocar a uma determinada altura do objeto o observador enxerga a face frontal e superior, no entanto com pouco destaque para a face superior.	Quando se coloca a uma altura bem maior em relação ao objeto o observador enxerga a face frontal e superior, neste caso com mais destaque para a vista superior.

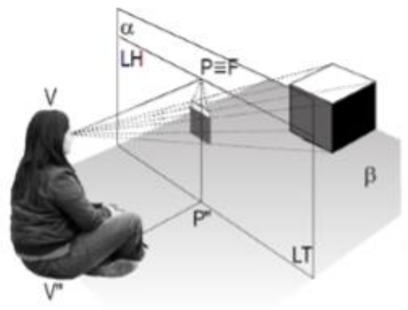
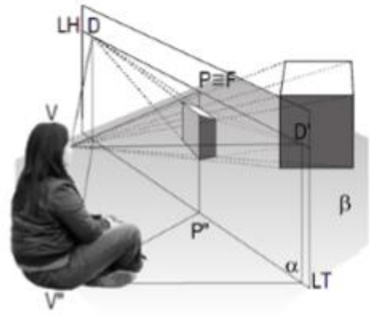
Fonte: Adaptada de Canotilho (2005, p.70)

α = quadro
β = plano geometral
V e V" = pontos de vista
LH = linha do horizonte
LT= linha de terra
P e P" = pontos de distância (principal e observação)
F= ponto de fuga

II. Alteração da posição lateral do observador

A mudança da posição horizontal do observador determina o tipo da perspectiva a ser obtida e também sua forma. Estas alterações determinam também se um objeto será visto a partir de um ou dois pontos de fuga, conforme detalhado no Quadro 2.

Quadro 2 - Variações da posição lateral do observador

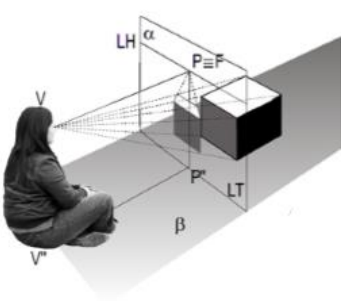
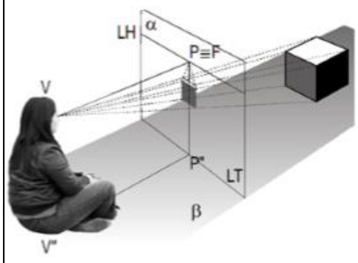
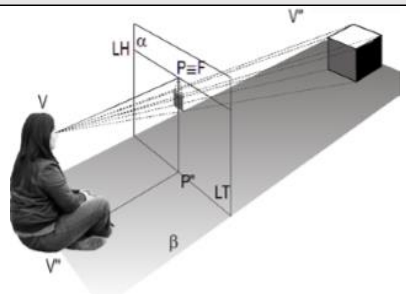
Paralelo em relação ao objeto	**Oblíquo em relação ao objeto**
	
Quando o observador se localiza paralelo ao objeto, ele enxerga a partir de um ponto de fuga.	Quando o observador está em uma posição oblíqua em relação ao objeto ele irá exergar a partir de dois pontos de fuga. Neste caso, são vistas 3 faces do objeto.

Fonte: Adaptada de Canotilho (2005, p.71)

III. Alteração na posição do objeto

Neste caso considera-se a aproximação e o afastamento em relação ao observador. A perspectiva de um objeto será cada vez menor quanto maior for o seu afastamento em relação ao observador.

Quadro 3 - Variações da posição do objeto

Próximo ao observador	**Afastado do observador**	**Muito afastado do observador**
		
Quando o objeto está próximo ao observador sua perspectiva se torna maior.	Quando o objeto está a uma determinada distância a perspectiva torna-se menor.	Quando objeto está muito afastado o observador sua perspectiva é pequena.

Fonte: Adaptada de Canotilho (2005, p.72)

Embora a perspectiva diminua ela não altera seu formato e a diminuição do seu tamanho é proporcional.

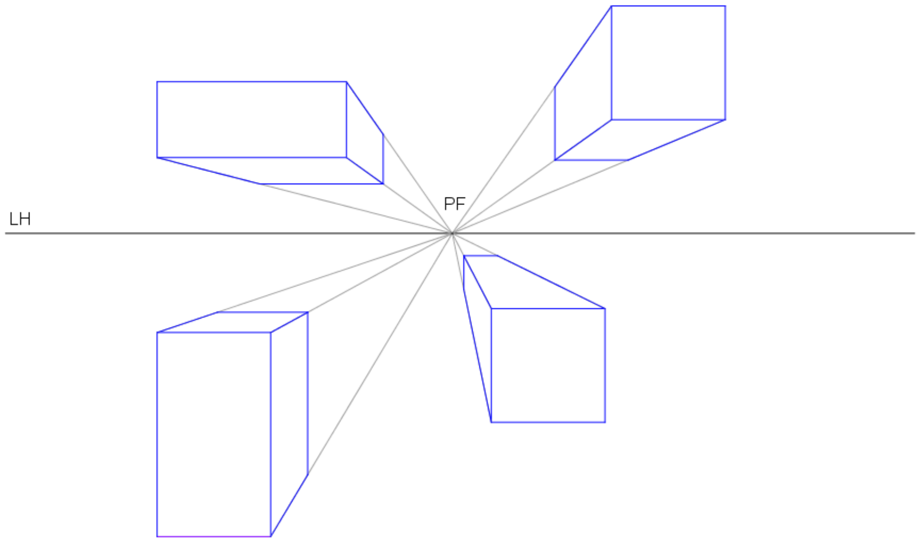
Percebemos a partir destes exemplos que só há modificação na perspectiva de um objeto quando o observador muda de posição, e que o tamanho irá se alterar quando a distância do observador em relação ao objeto for alterada.

Canotilho (2005, p.69) destaca que compreender estas alterações é muito importante para quem pretende determinar a perspectiva de um objeto e afirma que “com o seu conhecimento a composição do trabalho estará substancialmente facilitada”.

Ainda em decorrência da alteração da posição do observador e desta maneira a alteração do PV, podemos caracterizar as perspectivas de acordo com os pontos de fuga, podendo ter um, dois ou até três.

Na perspectiva com um ponto de fuga ou perspectiva paralela, o observador está em posição paralela a face frontal do objeto, ou seja, está colocado em um ângulo de 0º em relação a está face. (Figura 10)

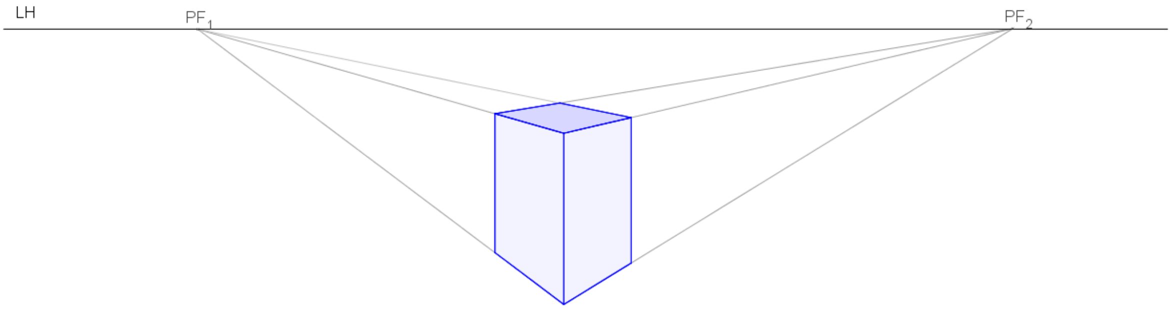
Figura 10 - Perspectiva com um ponto de fuga



Fonte: Elaborada pela autora

Na perspectiva com dois pontos de fuga ou perspectiva oblíqua o observador consegue visualizar três faces do objeto, visto que o observador colocado a um ângulo diferente de 0º em relação a face frontal do objeto. (Figura 11)

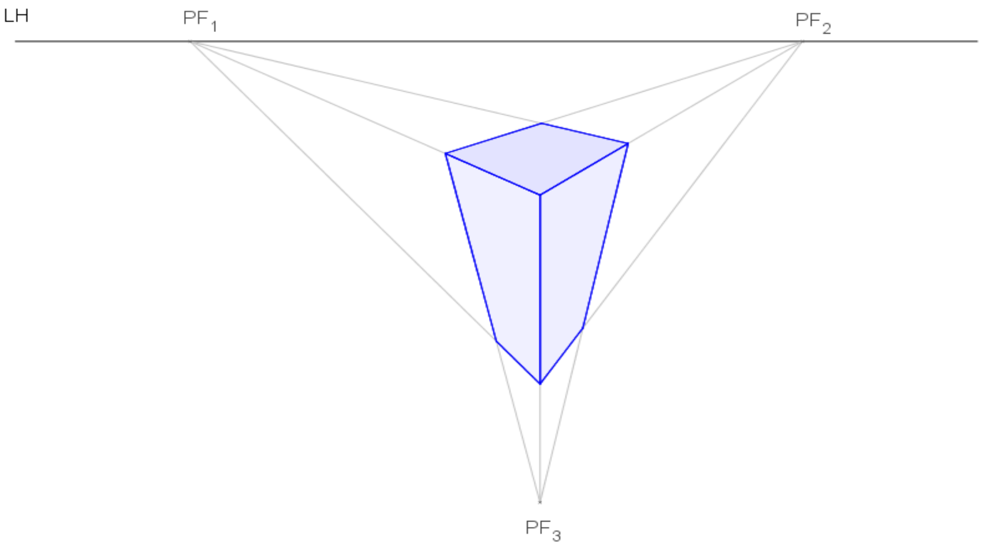
Figura 11 - Perspectiva com dois pontos de fuga



Fonte: Elaborada pela autora

Na perspectiva com três pontos de fuga ou perspectiva área o terceiro ponto de fuga está localizado abaixo ou acima do objeto e fora da LH. Canotilho (2005) descreve este tipo de perspectiva como um caso particular e pouco utilizado. Afirma ainda que poderia ter apenas dois pontos de fuga, caso fosse associado com a perspectiva paralela. (Figura 12)

Figura 12 - Perspectiva com três pontos de fuga



Fonte: Elaborada pela autora

A compreensão dos aspectos teóricos e da posição dos elementos na projeção cônica corresponde a um dos objetivos da sequência didática concebida neste trabalho.

2.3 Aspectos Didáticos

Os PCN's (1998, p.122) enfatizam ser "cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele". Neste sentido, faz necessário que os conteúdos relativos as perspectivas e em especial a projeção cônica estejam presentes ao longo da vida acadêmica dos indíviduos, visto que estes conhecimentos se fazem presentes e necessários na vida cotidiana.

No que se refere a presença dos conteúdos sobre perspectivas cônicas em livros didáticos de Matemática, percebemos que apesar do PNLD reconhecer o papel importante da geometria na identificação e representação dos objetos do cotidiano e apontar a técnica da perspectiva desenvolvida no Renascimento como um campo riquíssimo de exploração, ao analisar livros didáticos de Matemática[5], poucas coleções contemplam os conteúdos referentes as projeções cônicas.

Caitano (2013) aponta que os autores vêm contemplando temas voltados para a representação, no entanto, no que se refere aos temas voltados para a perspectiva cônica ele aponta que poucos autores têm considerado a perspectiva cônica como um tema relevante que favoreça a compreensão de conceitos geométricos, auxiliando no processo de representação e visualização de objetos tridimensionais no plano sob diferentes pontos de vista.

Dentre os autores que vêm abordando a perspectiva cônica em suas coleções destaca-se Imenes e Lellis (Matemática para todos, 8º ano), que reservam um capítulo exclusivo para a perspectiva cônica. Porém, segundo Lellis (2009, p.3), não há evidência de que o conteúdo tenha ganhado as salas de aula, visto que mesmo entre adotantes de sua coleção, há muitos professores que “pulam” as páginas voltadas ao desenho em perspectiva.

A imagem 13 demonstra como a perspectiva cônica é abordada neste livro, contextualizando a situação a partir de um exemplo simples.

[5] Coleções aprovadas pelo PNLD 2015 (Ensino Médio) e PNLD 2017 (Ensino Fundamental anos Finais)

Figura 13 - Perspectiva cônica no livro didático

Fonte: Imenes e Lellis, 8º ano (2006, p.173)

No livro "Matemática para todos, 8º ano", de Imenes e Lellis, o conteúdo é trabalhado com uma linguagem simples e didática, o que ao nosso entendimento facilita a compreensão do conteúdo pelos alunos.

A fim de apontar como o conteúdo de projeções cônicas vem sendo trabalhado em cursos de nível superior, buscamos destacar alguns aspectos relacionados ao seu ensino baseado em constatações identicadas em trabalhos publicados nos anais do Graphica[6] nos anos de 2005 e 2013, a exemplo de trabalhos como de Filha e Barbosa (2013) e Rosa (2005).

O trabalho de Filha e Barbosa (2013) tem como um dos seus objetivos avaliar as diferentes abordagens dadas aos sistemas projetivos na Escola Politécnica da UFRJ. No que se refere ao conteúdo de projeção cônica, as autoras afirmam que " a representação de objetos pela perspectiva cônica raramente é dada, por uma questão de tempo e por não ser o foco das engenharias. " (SOBRAL FILHA e BARBOSA, 2013, p. 5)

Rosa (2005) reflete sobre a situação do ensino de perspectiva cônica em instituições públicas e privadas. A pesquisa desenvolveu-se na UFPR e UTP, nas quais o conteúdo sobre projeção cônica é visto como um tópico de disciplinas como Desenho Técnico e Representação Técnica. A autora enfatiza que nas duas instituições as aulas voltadas para este conteúdo aparecem como um dos últimos tópicos programados, não sendo possível definir a quantidade de aulas reservadas para este conteúdo, pois fica a depender do desenvolvimento da disciplina e do rendimento dos alunos.

Ao estabelecer um breve panorama acerca do ensino de perspectiva cônica percebe-se que esta tem tido pouco espaço nos programas de ensino, na sala de aula e em livros didáticos, tanto na Educação Básica como Superior.

[6] International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design / Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para fundamentar a concepção de uma sequência didática que possibilite a construção do conhecimento geométrico acerca dos elementos de projeção cônica por meio de simulações realizadas com um software de Geometria Dinâmica, consideramos pertinente utilizar alguns princípios descritos por Guy Brousseau (1986) em sua Teoria das Situações Didáticas, bem como as contribuições da Geometria Dinâmica no processo de aprendizagem.

A Teoria das Situações Didáticas foi considerada por ter como objetivo caracterizar e modelar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Sobre a Geometria Dinâmica (GD) é apresentada sua definição e sua contribuição no processo de ensino e aprendizagem, evidenciando a importância de considerá-la no processo de construção do conhecimento, visto suas possibilidades e potencialidades. Ainda neste capítulo faremos uma discussão sobre o software GeoGebra, situando suas características e apresentando considerações sobre a escolha dele para este trabalho. Fazemos também considerações para o uso do GeoGebra como um simulador e as contribuições deste tipo de utilização na aquisição do conhecimento.

3.1 Teoria das Situações Didáticas

A teoria das Situações Didáticas desenvolveu-se no âmbito da Didática da Matemática Francesa e é descrita por Brousseau (1982) citado em Gàlvez (1996) como:

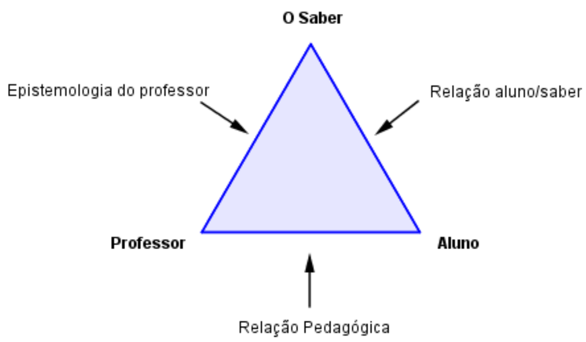
> "Um conjunto de relações estabelecidas explícita e ou/ implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio, (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição. " (BROUSSEAU, 1982 apud GÁLVEZ, 1996, p. 28).

Para Brousseau (1996) o papel do aluno nestas situações didáticas é tornar-se um pesquisador, testando conjectura, formulando hipóteses, provando e construindo modelos e conceitos. O autor enfatiza ainda que as situações devem ser criadas pelo professor do modo a aproximar o aluno do saber do qual ele deve se apropriar, dando sentido ao conhecimento.

Teixeira e Passos (2013) ao definirem alguns termos da teoria de Brousseau, apontam que uma situação é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado, reunindo as circunstâncias nas quais uma pessoa se encontra e as relações que a unem ao milieu, definido por Brousseau (1986) como um subsistema autônomo e antagônico ao sujeito.

Para delinear a teoria das Situações Didáticas, Brousseau (1996) propôs o Triângulo didático (Figura 14), que inclue três elementos - o aluno, o professor e o saber - partes que constituem uma relação dinâmica e complexa - a relação didática - que leva em consideração as interações entre professor e alunos (elementos humanos), mediadas pelo saber (elemento não-humano), que determina a forma como tais relações irão se estabelecer. (POMMER,2008)

Figura 14 - Triângulo Didático



Fonte: Elaborado pela autora. Adaptado de POMMER,2008.

Compreendemos então que a Teoria das Situações Didáticas discute maneiras de apresentar determinados conteúdos para os alunos, sempre que houver a intenção clara do professor de possibilitar ao aluno a aprendizagem (aquisição do saber) por meio de sequências didáticas planejadas.

No que se refere as sequências didáticas, Zabala (1998, p.18) as define como: “Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.

Segundo Oliveira (2013) a técnica de sequências didáticas vem sendo utilizada em diferentes áreas do conhecimento adotando os seguintes passos:

i. Escolha do tema e elaboração de questionamentos para problematizar o assunto trabalhado;
ii. Planejamento dos conteúdos;
iii. Objetivos a serem atingidos no processo de ensino- aprendizagem;
iv. Delimitação da sequência de atividades, levando em consideração a formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre cada atividade e etapas, e a avaliação dos resultados.

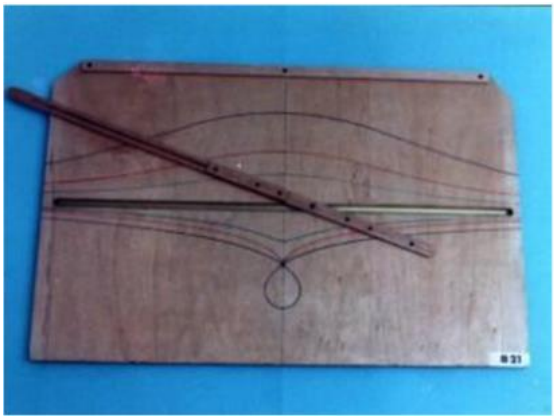
Neste contexto, reconhecemos que as sequências didáticas tendem a contribuir com a consolidação dos conhecimentos que estão sendo trabalhados, permitindo inclusive a aquisição de novos conhecimentos.

Segundo Artigue (1988) a teoria das Situações Didáticas serve de base à metodologia da Engenharia Didática, que se ocupa da construção de uma investigação sobre o ensino através de sequências didáticas (TEIXEIRA e PASSOS, 2013). Neste sentido, encontramos na Teoria das Situações Didáticas aspectos fundamentais para basear as fases da nossa metodologia e a concepção das atividades a serem realizadas com o auxílio de um software de Geometria Dinâmica.

3.2 Geometria Dinâmica

A Geometria Dinâmica (GD) ao longo dos séculos vem sendo trabalhada por diversos matemáticos como forma de resolver problemas geométricos. Alguns sistemas foram desenvolvidos nos séculos passados com a pretensão de resolver problemas geométricos utilizando o movimento das figuras geométricas, no entanto, estes eram realizados de maneira estática tendo o indivíduo que realizar simulações mentais. Bellemain e Correia (2004) apresentam alguns destes sistemas desenvolvidos para explicar fenômenos geométricos, a exemplo da régua de Nicomedes (Figura 15), usada para representar cissóides e conchóides.

Figura 15 - Régua de Nicomedes

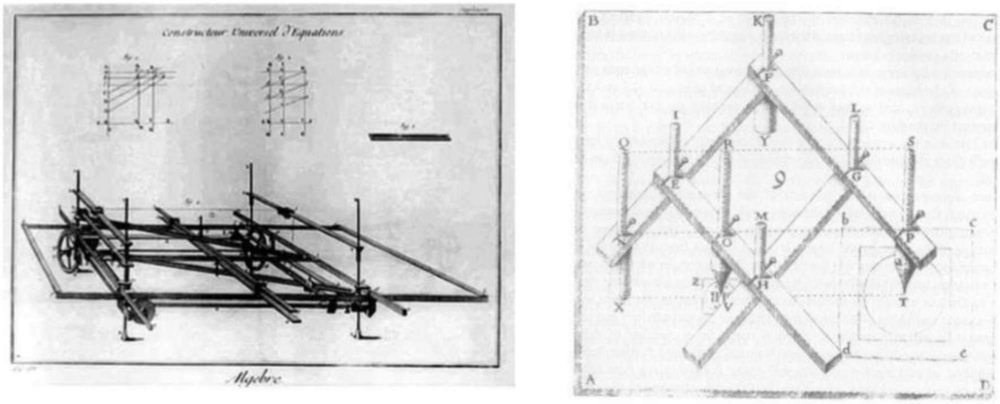


Fonte: A Concóide de Nicomedes e a Trissecção do Ângulo [7]

Outros sistemas desenvolvidos foram a Máquina de d' Alembert, criada para representar curvas do segundo grau e o pantógrafo usado para alterar escalas de desenhos mecanicamente (Figura 16).

[7] A Concóide de Nicomedes e a Trissecção do Ângulo. Disponível em <http://www.prof2000.pt/users/amma/af18/t3/t3.htm> Acesso em 22 de fev. 2017.

Figura 16 - Máquina d' Alembert e Pantógrafo



Fonte: Bellemain e Correia (2004, p.3)

Muitos destes sistemas mecânicos desenvolvidos pelos matemáticos atendiam a casos específicos, logo suas possibilidades eram limitadas e as simulações mentais continuavam sendo necessárias. Foi com o surgimento dos softwares computacionais que a Geometria Dinâmica, pôde atender de forma plena seus objetivos.

Conforme afirma Schimidt (2002) a geometria dinâmica origina-se em meados da penúltima década do século XX com a problemática da implementação da geometria no computador. Surge assim a necessidade de definir, aproveitando o potencial do computador, um novo sistema de representação dos objetos geométricos. Nesta perspectiva pode-se apontar que a GD se refere a utilização de softwares de construção geométricas que permitem a manipulação dos objetos representados sempre mantendo as suas propriedades construtivas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais ao tratar do uso de computadores na educação matemática apontam que uma das finalidades do uso destes é “ como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções; ” (BRASIL,1998, p. 44) Neste sentido, podemos considerar que os softwares de Geometria Dinâmica atendem aos própositos estabelecidos nos Parâmetros, uma vez que permite que os alunos desenvolvam seus conhecimentos através de construções de figuras, simulações e manipulação realizadas nestes softwares.

A literatura acerca da geometria dinâmica apresenta diversos trabalhos que tem explorado as possibilidades dos softwares de geometria dinâmica no processo de ensino e aprendizagem, reconhecendo que estes contribuem na apreensão do conhecimento e na superação de dificuldades relacionadas ao ensino de Geometria. No que se refere as dificuldades relacionadas ao ensino de Geometria, Bellemain e Almeida (2003) ressaltam que:

> "(...) uma das dificuldades do ensino da geometria é justamente conduzir os alunos a considerar o desenho não como um objeto geométrico em si, mas como uma representação particular de um conjunto de especificações geométricas sobre o qual eles devem operar". (BELLEMAIN e ALMEIDA, 2003, p.3)

Esta dificuldade em reconhecer o desenho como a representação gráfica de um conjunto de propriedades e especificações geométricas, torna-se mais fácil de ser superada através do uso de softwares de Geometria Dinâmica, visto suas possibilidades de uso.

Sobre as possibilidades de uso Gravina (1996) aponta para dois aspectos didáticos relacionados a utilização de softwares de Geometria Dinâmica no processo de ensino aprendizagem. O primeiro aspecto refere-se à construção de figuras geométricas, tendo em vista que através destas construções os alunos adquiram conhecimento sobre determinados conceitos. O segundo aspecto refere-se a descoberta de invariantes através de experimentações em construções previamente realizadas por professores.

Tendo em vista a contribuição do uso de softwares de GD no ensino de Geometria, reforçamos o seu papel no processo de aprendizagem, visto que ela favorece o desenvolvimento para o sujeito de uma leitura geométrica do desenho e através da manipulação das representações gráficas pelas quais o aluno deverá ser conduzido o construir conhecimentos geométricos. (BELLEMAIN, 2001)

3.2.1 O software GeoGebra

O GeoGebra é um software de Geometria Dinâmica, gratuito e escrito em linguagem Java desenvolvido pelo Prof. Dr. Markus Hohenwarter da Flórida Atlantic University, em 2001. Pode ser definido como um software de geometria dinâmica que simula construções feitas com régua e compasso e que permite a manipulação dos objetos através de suas ferramentas.

Este software combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculos em um mesmo sistema e atualmente é considerado como um dos mais completos softwares de Geometria Dinâmica, mostrando-se bastante adequado no ensino de Geometria e Matemática aliado a recursos computacionais.

A escolha pelo software GeoGebra considerou o fato deste software possuir um grande respeito às propriedades geométricas, além das configurações das suas ferramentas e possibilidade de criação de macro-construções. Outro ponto que justifica a escolha do GeoGebra para este trabalho refere-se à gratuidade do software o que deverá ser um fator facilitador na instalação e posterior aplicação no ambiente escolhido para realização da sequência didática.

3.3 O GeoGebra como Simulador

Com o propósito de conceber uma sequência de atividades articuladas com simulações acerca dos elementos das projeções cônicas optamos por utilizar o GeoGebra como um simulador dos elementos e as variações destes no sistema de projeção cônica. Vale ressaltar que as simulações caracterizam o tipo de situação de uso de um software. (BELLEMAIN et al, 2006)

Antes de iniciar a discussão sobre a utilização do GeoGebra como instrumento para simulação no ensino das projeções cônicas é necessário situar as características das simulações e indicar as suas contribuições no processo de aprendizagem.

Valente (1999) aponta que as simulações permitem que determinados fenômenos possam ser simulados no computador, desde que um modelo desse fenômeno seja implementado na máquina. Neste caso, caberia ao usuário realizar alterações de certos parâmetros e a observação do comportamento dos fenômenos.

Do ponto de vista do ensino, Bellemain et al. (2006) indica que as simulações com computador permitem trazer para o ambiente da sala de aula experiências que por diversas razões não seriam possíveis nas suas versões concretas, a exemplo da materialização do raio visual, já apontado em outras pesquisas (SOUZA, 2010) como uma das principais dificuldades no ensino de perspectiva. Podemos então caracterizar a criação de simulações com o auxílio de computadores e softwares como “a criação de sistemas de representação dinâmicos de um modelo atuando como propriedades de objetos concretos ou fenômenos”. (BELLEMAIN et al, 2006, p.4)

A concepção destas simulações no software GeoGebra, assim como em outros softwares de Geometria Dinâmica, caracteriza-se pelos elementos que favorecem a exploração das simulações e pela possibilidade de extrair informações significativas através da observação dos fenômenos apresentados na simulação.

No que se refere a criação das simulações é importante considerar as funcionalidades do software, com destaque para as configurações das suas ferramentas e a possibilidade de criar macro-construções, que nos permitiram construir esquemas que simulam o sistema de projeção cônica. As descrições das ferramentas utilizadas na construção das simulações serão abordadas na seção 5.2 deste trabalho que trata da descrição das simulações e sequência de atividades.

Apesar do reconhecimento das vantagens apresentadas no uso de simulações no processo de aprendizagem é importante ressaltar que a simulação por si só não cria situações de aprendizagem, sendo necessário que sejam criadas condições para que o aluno se envolva com os fenômenos apresentados na simulação e seja capaz de elaborar hipóteses sobre eles demonstrando compreender os parâmetros apresentados. No âmbito deste reconhecimento, foram elaborados questionamentos e estabelecidos objetivos a serem alcançados em cada uma das simulações propostas.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia utilizada neste trabalho seguirá alguns princípios da Engenharia Didática (ED) de Michèle Artigue (1988). Segundo a autora esta metodologia deve ser entendida como "um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino". (ARTIGUE,1988, p.196)

Segundo Artigue (1988) as diferentes fases da metodologia da ED se denominam:

i. Análises prévias;
ii. Concepção e Análise a priori;
iii. Experimentação;
iv. Análise a posteriori e Validação.

Neste trabalho foram consideradas as fases de Análises Prévias e de Concepção, pois no âmbito destas fases identificamos elementos necessários para o estudo acerca da projeção cônica e para a concepção das atividades apresentadas na sequência didática.

4.1 Descrição do Trabalho

4.1.1 Análises Prévias

Segundo Kodama (2006) as análises prévias podem levar em consideração três dimensões: a dimensão epistemológica, a dimensão didática e a dimensão cognitiva. Neste quadro, a dimensão epistemológica está vinculada à natureza do conhecimento em questão e considera aspectos históricos e epistemológicos. A dimensão didática tende a considerar as propostas curriculares do ambiente da aplicação da sequência didática, programas e os livros que tratam dos conteúdos de projeção cônica, ou seja, a maneira como o ensino desse conteúdo vem se desenvolvendo. A dimensão cognitiva considera as concepções e dificuldades dos alunos que irão participar da aplicação da sequência didática.

Nesta primeira fase[8] foram consideradas questões relativas as dimensões epistemológicas e didáticas da projeção cônica. Para isso, buscamos identificar os aspectos históricos, teóricos e didáticos sobre a temática na literatura existente, através da análise de trabalhos acadêmicos e livros didáticos que contemplam o conteúdo de Projeções cônicas.

4.1.2 Concepção

Nesta fase foram feitas escolhas relacionadas a concepção das atividades. Segundo Kodama (2006), a fase de concepção e/ou construção situa as escolhas gerais, tais como escolha do tema, ambiente e público alvo.

A escolha pelo objeto de estudo, projeções cônicas, deu-se por considerar sua pertinência com programas de ensino tanto de nível básico como superior que contemplem os sistemas projetivos em suas disciplinas, desta maneira definimos também o público alvo pretendido para a sequência didática. A escolha baseia-se também na afirmação de Caitano (2013) quando este afirma que apenas a perspectiva cônica pode ser considerada como a verdadeira representação do espaço sobre o plano, uma vez que representa em três dimensões o espaço de maneira semelhante à visão humana. No que se refere ao ambiente, definimos o software de Geometria Dinâmica GeoGebra com o ambiente adequado para apropriação do conceito de projeções cônicas através das simulações a serem concebidas.

Após a definição das escolhas gerais relacionadas a concepção das atividades e a luz do referencial teórico escolhido estabelecemos os objetivos da sequência de atividades a serem realizadas. (Quadro 4)

---

[8] O resultado desta análise é apresentado no Capítulo 2 “ ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO - PROJEÇÃO CÔNICA”.

Quadro 4 - Objetivo das Atividades

Conteúdo	Objetivo
Posição Vertical do Observador (Altura)	Espera-se que os alunos compreendam que a alteração da posição vertical (altura) do observador faz com que a perspectiva mude de forma.
Posição Lateral do Observador	Compreender que a alteração da posição lateral do observador obriga a perspectiva mudar de forma e de tipo (um ou dois pontos de fuga)
Posição do Objeto	Compreender que quanto maior for a distância do observador e do objeto, menor será sua perspectiva.

Fonte: Elaborado pela autora.

Reconhecendo as possibilidades do uso do GeoGebra como simulador, foram planejadas 3 diferentes situações que abordam a posição dos elementos no sistema de projeção cônica através de simulações produzidas no software e questionamentos sobre a compreensão dos alunos acerca da situação apresentada.

5 CONCEPÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo serão descritos aspectos relacionados a concepção da sequência didática, que inclui a criação das simulações e da ficha de atividades, bem como a descrição do Pré Teste e Pós Teste, atividade de caráter diagnóstico, que é utilizado na metodologia da ED como instrumento de análise dos resultados obtidos e que se configura como parte integrante da investigação que resultou na concepção da sequência didática. Serão apresentados os objetivos de cada atividade, o processo de construção das simulações e os questionamentos elaborados.

5.1 Considerações sobre a concepção da sequência didática

Diante das análises acerca do ensino de Geometria e especificamente de projeções cônicas e ainda reconhecendo as dificuldades relacionadas a compreensão dos aspectos teóricos, da representação gráfica e da visualização tridimensional presentes no ensino de Geometria nos dedicamos a refletir e conceber uma sequência didática que possibilite que os alunos compreendam os elementos da projeção cônica através da realização de atividades que explorem os elementos deste tipo de projeção através de simulações em um software de Geometria Dinâmica.

Notamos ser necessário abordar estes elementos, suas características e variações para que o ensino de projeções cônicas não se limite a reprodução de procedimentos técnicos e desvalorização dos elementos teóricos que a constituem.

Os principais aspectos considerados na concepção da sequência didática referem-se a identificação e compreensão dos elementos da projeção cônica, tal como linha do horizonte, projetantes, ponto de fuga e ponto de vista, no entanto, o principal objetivo das simulações é permitir que o sujeito consiga compreender as variações nas posições destes elementos e sua influência na perspectiva dos objetos.

A sequência didática foi concebida considerando os estudos de Brousseau acerca das Situações Didáticas, pois ao fornecer ao aluno um meio experimental para a construção do conhecimento a partir da exploração dos fenômenos o aluno estará construindo conhecimentos na interação com um meio (*milieu*) (Brousseau, 1986).

Sobre o caráter experimental proposto na concepção da sequência didática e na aprendizagem de Geometria os PCN afirmam que:

> "As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios citados anteriormente: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas". (BRASIL, 1998, p. 126)

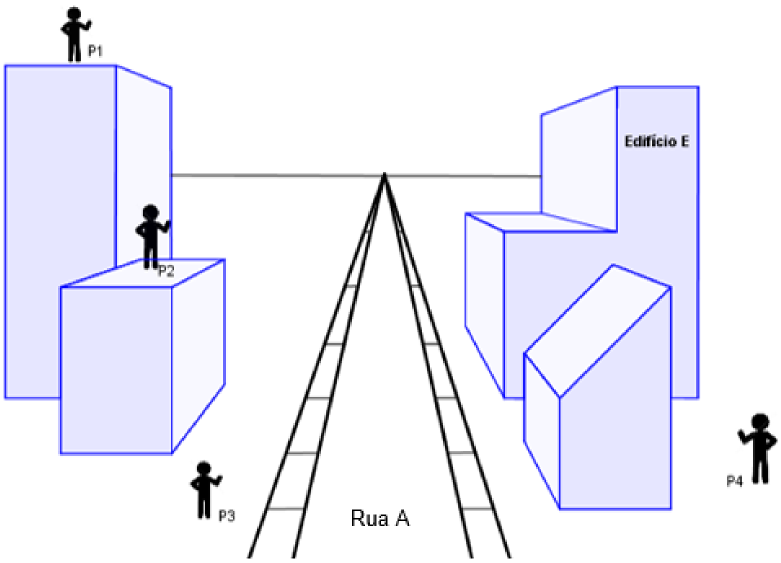
Neste sentido, a sequência didática propõe que através das simulações e questionamentos os alunos sejam capazes de compreender e argumentar sobre os aspectos teóricos das projeções cônicas.

Considerando a metodologia utilizada, foram produzidas atividades de caráter diagnóstico, conforme previsto na ED, como uma das etapas da Análise *a priori* e Análise *a posteriori*. Esta atividade denominada como Pré e Pós Teste (Apêndice c) serve como instrumento para analisar possíveis evoluções dos alunos, da mesma maneira que aponta para as possíveis dificuldades que não foram superadas, caso haja a aplicação da sequência didática.

As questões elaboradas nas atividades relacionadas ao Pré Teste e Pós Teste buscam identificar o conhecimento prévio dos alunos em relação aos elementos das projeções cônicas e posteriormente serem aplicadas com objetivo de identificar possíveis evoluções e dificuldades após aplicação da sequência didática. Como exemplo, a situação elaborada na Questão 1 (Figura 17) relacionada a posição do observador, que tem como objetivo identificar o conhecimento prévio dos alunos em relação ao posicionamento do observador e sua influência na perspectiva do objeto.

Figura 17 - Questão 1 do Pré Teste

1 – Observe a representação da rua A abaixo e a posição dos observadores.
Represente como cada observador irá enxergar o edifício E.



Fonte: Elaborada pela autora.

Nesta questão os alunos deverão representar como o edifício indicado no enunciado está sendo visto pelo observador de acordo com as posições indicadas. As possíveis dificuldades encontradas pelos alunos poderão ser superadas durante a sequência didática através das simulações propostas.

5.2 Descrição das Atividades e Simulações

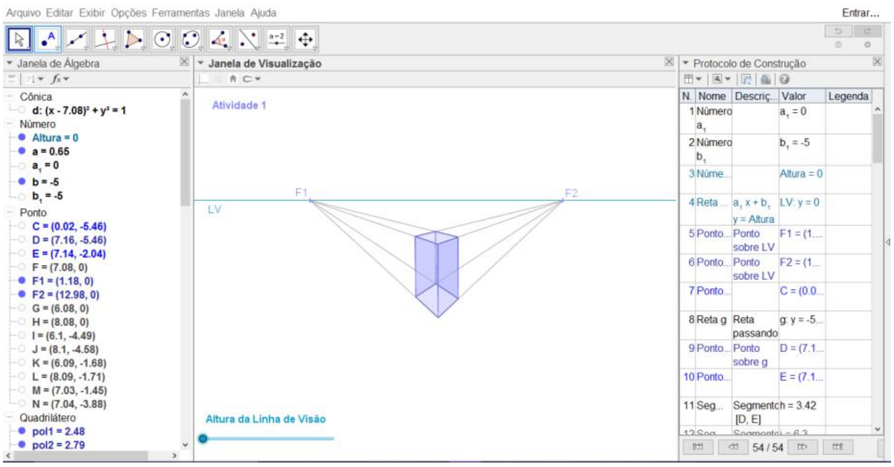
Como citado anteriormente a sequência didática contempla simulações e alguns questionamentos a serem feitos aos alunos com a intenção que estes reflitam sobre o fenômeno apresentado na simulação. Abaixo apresentaremos os objetivos de cada atividade, uma breve descrição das ferramentas e/ou comandos utilizados na construção das simulações e os questionamentos feitos em cada uma das atividades.

I. **Atividade 1** – Posição vertical do Observador (Altura)

Esta atividade propõe que o aluno reflita sobre a altura do observador, logo, na altura da linha de visão, e sua influência na perspectiva do prisma apresentado.

Para que o aluno consiga compreender estas questões foi produzida uma simulação com auxílio das ferramentas e comandos disponíveis no GeoGebra (Figura 18)

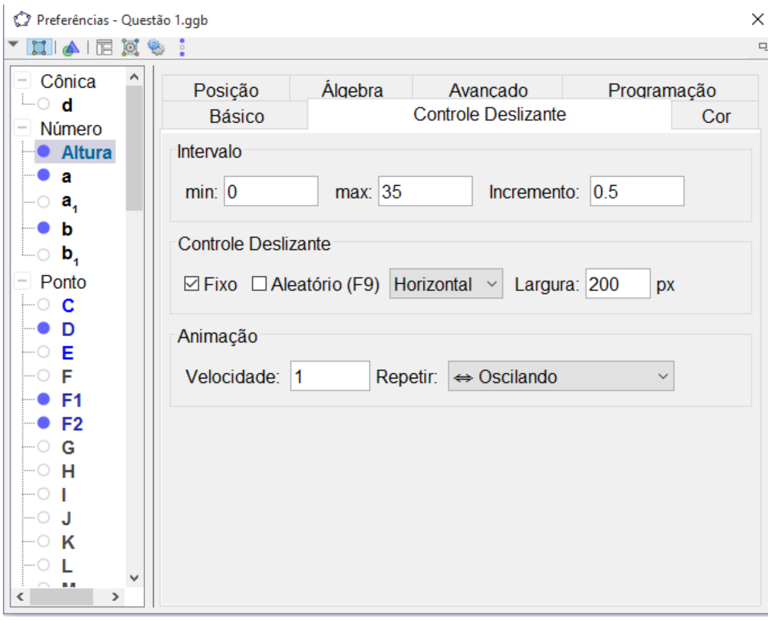
Figura 18 - Captura da interface do GeoGebra na construção da simulação 1



Fonte: Elaborado pela autora

Inicialmente foram criados os controles deslizantes a_1, b_1 e o controle deslizante que denominamos de Altura (Figura 19).

Figura 19- Parâmetros do controle deslizante Altura



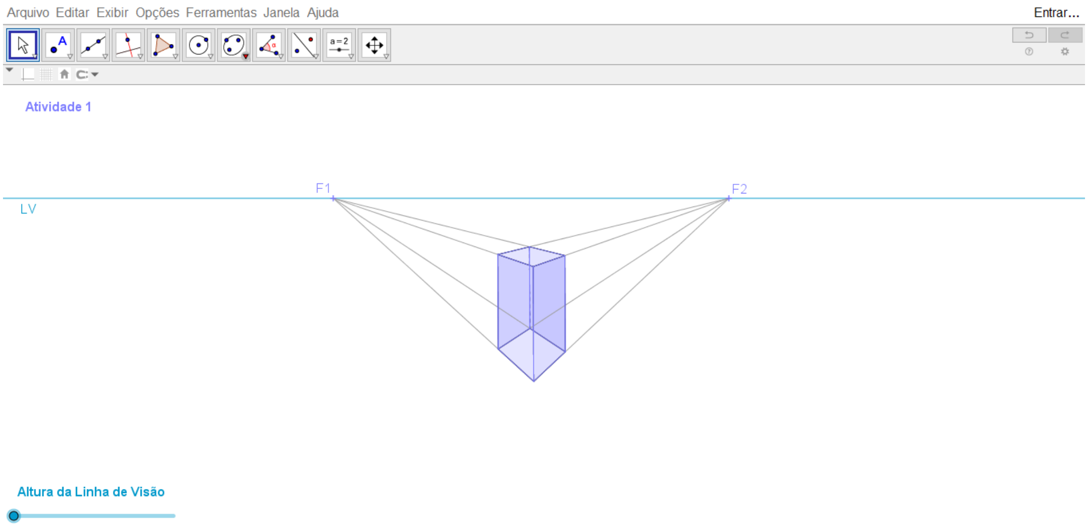
Fonte: Elaborado pela autora

Estes controles deslizantes servem como variáveis da equação da reta LV, que representa a Linha do Horizonte na construção. Através do campo de entrada do software inserimos a equação $ax + by = c$, sendo a e b respectivamente os controles deslizantes a_1 e b_1, e a variável c o controle deslizante referente a Altura. Esta contrução permite modificar a posição da reta LV e será de grande importância na simulação.

Após esta construção foram determinados sobre a reta LV dois pontos que representam os pontos de fuga F_1 e F_2. A construção do prisma em perspectiva cônica com dois pontos de fuga foi realizada com auxílio de ferramentas como segmento, mediatriz, reta paralela entre outras.

Esta simulação permite que ao serem realizadas alterações no controle deslizante Altura da Linha de Visão apresentado na interface do arquivo (Figura 20) os alunos compreendam que a alteração da posição vertical (altura) do observador faz com que a perspectiva mude de forma, fazendo com que as faces superior e inferior sejam vistas em destaque a depender da posição da linha de visão da observação.

Figura 20 - Simulação da Atividade 1



Fonte: Elaborado pela autora

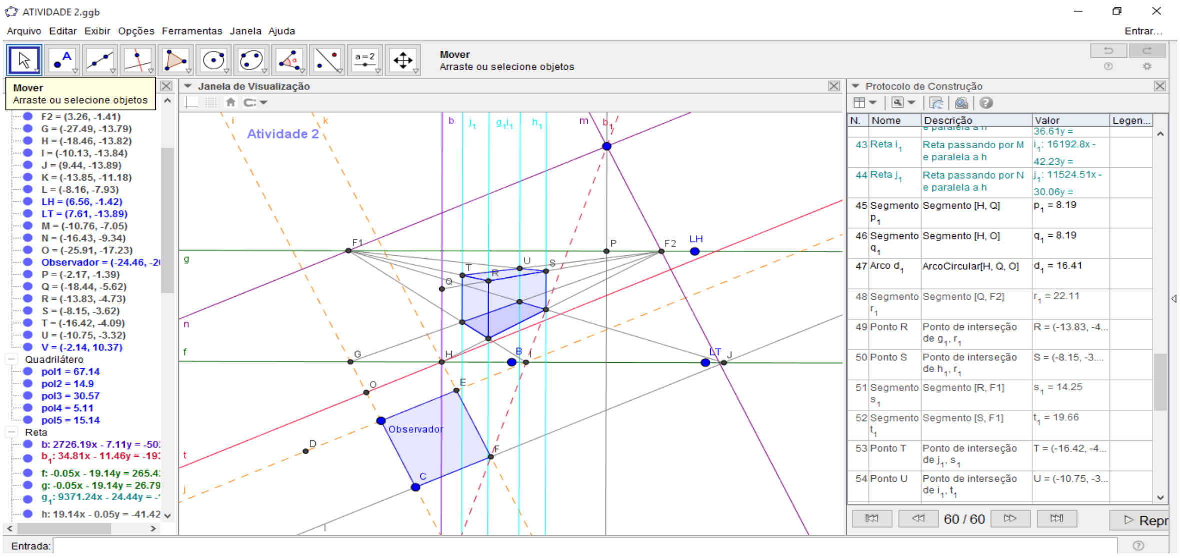
Após a observação desta simulação e a fim de que o aluno atinja o objetivo esperado para esta atividade propomos o seguinte questionamento:

Ao mover a Altura da linha de visão que alterações você percebe na forma como você vê a perspectiva do prisma? Descreva suas observações, buscando estabelecer uma relação entre os elementos desta construção.

II. **Atividade 2** – Posição Lateral do observador

Com o objetivo que o aluno compreenda que a alteração da posição lateral do observador obriga a perspectiva mudar de forma e de tipo, construímos uma simulação que através da alteração da posição do observador o objeto aparece com 1 (um) ou 2 (dois) pontos de fuga. A figura 21 apresenta as construções realizadas através das ferramentas do GeoGebra que permitiram a construção da simulação.

Figura 21 - Captura da interface do GeoGebra durante construção da simulação 2



Fonte: Elaborado pela autora

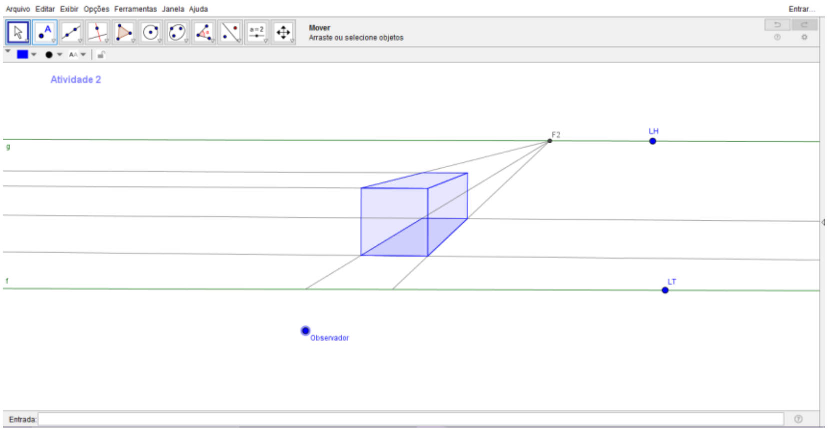
Iniciamos a construção da simulação determinando as retas que representam a LT e a LH e determinamos o ponto que representa o ponto de vista do observador que será determinante para o desenvolvimento da simulação.

A partir do ponto de vista determinamos os pontos de fuga F_1 e F_2 na LH e assim determinamos as faces do prisma com auxílio da ferramenta segmento e polígono.

Para simular a mudança da posição do observador e logo a mudança do tipo de perspectiva do prisma foi necessário estabelecer diversas relações entre os elementos da construção.

Ao movimentar o ponto que representa o Observador o aluno deverá identificar situações semelhantes as apresentadas nas Figuras 22 e 23.

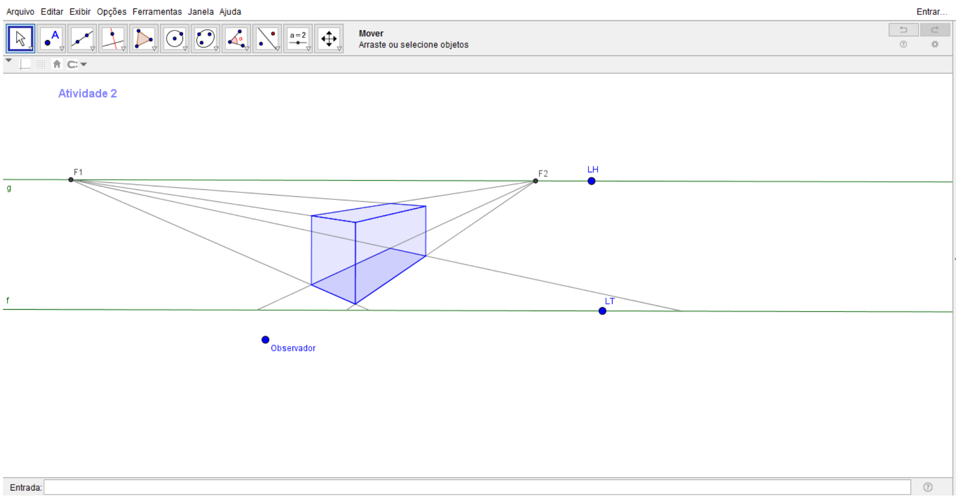
Figura 22 - Situação 1



Fonte: Elaborado pela autora

Nesta situação o prisma é visto apenas com um ponto de fuga, visto que sua face frontal está a 0º em relação a Linha de Terra (LT).

Figura 23 - Situação 2



Fonte: Elaborado pela autora

Já nesta situação o prisma é visto com dois pontos de fuga e está formando um ângulo diferente de 0º em relação a Linha de Terra (LT).

Espera-se com esta questão que o aluno compreenda as razões pela qual os objetos são representados com números diferentes de pontos de fuga. Abaixo apresentamos o questionamento elaborado para esta atividade:

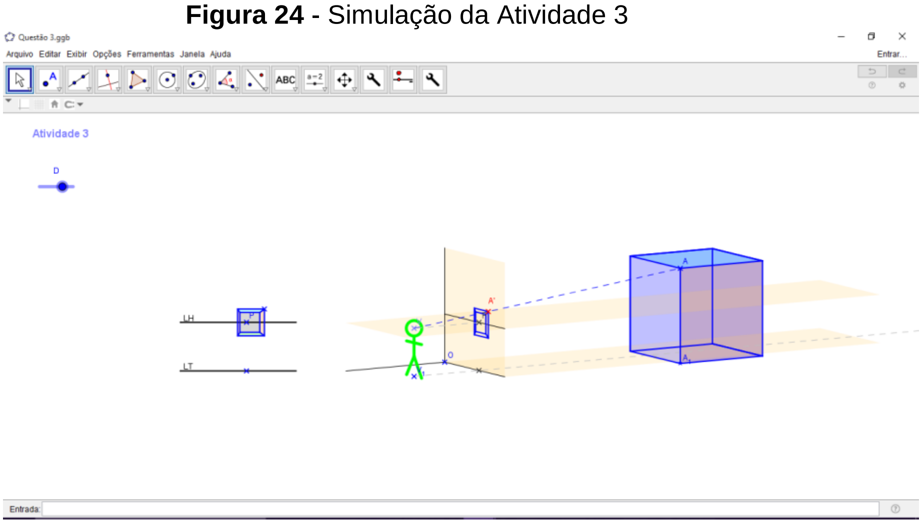
Movimente o ponto que representa o Observador. Observe o que estas movimentações alteram na forma como o prisma é apresentado. Descreva suas observações, buscando estabelecer uma relação entre os elementos destas construções.

II. **Atividade 3** – Posição do Objeto

O aspecto considerado nesta questão é a posição do objeto em relação ao observador e o objetivo desta atividade é fazer o aluno compreender que quanto maior for a distância do objeto ao observador menor será a sua perspectiva.

Para alcançar o objetivo desta precisávamos de um esquema que simulasse este afastamento ao mesmo tempo que apresentasse a variação no tamanho da perspectiva. Ao buscar referências para esta construção encontramos no site do GeoGebra[9] um esquema[10] que trabalha diversas alterações no objeto e sua perspectiva. Desta maneira, adaptamos este esquema aos objetivos da atividade 3. (Figura 24)

Figura 24 - Simulação da Atividade 3



Fonte: GeoGebra[10]

[9] Site do GeoGebra: www.geogebra.org
[10] Esquema disponível no site do GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/CTCDKpwP. Acesso em: 20 dez. 2016 Adaptado pela autora

O esquema adaptado conserva os comandos que permitem simular o afastamento do objeto em relação ao observador. Para isso incluímos o controle deslizante D que altera a distância do objeto ao plano de projeção e apresenta simultaneamente a perspectiva a ser obtida.

Ao mover o controle deslizante esperamos que os alunos compreendam que a relação entre a distância do observador ao objeto faz com que a perspectiva do objeto seja cada vez menor quanto maior for o seu afastamento em relação ao observador.

Após observar a simulação propomos o seguinte questionamento:

Ao mover o controle deslizante D que alterações você percebe no esquema? Descreva suas observações justificando a relação entre o objeto e o observador.

Retomando aos objetivos pretendidos para esta sequência didática, que é permitir que o aluno consiga compreender as variações nas posições dos elementos na projeção cônica e sua influência na perspectiva dos objetos acreditamos que ao utilizar as potencialidades e possibilidades do GeoGebra como um simulador estes objetivos sejam alcançados, se considerarmos as contribuições deste tipo de uso de software de Geometria Dinâmica apontados pela literatura existente.

As descrições detalhadas de todos os procedimentos utilizados na construção das simulações são apresentadas em Protocolos de Construção disponibilizado pelo próprio GeoGebra. (Anexos)

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando as contribuições do uso de tecnologias computacionais no processo de ensino e aprendizagem, em especial no ensino de Geometria com a utilização de softwares de Geometria Dinâmica, podemos apontar que muitas são as possibilidades para desenvolver atividades e propor situações de ensino que permitam que o aluno desenvolva o pensamento geométrico.

Ao apontar novas maneiras de abordar os conteúdos de Geometria é importante ressaltar o papel do professor neste processo, uma vez que estes devem estar preparados para aproveitar dos benefícios e potencial destas tecnologias computacionais e utilizá-las a favor de um processo de ensino e aprendizagem significativo. É importante também que os professores estejam cientes que as tecnologias por si só não são suficientes para garantir melhoras na aprendizagem, sendo necessário uma organização e planejamento prévio para criação de situações de ensino, uma vez que a integração destes recursos implica em novos tipos de atividades de aprendizagem focadas na geração de significado (KYNIGOS et al., 2009)

Neste sentido, apontamos para a importância do papel do professor no trabalho de concepção de sequências didáticas em ambientes tecnológicos, que segundo Tibúrcio (2016), assemelha-se a um trabalho de engenharia.

Retomando os objetivos deste trabalho, de conceber uma sequência didática com auxílio de simulações no software GeoGebra, tecemos considerações sobre aspectos identificados durante a realização das etapas deste trabalho.

O primeiro aspecto refere-se à possibilidade de propor uma maneira diferente de trabalhar os conteúdos de projeção cônica através de simulações, visto que esta temática tem tido pouco espaço na Educação Básica e Superior, bem como nos livros didáticos. Desta maneira, consideramos que a produção de pesquisas sobre a temática e novas abordagens sobre o tema colabore na valorização deste conteúdo que tem importância inclusive no cotidiano das pessoas.

O segundo aspecto trata das possibilidades de desenvolvimento de sequências didáticas utilizando softwares de Geometria Dinâmica, neste ponto, destacamos as possibilidades de construções do GeoGebra que permitiram a criação das simulações que atenderam os objetivos propostos em cada uma das atividades elaboradas. Ainda se referindo as potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica, o terceiro aspecto aponta para a grande contribuição do uso de simulações no ensino de projeções cônicas pois estas permitem trazer para o ambiente da sala de aula experiências que por diversas razões não seriam possíveis nas suas versões concretas.

Este trabalho nos apresentou diversas possibilidades de estudos futuros, nos quais poderemos através das etapas da metodologia da Engenharia Didática não consideradas neste trabalho (análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação) analisar a aplicação da sequência concebida identicando a contribuição desta na aprendizagem dos elementos de projeções cônicas.

Finalizamos este trabalho destacando a importância de considerar as contribuições da Geometria Dinâmica no ensino de projeções cônicas visando superar as dificuldades de visualização e desenvolvimento do pensamento geométrico atribuídos a décadas de abandono do ensino de Geometria na Educação Básica e pelos métodos de ensino tradicional que continuam privilegiando apenas as representações gráficas em detrimento do pensamento geométrico.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; MELLO, E.G.S. **Iniciação à demonstração:** aprendendo conceitos geométricos. ANPED. 2000. Disponível em:< http://23reuniao.anped.org.br/textos/1930t.PDF>. Acesso em: 10 jan. 2017.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. (org.) Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 193-217.

BARROS, T.G.; BELLEMAIN, F. **Nova Licenciatura Em Expressão Gráfica:** paarcerias para um futuro promissor**.** Anais do Graphica 2013 Expressão gráfica – Tecnologia e Arte para a Inovação. Florianópolis: UFSC. 2013.

BELLEMAIN, F. **Geometria dinâmica:** diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem**.** In: GRAPHICA. São Paulo. 2001. Comunicação Gráfica no Século 21: Tecnologia, Educaçao e Arte. São Paulo: Associação Brasileira de Expressão Gráfica, 2001.

BELLEMAIN, F.; CORREIA, A. M. **Geometria dinâmica:** fundamentos epistemológicos**.** In: 4º Congreso Nacional e 1º Encuentro Internacional de Profesores e Investigadores del Área de Expresión Gráfica, 2004, Rosario. Actas del EGRAFIA 2004. Rosario: EGRAFIA, 2004. v. 1.

BELLEMAIN, F.; ALMEIDA, I. **Geometria papel-lápis vs geometria dinâmica:** re-visar as construções da Geometria papel – lápis com as exigências da geometria dinâmica. In: GRAPHICA. Santa Cruz do Sul – RS, 2003.

BELLEMAIN, F; BELLEMAIN, P. M. B. & GITIRANA, V. **Simulação no Ensino da Matemática:** um exemplo com cabri-géomètre para abordar os conceitos de área e perímetro. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), 3. São Paulo: Águas de Lindóia, 2006.

BRASIL**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental** – Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

________. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2017: Matemática: Ensino Fundamental anos finais**, 2016. 155p.

BROUSSEAU G., **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7.2, La pensée sauvage, Grenoble, p 33-115. 1986

BÚRIGO, E. Z. **Para que ensinar e aprender Geometria no ensino fundamental? Um exercício de reflexão sobre o currículo.** In: Filipouski, Ana M. R., et al. (Orgs.)

Teoria e fazeres na escola em mudança. Porto Alegre: Editora da UFRGS/ Núcleo de Integração Universidade & Escola da PROREXT/ UFRGS,2005, p. 243-252.

CAMPOS, A. R. **O lugar do desenho técnico na educação profissional de ensino médio.** In: Graphica, CURITIBA. DESAFIO DA ERA DIGITAL: ENSINO E TECNOLOGIA. CURITIBA: DDES - UFPR, 2007.

CANOTILHO, L. M.L. **Perspectiva Pictórica**. Bragança, Intituto Politécnico de Bragança, 2005. Disponível em:<https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/962/1/75%20-%20Perspectiva%20pict%C3%B3rica.pdf>. Acesso em 20 dez. 2016.

CAITANO, L. **Representando o espaço em uma folha de papel ou na tela de um computador:** um estudo sobre a perspectiva cônica através do software GeoGebra**.** Porto Alegre: UFRGS, 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre,2013.

FLORES, C. R. **Olhar, Saber, Representar: Ensaios sobre a representação em perspectiva.** Tese de Doutorado em Educação – Ensino de Ciências. UFSC – Florianópolis, 2003.

GRIZ, C; CARVALHO, G.; PEIXOTO, A. **Desenho de Perspectiva e História da Arquitetura:** em busca de uma interdisciplinaridade**.** In: Graphica. Curitiba. 2007. Graphica 2007. Curitiba, 2007.

GÁLVEZ, G. **A Didática da Matemática.** In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 2, p. 26-35.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica:** uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria**.** VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Belo Horizonte, MG, 1996.

GONÇALVES, M. **A importância do conhecimento geométrico aliado ao uso dos meios digitais.** In: V Encuentro Latinoamericano de Diseño "Diseño en Palermo" Primer Congreso Latinoamericano de Enseñanza del Diseño. Actas de Diseño 10. Facultad de Diseño y Comunicación. Universidad de Palermo. Palermo, 2010.

IMENES, L.; LELLIS, M**. Matemática para todos - 8º ano**. 2ª ed. Ed. Scipione S/A, 2006. 350p.

JACQUES, J. J., AZEVEDO, G. Z., AYMONE, J. L. F., TEIXEIRA, F. G. **Nova abordagem para o ensino da Geometria Descritiva Básica.** In: XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia – COBENGE. Porto Alegre: Brasil, 2001.

KYNIGOS, C.; PHILIPPOU, G.; POTARI, D.; SAKONIDIS, H. **Research in mathematics education in Greece and Cyprus.** 2009. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION. 33. Proceedings …, Thessaloniki, Greece, 2009. p. 303-324.

KODAMA, Y. **O estudo da perspectiva cavaleira:** uma experiência no ensino médio. Mestrado em Educação Matemática – PUC/ SP, 2006.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, SBEM, n.4. p.3-3. set. /1995.

LELLIS, M. **Desenho em perspectiva no ensino fundamental – considerações sobre uma experiência.** 2009. Disponível em:< http://nilsonjosemachado.net/sema20090602.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2016.

OLIVEIRA, C. L. **Importância do Desenho Geométrico.** Universidade Católica de Brasília. 2005. Disponível em:< https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/ClezioLemesdeOliveira.pdf>. Acesso em: 17 dez. 2016.

OLIVEIRA, J.; LIMA, M.; CARVALHO, S. **A compatibilidade do ensino tradicional de desenho com as novas tecnologias.** In: Graphica 2013, Florianópolis. Expressão Gráfica – Tecnologia e Arte para Inovação. Florianópolis – UFSC, 2013.

OLIVEIRA, M. M. **Formação de Professores – Produção de conhecimento Sequência Didática.** In: OLIVEIRA, Maria M. Sequência Didática Interativa no processo de formação de professores. Ed. Vozes, 2013. p.13-40.

PAVANELLO, M. R. **O abandono do ensino da geometria no Brasil:** causas e conseqüências. In: Revista Zetetiké, ano 1, nº 1, p. 07-17. São Paulo: UNICAMP, Faculdade de Educação, 1993.

POMMER, W. M. **Brousseau e a idéia de Situação Didática.** Seminários de Ensino de Matemática / FEUSP, 2008. Disponível em:< http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf> Acesso em: 17 dez. 2016.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains.** Armand Colin, pp.239, 1995. Disponível em:< https://hal-univ-paris8.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/1017462/filename/Hommes_et_technologie_Rabardel1995.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2017.

ROSA, A. M. N. **Situação do ensino de perspectiva cônica em instituições públicas e privadas.** In: GRAPHICA. Recife, 2005. Expressão Gráfica & Formação Humanística. Recife: Fundação Antônio do Santos Abranches (FASA), 2005.

SOBRAL FILHA, D.; BARBOSA, G. **Sistemas projetivos para cursos de engenharia.** In: Graphica. Florianópolis. 2013. Expressão Gráfica - Tecnologia e Arte para Inovação. Florianópolis: CCE - UFSC, 2013. v. 1. p. 1.

SOUZA, M. R. **Uma sequência de ensino para o estudo da perspectiva cônica.** Mestrado Acadêmico em Educação Matemática - Universidade Bandeirante de São Paulo, 2010.

SCHIMIDT, A. **O uso de Geometria Dinâmica na transformação de figuras.** Trabalho de Conclusão de Curso – UFSC. Florianópolis, 2002.

TEIXEIRA, P. J.; PASSOS, C. C. **Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau.** In: Zetetiké – FE/ UNICAMP, 2013. p. 155-168.

TIBÚRCIO, R. **Processo de desenvolvimento de software educativo:** um estudo da prototipação de um software para o ensino de função**.** Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica – Universidade Federal de Pernambuco, 2016.

VALENTE, V. **Desenvolvimento de um ambiente computacional interativo e adaptativo para apoiar o aprendizado de Geometria Descritiva.** 2003. 148f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da USP. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

VALENTE, J. A. **Análise de diferentes tipos de softwares usados na educação.** In: VALENTE, José Armando (org.) O computador na sociedade do conhecimento. Campinas, SP: UNICAMP/NIED,1999.

ZABALA, A. **A prática educativa.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICES

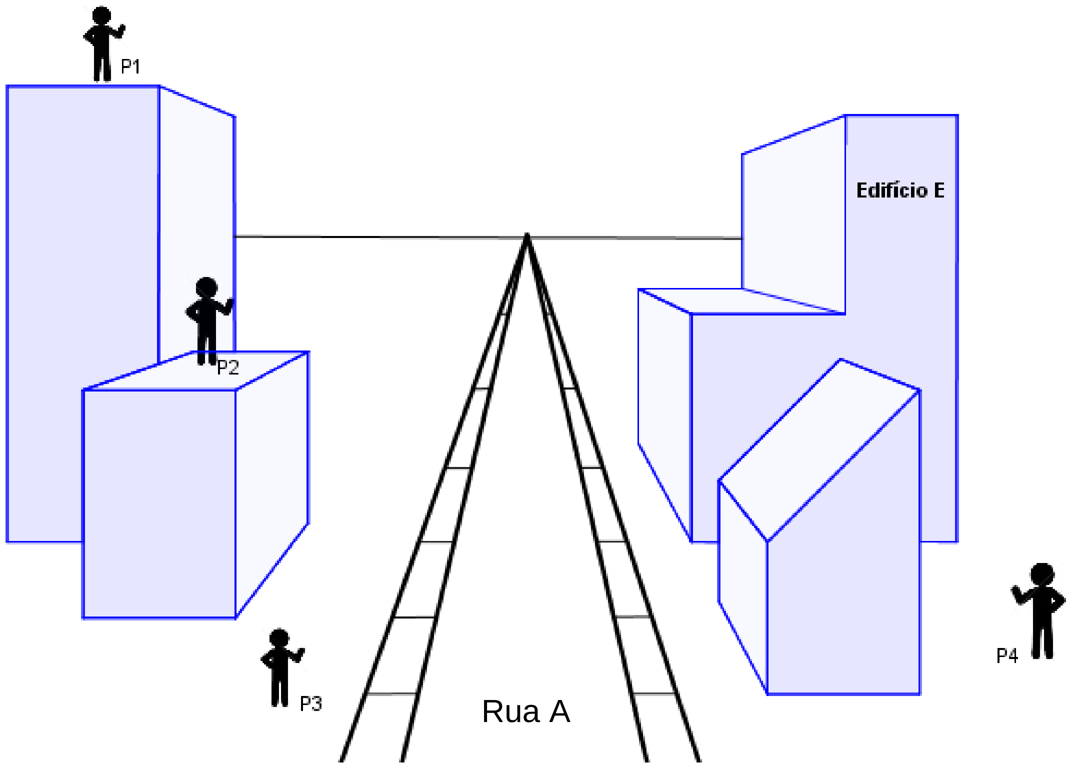
APÊNDICE A: Pré Teste e Pós Teste

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO – UFPE
CENTRO DE ARTES E COMUNICAÇÕES – CAC
LICENCIATURA EM EXPRESSÃO GRÁFICA

PRÉ TESTE

ALUNO: ____DATA: ____/____/________

1 – Observe a representação da rua A abaixo e a posição dos observadores. Represente como cada observador irá enxergar o edifício E.



Posição 1

Posição 2

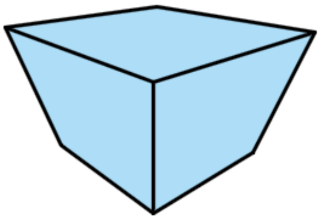
Posição 3

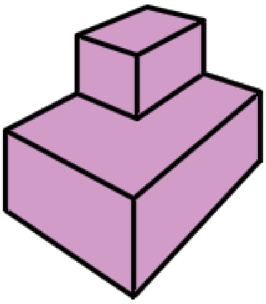
Posição 4

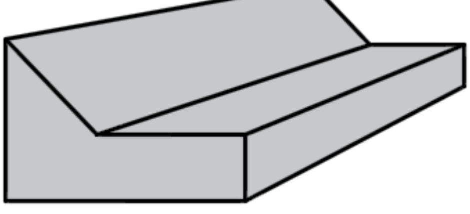
2- Observe os edifícios abaixo e faça um esboço de cada um respeitando suas características.

3 – Observando estas figuras é possível determinar o (s) ponto (s) para onde as linhas convergem?

Represente essa (s) linhas (s) e ponto (s) se existir (em).







4 - Identifique e indique se há nas fotografias e obras de artes os seguintes elementos:

- Linhas convergindo para um mesmo ponto;

- Linha de visão.

Figura 1– A última ceia

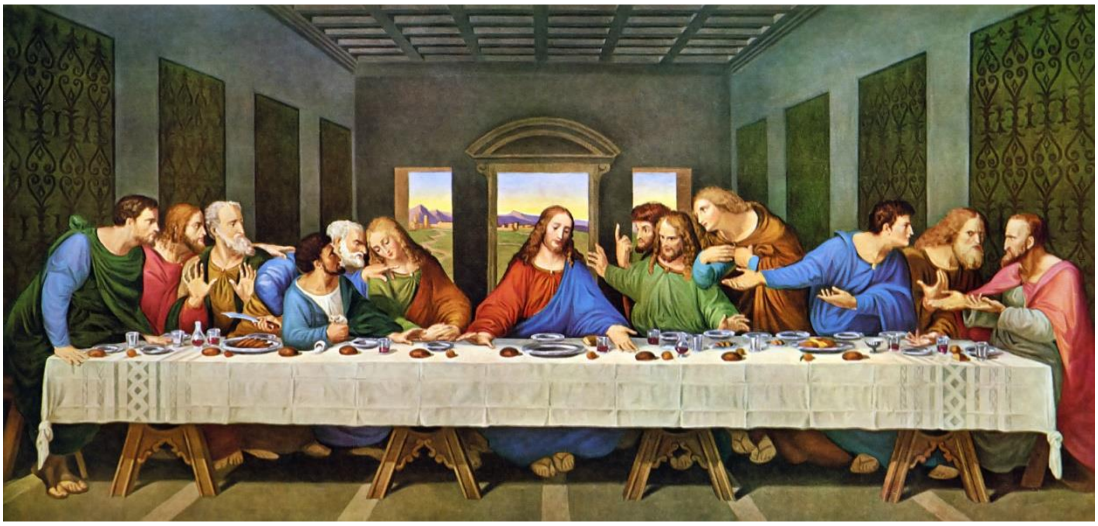


Figura 2 - Museu de la Ciudade – Guatemala

Figura 3 – Escola de Atenas

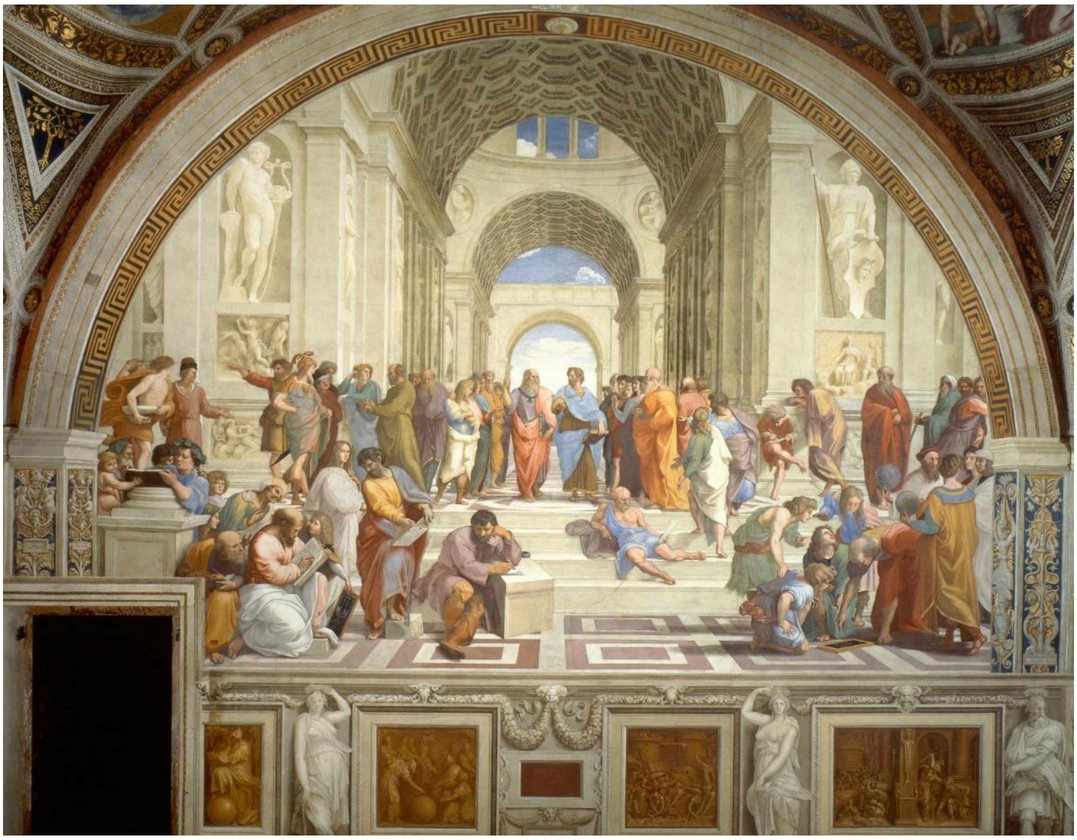


Figura 4- Edifício Maria Ângela Lucena

5 - Observe o objeto exposto e a partir das suas características o represente no espaço abaixo, considerando que as arestas deste objeto convertem para o ponto A.

x A

APÊNDICE B: Ficha de atividades

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO – UFPE

CENTRO DE ARTES E COMUNICAÇÕES – CAC

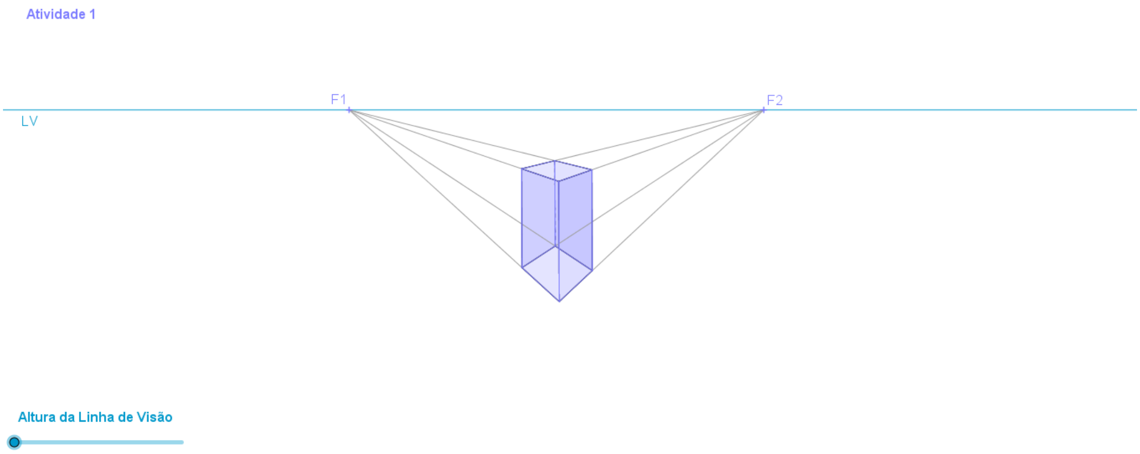
LICENCIATURA EM EXPRESSÃO GRÁFICA

ATIVIDADES

VAMOS EXPLORAR UM POUCO O GEOGEBRA!

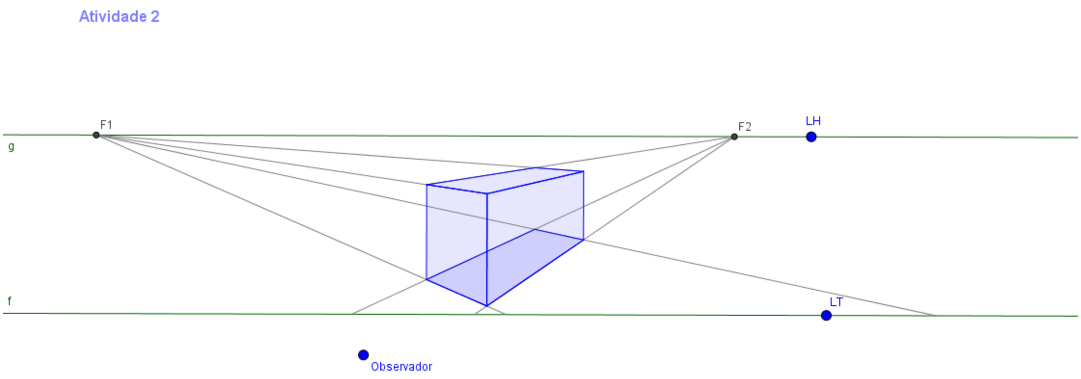
1 – Abra o arquivo Atividade 1.

Realize alterações no controle deslizante Altura da Linha de Visão.



Ao mover a Altura da linha de visão que alterações você percebe na forma como você vê a perspectiva do prisma?
Descreva suas observações, buscando estabelecer uma relação entre os elementos desta construção.

2- Abra o arquivo Atividade 2.

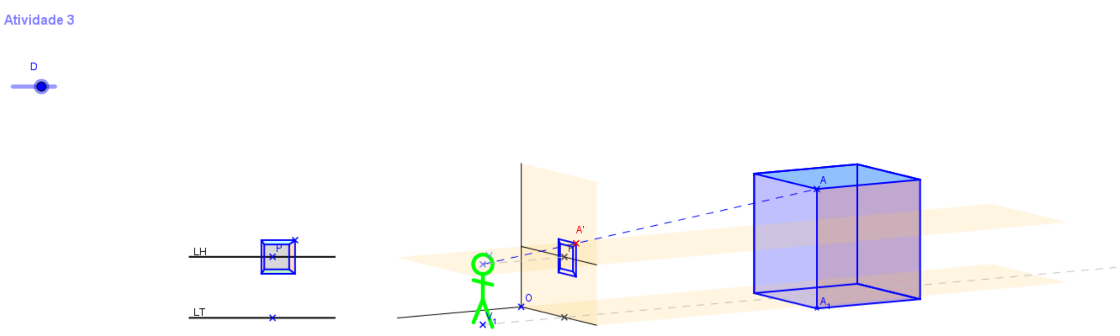


Movimente o ponto que representa o Observador.

Observe o que estas movimentações alteram na forma como o prisma é apresentado. Descreva suas observações, buscando estabelecer uma relação entre os elementos destas construções.

3- Abra o arquivo Atividade 3.

Observe o esquema abaixo e na tela do GeoGebra.



Ao mover o controle deslizante D que alterações você percebe no esquema? Descreva suas observações justificando a relação entre o objeto e o observador.

ANEXOS

ANEXO A – Protocolos de Construção

Elizabeth Rosendo: Simulação 1 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da B...	Descrição	Valor
1	Número a_1			$a_1 = 0$
2	Número b_1			$b_1 = -5$
3	Número Altura			Altura = 0
4	Reta LV		$a_1 x + b_1 y$ = Altura	LV: y = 0
5	Ponto F1		Ponto sobre LV	F1 = (1.18, 0)
6	Ponto F2		Ponto sobre LV	F2 = (12.98, 0)
7	Ponto C			C = (0.02, -5.46)
8	Reta g		Reta passando por C e paralela a LV	g: y = -5.46
9	Ponto D		Ponto sobre g	D = (7.16, -5.46)
10	Ponto E			E = (7.14, -2.04)
11	Segmento h		Segmento [D, E]	h = 3.42
12	Segmento i		Segmento [F1, E]	i = 6.3
13	Segmento j		Segmento [F1, D]	j = 8.1
14	Segmento k		Segmento [D, F2]	k = 7.98
15	Segmento l		Segmento [E, F2]	l = 6.18
16	Segmento m		Segmento [F1, F2]	m = 11.8
17	Reta n		Mediatriz de m	n: x = 7.08
18	Ponto F		Ponto de interseção de LV, n	F = (7.08, 0)
19	Círculo d		Círculo com centro F e raio 1	d: $(x - 7.08)^2 + y^2 = 1$
20	Ponto G		Ponto de interseção de d, LV	G = (6.08, 0)
21	Ponto H		Ponto de interseção de d, LV	H = (8.08, 0)

Elizabeth Rosendo: Simulação 1 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da B...	Descrição	Valor
22	Reta p		Reta passando por G e paralela a h	p: -3.42x - 0.02y = -20.81
23	Reta q		Reta passando por H e paralela a h	q: -3.42x - 0.02y = -27.65
24	Ponto I		Ponto de interseção de p, j	I = (6.1, -4.49)
25	Ponto J		Ponto de interseção de q, k	J = (8.1, -4.58)
26	Ponto K		Ponto de interseção de p, i	K = (6.09, -1.68)
27	Ponto L		Ponto de interseção de q, l	L = (8.09, -1.71)
28	Segmento r		Segmento [K, F2]	r = 7.09
29	Segmento s		Segmento [L, F1]	s = 7.11
30	Segmento t		Segmento [I, F2]	t = 8.22
31	Segmento e		Segmento [J, F1]	e = 8.3
32	Segmento f_1		Segmento [K, I]	f_1 = 2.82
33	Segmento g_1		Segmento [L, J]	g_1 = 2.87
34	Número a	a = 2		a = 0.65
35	Reta h_1		a x + b_1 y = Altura	h_1: 0.65x - 5y = 0
36	Número b	a = 2		b = -5
37	Reta i_1		a x + b y = Altura	i_1: 0.65x - 5y = 0
38	Texto texto1	ABC		"Altura da Linha de Visão"
39	Ponto M		Ponto de interseção de r, s	M = (7.03, -1.45)
40	Segmento f		Segmento [M, L]	f = 1.09
41	Segmento c		Segmento [L, E]	c = 1
42	Segmento j_1		Segmento [E, K]	j_1 = 1.12

2

Elizabeth Rosendo: Simulação 1 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da B...	Descrição	Valor
43	Segmento k_1		Segmento [K, M]	k_1 = 0.97
44	Ponto N		Ponto de interseção de t, e	N = (7.04, -3.88)
45	Segmento l_1		Segmento [M, N]	l_1 = 2.43
46	Segmento m_1		Segmento [N, I]	m_1 = 1.13
47	Segmento n_1		Segmento [N, J]	n_1 = 1.27
48	Segmento p_1		Segmento [I, D]	p_1 = 1.43
49	Segmento q_1		Segmento [D, J]	q_1 = 1.29
50	Quadrilátero pol4		Polígono E, L, J, D	pol4 = 2.98
50	Segmento e_2		Segmento [E, L] de Quadrilátero pol4	e_2 = 1
50	Segmento l_3		Segmento [L, J] de Quadrilátero pol4	l_3 = 2.87
50	Segmento j_3		Segmento [J, D] de Quadrilátero pol4	j_3 = 1.29
50	Segmento d_2		Segmento [D, E] de Quadrilátero pol4	d_2 = 3.42
51	Quadrilátero pol1		Polígono M, N, I, K	pol1 = 2.48
51	Segmento m_2		Segmento [M, N] de Quadrilátero pol1	m_2 = 2.43
51	Segmento n_2		Segmento [N, I] de Quadrilátero pol1	n_2 = 1.13
51	Segmento i_2		Segmento [I, K] de Quadrilátero pol1	i_2 = 2.82
51	Segmento k_2		Segmento [K, M] de Quadrilátero pol1	k_2 = 0.97
52	Quadrilátero pol2		Polígono M, L, J, N	pol2 = 2.79
52	Segmento m_3		Segmento [M, L] de Quadrilátero pol2	m_3 = 1.09
52	Segmento l_2		Segmento [L, J] de Quadrilátero pol2	l_2 = 2.87

3

Elizabeth Rosendo: Simulação 1 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da B...	Descrição	Valor
52	Segmento j_2		Segmento [J, N] de Quadrilátero pol2	j_2 = 1.27
52	Segmento n_3		Segmento [N, M] de Quadrilátero pol2	n_3 = 2.43
53	Quadrilátero pol3		Polígono K, E, D, I	pol3 = 3.29
53	Segmento k_3		Segmento [K, E] de Quadrilátero pol3	k_3 = 1.12
53	Segmento e_1		Segmento [E, D] de Quadrilátero pol3	e_1 = 3.42
53	Segmento d_1		Segmento [D, I] de Quadrilátero pol3	d_1 = 1.43
53	Segmento i_3		Segmento [I, K] de Quadrilátero pol3	i_3 = 2.82
54	Texto Atividade	ABC		"Atividade 1"

4

Elizabeth Rosendo: Simulação 2 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da Barra ...	Descrição	Valor
22	Reta m		Reta passando por V e paralela a k	m: 9.71x + 0.08y = -19.97
23	Reta n		Reta passando por V e paralela a j	n: -0.08x + 9.71y = 100.91
24	Ponto F2		Ponto de interseção de m, g	F2 = (-2.04, -1.39)
25	Ponto F1		Ponto de interseção de g, n	F1 = (-1130.82, 1.55)
26	Ponto P		Ponto de interseção de g, h	P = (-2.17, -1.39)
27	Segmento p		Segmento [F1, J]	p = 2457.08
28	Segmento q		Segmento [F1, I]	q = 1525.11
29	Segmento r		Segmento [F2, H]	r = 15.59
30	Segmento s		Segmento [F2, G]	s = 22.79
31	Ponto K		Ponto de interseção de q, r	K = (-8.96, -10.55)
32	Ponto L		Ponto de interseção de p, r	L = (-6.34, -7.09)
33	Ponto M		Ponto de interseção de p, s	M = (-10.76, -7.05)
34	Ponto N		Ponto de interseção de q, s	N = (-16.01, -10.47)
35	Quadrilátero pol2		Polígono N, M, L, K	pol2 = 19.93
35	Segmento n_1		Segmento [N, M] de Quadrilátero pol2	n_1 = 6.27
35	Segmento m_1		Segmento [M, L] de Quadrilátero pol2	m_1 = 4.41
35	Segmento l_1		Segmento [L, K] de Quadrilátero pol2	l_1 = 4.33
35	Segmento k_1		Segmento [K, N] de Quadrilátero pol2	k_1 = 7.06
36	Reta t		Reta passando por H e paralela a j	t: -14.12x + 1806.29y = -24830.86
37	Ponto O		Ponto de interseção de i, t	O = (-21.15, -13.91)
38	Círculo d		Círculo por O com centro H	d: $(x + 11.44)^2 + (y + 13.84)^2 = 94.37$
39	Reta b		Reta passando por H e paralela a h	b: 3559.25x - 9.28y = -40589.47
40	Ponto Q		Ponto de interseção de d, b	Q = (-11.41, -4.12)
41	Reta g_1		Reta passando por K e paralela a h	g_1: 366161.64x - 954.93y = -3269394.98
42	Reta h_1		Reta passando por L e paralela a h	h_1: 588563.69x - 1534.95y = -3723396.77

Elizabeth Rosendo: Simulação 2 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da Barra ...	Descrição	Valor
1	Ponto LT			LT = (7.61, -13.89)
2	Ponto B			B = (-11.53, -13.84)
3	Reta f		Reta LTB	f: -0.05x - 19.14y = 265.42
4	Ponto LH			LH = (6.56, -1.42)
5	Reta g		Reta passando por LH e paralela a f	g: -0.05x - 19.14y = 26.79
6	Ponto V			V = (-2.14, 10.37)
7	Reta h		Reta passando por V e perpendicular a g	h: 19.14x - 0.05y = -41.42
8	Ponto Observador			Observador = (-21.12, -18.14)
9	Ponto C			C = (-21.05, -27.85)
10	Reta i		Reta ObservadorC	i: 9.71x + 0.08y = -206.55
11	Reta j		Reta passando por Observador e perpendicular a i	j: -0.08x + 9.71y = -174.62
12	Círculo c		Círculo por C com centro Observador	c: $(x + 21.12)^2 + (y + 18.14)^2 = 94.37$
13	Ponto D		Ponto de interseção de c, j	D = (-30.84, -18.22)
13	Ponto E		Ponto de interseção de c, j	E = (-11.41, -18.06)
14	Reta k		Reta passando por E e paralela a i	k: 9.71x + 0.08y = -112.18
15	Reta l		Reta passando por C e paralela a j	l: -0.08x + 9.71y = -268.99
16	Ponto F		Ponto de interseção de k, l	F = (-11.33, -27.78)
17	Quadrilátero pol1		Polígono E, F, C, Observador	pol1 = 94.37
17	Segmento e		Segmento [E, F] de Quadrilátero pol1	e = 9.71
17	Segmento f_1		Segmento [F, C] de Quadrilátero pol1	f_1 = 9.71
17	Segmento c_1		Segmento [C, Observador] de Quadrilátero pol1	c_1 = 9.71
17	Segmento a		Segmento [Observador, E] de Quadrilátero pol1	a = 9.71
18	Ponto G		Ponto de interseção de i, f	G = (-21.16, -13.81)
19	Ponto H		Ponto de interseção de f, k	H = (-11.44, -13.84)
20	Ponto I		Ponto de interseção de f, j	I = (394.2, -14.89)
21	Ponto J		Ponto de interseção de f, l	J = (1326.19, -17.32)

Elizabeth Rosendo: Simulação 2 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da Barra ...	Descrição	Valor
43	Reta i_1		Reta passando por M e paralela a h	i_1: 590882.01x - 1541y = -6345010.94
44	Reta j_1		Reta passando por N e paralela a h	j_1: 368479.97x - 960.98y = -5891009.15
45	Segmento p_1		Segmento [H, Q]	p_1 = 9.71
46	Segmento q_1		Segmento [H, O]	q_1 = 9.71
47	Arco d_1		ArcoCircular[H, Q, O]	d_1 = 15.36
48	Segmento r_1		Segmento [Q, F2]	r_1 = 9.76
49	Ponto R		Ponto de interseção de g_1, r_1	R = (-8.94, -3.4)
50	Ponto S		Ponto de interseção de h_1, r_1	S = (-6.33, -2.64)
51	Segmento s_1		Segmento [R, F1]	s_1 = 1121.89
52	Segmento t_1		Segmento [S, F1]	t_1 = 1124.49
53	Ponto T		Ponto de interseção de j_1, s_1	T = (-16, -3.37)
54	Ponto U		Ponto de interseção de i_1, t_1	U = (-10.75, -2.63)
55	Segmento a_1		Segmento [T, F2]	a_1 = 14.09
56	Reta b_1		Reta VF	b_1: 38.15x - 9.19y = -176.88
57	Quadrilátero pol3		Polígono K, R, S, L	pol3 = 15.08
57	Segmento k_2		Segmento [K, R] de Quadrilátero pol3	k_2 = 7.15
57	Segmento r_2		Segmento [R, S] de Quadrilátero pol3	r_2 = 2.71
57	Segmento s_2		Segmento [S, L] de Quadrilátero pol3	s_2 = 4.45
57	Segmento l_2		Segmento [L, K] de Quadrilátero pol3	l_2 = 4.33
58	Quadrilátero pol4		Polígono S, U, T, R	pol4 = 4.4
58	Segmento s_3		Segmento [S, U] de Quadrilátero pol4	s_3 = 4.41
58	Segmento u		Segmento [U, T] de Quadrilátero pol4	u = 5.3
58	Segmento t_2		Segmento [T, R] de Quadrilátero pol4	t_2 = 7.06
58	Segmento r_3		Segmento [R, S] de Quadrilátero pol4	r_3 = 2.71

Elizabeth Rosendo: Simulação 2 (17 Janeiro 2017)

N.	Nome	Ícone da Barra ...	Descrição	Valor
59	Quadrilátero pol5		Polígono T, N, K, R	pol5 = 50.28
59	Segmento t_3		Segmento [T, N] de Quadrilátero pol5	t_3 = 7.1
59	Segmento n_2		Segmento [N, K] de Quadrilátero pol5	n_2 = 7.06
59	Segmento k_3		Segmento [K, R] de Quadrilátero pol5	k_3 = 7.15
59	Segmento r_4		Segmento [R, T] de Quadrilátero pol5	r_4 = 7.06
60	Texto texto1	ABC		"Atividade 2"

4

Adaptada : Simulação 3 (17 de j

N.	Nome	Ícone da Barra de Ferramentas	Descrição	Valor
1	Ponto O			O = (13.71744, 0.45784)
2	Número a		ESp[O]	a = 2
2	Ponto A_4		ESp[O]	A_4 = (12.12436, 0)
2	Círculo c		ESp[O]	c: $(x - 12.12436)^2 + y^2 = 12$
2	Segmento b		ESp[O]	b = 6
2	Segmento d		ESp[O]	d = 0.4
2	Segmento e		ESp[O]	e = 0.4
2	Segmento f		ESp[O]	f = 5.14716
2	Segmento g		ESp[O]	g = 3.21002
2	Segmento h		ESp[O]	h = 5.93317
2	Quadrilátero polígono1		ESp[O]	polígono1 = 6.35822
2	Quadrilátero polígono2		ESp[O]	polígono2 = 18.46976
2	Quadrilátero polígono3		ESp[O]	polígono3 = 30.41461
3	Ponto V_1			V_1 = (12.12833, -0.28331)
4	Reta i		Reta passando por V_1 e paralela a g	i: 0.78298x + 3.11802y = 8.37031
5	Reta j		Reta passando por V_1 e paralela a f	j: -0.46409x + 5.1262y = -7.0809
6	Reta k		Reta passando por V_1 e paralela a h	k: x = 12.12833
7	Ponto V		Ponto sobre k	V = (12.12833, 2.21461)
8	Círculo p		Círculo com centro V e raio 0.4	p: $(x - 12.12833)^2 + (y - 2.21461)^2 = 0.16$
9	Círculo q		Círculo com centro V_1 e raio 0.4	q: $(x - 12.12833)^2 + (y + 0.28331)^2 = 0.16$
10	Ponto D_4		Ponto de interseção de q, i	D_4 = (11.73979, -0.18824)
11	Ponto E		Ponto de interseção de q, i	E = (12.51686, -0.37839)
12	Ponto F		Ponto de interseção de p, k	F = (12.12833, 1.81461)
13	Ponto G		Ponto médio de FV_1	G = (12.12833, 0.76565)
14	Segmento l		Segmento [G, D_4]	l = 1.02998
15	Segmento m		Segmento [G, E]	m = 1.20821
16	Segmento n		Segmento [G, F]	n = 1.04896
17	Ponto H		Ponto sobre n	H = (12.12833, 1.46644)
18	Reta r		Reta passando por H e paralela a i	r: 0.78298x + 3.11802y = 13.92295
19	Reta s		Reta passando por D_4 e paralela a h	s: x = 11.73979
20	Reta t		Reta passando por E e paralela a h	t: x = 12.51686
21	Ponto I		Ponto de interseção de s, r	I = (11.73979, 1.56051)
22	Ponto J		Ponto de interseção de t, r	J = (12.51686, 1.37036)
23	Segmento a_7		Segmento [I, J]	a_7 = 0.8
24	Reta b_1		Reta passando por D_4 e paralela a h	b_1: x = 11.73979
25	Reta c_1		Reta passando por E e paralela a h	c_1: x = 12.51686
26	Ponto C		Ponto de interseção de r, b_1	C = (11.73979, 1.56051)
27	Ponto K		Ponto de interseção de r, c_1	K = (12.51686, 1.37036)
28	Número ancho			ancho = 5
29	Número largo			largo = 5
30	Número alto			alto = 5
31	Número D			D = 15
32	Ponto L		Ponto sobre EixoX	L = (1.76502, 0)
33	Reta d_1		PerpendicularaLT[L]	d_1: x = 1.76502
34	Círculo e_1		Círculo com centro L e raio D	e_1: $(x - 1.76502)^2 + y^2 = 225$
35	Ponto M		Ponto de interseção de e_1, d_1	M = (1.76502, 15)
36	Reta f_1		Reta passando por M e paralela a EixoX	f_1: y = 15
37	Círculo g_1		Círculo com centro M e raio ancho	g_1: $(x - 1.76502)^2 + (y - 15)^2 = 25$
38	Ponto N		Ponto de interseção de g_1, f_1	N = (6.76502, 15)

Adaptada : Simulação 3 (17 de j

N.	Nome	Ícone da Barra de Ferramentas	Descrição	Valor
39	Círculo h_1		Círculo com centro M e raio largo	$h_1: (x - 1.76502)^2 + (y - 15)^2 = 25$
40	Ponto P_1		Ponto de interseção de h_1, d_1	$P_1 = (1.76502, 20)$
41	Reta i_1		Reta passando por N e paralela a EixoY	$i_1: x = 6.76502$
42	Reta j_1		Reta passando por P_1 e paralela a EixoX	$j_1: y = 20$
43	Ponto Q		Ponto de interseção de i_1, j_1	$Q = (6.76502, 20)$
44	Ponto R		Ponto de interseção de i_1, EixoX	$R = (6.76502, 0)$
45	Círculo k_1		Círculo com centro L e raio alto	$k_1: (x - 1.76502)^2 + y^2 = 25$
46	Ponto S		Ponto de interseção de k_1, d_1	$S = (1.76502, 5)$
47	Reta l_1		Reta passando por S e paralela a EixoX	$l_1: y = 5$
48	Ponto T		Ponto de interseção de i_1, l_1	$T = (6.76502, 5)$
49	Ponto U		ProyAsimp[M, S, O]	$U = (27.46017, 6.33791)$
49	Ponto W		ProyAsimp[M, S, O]	$W = (27.46017, 1.3936)$
49	Ponto Z		ProyAsimp[M, S, O]	$Z = (14.63487, 0.23339)$
49	Ponto A_5		ProyAsimp[M, S, O]	$A_5 = (14.63487, 5.1777)$
50	Ponto B_1		ProyAsimp[P_1, S, O]	$B_1 = (31.72201, 6.72466)$
50	Ponto C_1		ProyAsimp[P_1, S, O]	$C_1 = (31.72201, 1.78034)$
50	Ponto D_1		ProyAsimp[P_1, S, O]	$D_1 = (14.63487, 0.23339)$
50	Ponto E_1		ProyAsimp[P_1, S, O]	$E_1 = (14.63487, 5.1777)$
51	Ponto A		ProyAsimp[N, T, O]	$A = (30.04853, 5.70209)$
51	Ponto A_1		ProyAsimp[N, T, O]	$A_1 = (30.04853, 0.75779)$
51	Ponto H_1		ProyAsimp[N, T, O]	$H_1 = (17.23303, -0.40243)$
51	Ponto I_1		ProyAsimp[N, T, O]	$I_1 = (17.23303, 4.54188)$
52	Ponto J_1		ProyAsimp[Q, T, O]	$J_1 = (34.32036, 6.08883)$
52	Ponto K_1		ProyAsimp[Q, T, O]	$K_1 = (34.32036, 1.14452)$
52	Ponto L_1		ProyAsimp[Q, T, O]	$L_1 = (17.23303, -0.40243)$
52	Ponto M_1		ProyAsimp[Q, T, O]	$M_1 = (17.23303, 4.54188)$
53	Quadrilátero polígono4		Polígono W, A_1, A, U	polígono4 = 12.84705
53	Segmento w		Segmento [W, A_1] de Quadrilátero polígono4	$w = 2.67501$
53	Segmento g_2		Segmento [A_1, A] de Quadrilátero polígono4	$g_2 = 4.94431$
53	Segmento f_2		Segmento [A, U] de Quadrilátero polígono4	$f_2 = 2.67501$
53	Segmento u		Segmento [U, W] de Quadrilátero polígono4	$u = 4.94431$
54	Quadrilátero polígono5		Polígono A_1, K_1, J_1, A	polígono5 = 21.12126
54	Segmento g_3		Segmento [A_1, K_1] de Quadrilátero polígono5	$g_3 = 4.2893$
54	Segmento k_2		Segmento [K_1, J_1] de Quadrilátero polígono5	$k_2 = 4.94431$
54	Segmento j_2		Segmento [J_1, A] de Quadrilátero polígono5	$j_2 = 4.2893$
54	Segmento f_3		Segmento [A, A_1] de Quadrilátero polígono5	$f_3 = 4.94431$
55	Quadrilátero polígono6		Polígono U, A, J_1, B_1	polígono6 = 3.72099
55	Segmento u_1		Segmento [U, A] de Quadrilátero polígono6	$u_1 = 2.67501$
55	Segmento f_4		Segmento [A, J_1] de Quadrilátero polígono6	$f_4 = 4.2893$
55	Segmento j_3		Segmento [J_1, B_1] de Quadrilátero polígono6	$j_3 = 2.67501$
55	Segmento b_2		Segmento [B_1, U] de Quadrilátero polígono6	$b_2 = 4.2893$
56	Quadrilátero polígono7		Polígono M, N, Q, P_1	polígono7 = 25
56	Segmento m_1		Segmento [M, N] de Quadrilátero polígono7	$m_1 = 5$
56	Segmento n_1		Segmento [N, Q] de Quadrilátero polígono7	$n_1 = 5$
56	Segmento q_1		Segmento [Q, P_1] de Quadrilátero polígono7	$q_1 = 5$
56	Segmento p_1		Segmento [P_1, M] de Quadrilátero polígono7	$p_1 = 5$

Adaptada : Simulação 3 (17 de j

N.	Nome	Ícone da Barra de Ferramentas	Descrição	Valor
57	Reta r_1		Reta passando por V e paralela a j	r_1: -0.48409x + 5.1282y = 5.72395
58	Ponto N_1		Ponto de interseção de j, g	N_1 = (15.49915, 0.02185)
59	Reta s_1		Reta passando por N_1 e paralela a h	s_1: x = 15.49915
60	Ponto P		Ponto de interseção de r_1, s_1	P = (15.49915, 2.51978)
61	Vetor v		Vetor[N_1, P]	v = (0, 2.49792)
62	Segmento g'		Translação de g por v	g' = 3.21302
63	Semirreta t_1		Semirreta com origem V_1 passando por N_1	t_1: -0.30517x + 3.37082y = -4.65815
64	Segmento a_2		Segmento [V_1, A_1]	a_2 = 17.95042
65	Segmento c_2		Segmento [V, A]	c_2 = 18.2564
66	Ponto O_1		Ponto de interseção de g, a_2	O_1 = (15.86023, -0.0665)
67	Reta d_2		PerpendicularaLT[O_1]	d_2: x = 15.86023
68	Ponto A'		Ponto de interseção de c_2, d_2	A' = (15.86023, 2.94088)
69	Segmento e_2		Segmento [V, A_1]	e_2 = 17.87932
70	Ponto R_1		Ponto de interseção de d_2, e_2	R_1 = (15.86023, 1.91122)
71	Segmento h_2		Segmento [A', R_1]	h_2 = 1.02966
72	Segmento i_2		Perspsegmento[V, V_1, U, W, O]	i_2 = 1.02966
72	Ponto S_1		Perspsegmento[V, V_1, U, W, O]	S_1 = (15.31912, 3.07329)
72	Ponto T_1		Perspsegmento[V, V_1, U, W, O]	T_1 = (15.31912, 2.04363)
73	Segmento l_2		Segmento [S_1, A']	l_2 = 0.55707
74	Segmento m_2		Segmento [T_1, R_1]	m_2 = 0.55707
75	Reta n_2		PerpendicularaLT[S_1]	n_2: x = 15.31912
76	Ponto U_1		Ponto de interseção de n_2, g	U_1 = (15.31912, 0.06591)
77	Segmento p_2		Perspsegmento[V, V_1, J_1, K_1, O]	p_2 = 0.81466
77	Ponto V_3		Perspsegmento[V, V_1, J_1, K_1, O]	V_3 = (15.78483, 2.85295)
77	Ponto W_1		Perspsegmento[V, V_1, J_1, K_1, O]	W_1 = (15.78483, 2.03829)
78	Segmento q_2		Perspsegmento[V, V_1, B_1, C_1, O]	q_2 = 0.81466
78	Ponto Z_1		Perspsegmento[V, V_1, B_1, C_1, O]	Z_1 = (15.36871, 2.95771)
78	Ponto A_2		Perspsegmento[V, V_1, B_1, C_1, O]	A_2 = (15.36871, 2.14306)
79	Segmento r_2		Segmento [A_2, W_1]	r_2 = 0.44076
80	Segmento s_2		Segmento [Z_1, V_3]	s_2 = 0.44075
81	Ponto B_2		ProyDAenLT[N_1, O]	B_2 = (3.42852, 0)
82	Segmento t_2		ProyDAenPV[P, O]	t_2 = 2.52608
82	Ponto C_2		ProyDAenPV[P, O]	C_2 = (3.42852, 0)
82	Ponto D_2		ProyDAenPV[P, O]	D_2 = (3.42852, 2.52608)
82	Ponto E_2		ProyDAenPV[P, O]	E_2 = (15.49915, 0.02185)
83	Vetor z		Vetor[B_2, D_2]	z = (0, 2.52608)
84	Segmento LH_1		Translação de b por z	LH_1 = 6
85	Segmento a_3		ProyDAenPV[T_1, O]	a_3 = 2
85	Ponto F_2		ProyDAenPV[T_1, O]	F_2 = (3.0821, 0)
85	Ponto G_2		ProyDAenPV[T_1, O]	G_2 = (3.0821, 2)
85	Ponto H_2		ProyDAenPV[T_1, O]	H_2 = (15.31912, 0.06591)
86	Segmento b_3		ProyDAenPV[R_1, O]	b_3 = 2
86	Ponto I_2		ProyDAenPV[R_1, O]	I_2 = (4.12335, 0)
86	Ponto J_2		ProyDAenPV[R_1, O]	J_2 = (4.12335, 2)
86	Ponto K_2		ProyDAenPV[R_1, O]	K_2 = (15.86023, -0.0665)
87	Segmento c_3		ProyDAenPV[A', O]	c_3 = 3.04128

Adaptada : Simulação 3 (17 de j

N.	Nome	Ícone da Barra de Ferramentas	Descrição	Valor
87	Ponto L_2		ProyOAenPV[A', O]	$L_2 = (4.12335, 0)$
87	Ponto M_2		ProyOAenPV[A', O]	$M_2 = (4.12335, 3.04126)$
87	Ponto N_2		ProyOAenPV[A', O]	$N_2 = (15.86023, -0.0565)$
88	Segmento d_3		ProyOAenPV[S_1, O]	$d_3 = 3.04126$
88	Ponto O_2		ProyOAenPV[S_1, O]	$O_2 = (3.0821, 0)$
88	Ponto P_2		ProyOAenPV[S_1, O]	$P_2 = (3.0821, 3.04126)$
88	Ponto Q_2		ProyOAenPV[S_1, O]	$Q_2 = (15.31912, 0.05691)$
89	Segmento e_3		Segmento [G_2, J_2]	$e_3 = 1.04126$
90	Segmento h_3		Segmento [J_2, M_2]	$h_3 = 1.04126$
91	Segmento i_3		Segmento [M_2, P_2]	$i_3 = 1.04126$
92	Segmento k_3		Segmento [P_2, G_2]	$k_3 = 1.04126$
93	Segmento l_3		ProyOAenPV[A_2, O]	$l_3 = 2.10985$
93	Ponto R_2		ProyOAenPV[A_2, O]	$R_2 = (3.15443, 0)$
93	Ponto S_2		ProyOAenPV[A_2, O]	$S_2 = (3.15443, 2.10985)$
93	Ponto T_2		ProyOAenPV[A_2, O]	$T_2 = (15.35671, 0.05671)$
94	Segmento m_3		ProyOAenPV[W_1, O]	$m_3 = 2.10985$
94	Ponto U_2		ProyOAenPV[W_1, O]	$U_2 = (3.97827, 0)$
94	Ponto V_2		ProyOAenPV[W_1, O]	$V_2 = (3.97827, 2.10985)$
94	Ponto W_2		ProyOAenPV[W_1, O]	$W_2 = (15.78483, -0.04805)$
95	Segmento n_3		ProyOAenPV[V_3, O]	$n_3 = 2.93368$
95	Ponto Z_2		ProyOAenPV[V_3, O]	$Z_2 = (3.97827, 0)$
95	Ponto A_3		ProyOAenPV[V_3, O]	$A_3 = (3.97827, 2.93368)$
95	Ponto B_3		ProyOAenPV[V_3, O]	$B_3 = (15.78483, -0.04805)$
96	Segmento p_3		ProyOAenPV[Z_1, O]	$p_3 = 2.93368$
96	Ponto C_3		ProyOAenPV[Z_1, O]	$C_3 = (3.15443, 0)$
96	Ponto D_3		ProyOAenPV[Z_1, O]	$D_3 = (3.15443, 2.93368)$
96	Ponto E_3		ProyOAenPV[Z_1, O]	$E_3 = (15.35671, 0.05671)$
97	Segmento q_3		Segmento [S_2, D_3]	$q_3 = 0.82383$
98	Segmento r_3		Segmento [D_3, A_3]	$r_3 = 0.82383$
99	Segmento s_3		Segmento [A_3, V_2]	$s_3 = 0.82383$
100	Segmento t_3		Segmento [V_2, S_2]	$t_3 = 0.82383$
101	Quadrilátero polígono8		Polígono W, C_1, B_1, U	polígono8 = 21.12126
101	Segmento w_1		Segmento [W, C_1] de Quadrilátero polígono8	$w_1 = 4.2893$
101	Segmento c_4		Segmento [C_1, B_1] de Quadrilátero polígono8	$c_4 = 4.94431$
101	Segmento b_4		Segmento [B_1, U] de Quadrilátero polígono8	$b_4 = 4.2893$
101	Segmento u_2		Segmento [U, W] de Quadrilátero polígono8	$u_2 = 4.94431$
102	Quadrilátero polígono9		Polígono W, C_1, K_1, A_1	polígono9 = 3.72399
102	Segmento w_2		Segmento [W, C_1] de Quadrilátero polígono9	$w_2 = 4.2893$
102	Segmento c_5		Segmento [C_1, K_1] de Quadrilátero polígono9	$c_5 = 2.67501$
102	Segmento k_4		Segmento [K_1, A_1] de Quadrilátero polígono9	$k_4 = 4.2893$
102	Segmento g_4		Segmento [A_1, W] de Quadrilátero polígono9	$g_4 = 2.67501$
103	Quadrilátero polígono10		Polígono G_2, S_2, V_2, J_2	polígono10 = 0.13243
103	Segmento g_5		Segmento [G_2, S_2] de Quadrilátero polígono10	$g_5 = 0.13152$
103	Segmento s_4		Segmento [S_2, V_2] de Quadrilátero polígono10	$s_4 = 0.82383$
103	Segmento v_2		Segmento [V_2, J_2] de Quadrilátero polígono10	$v_2 = 0.16198$
103	Segmento j_4		Segmento [J_2, G_2] de Quadrilátero polígono10	$j_4 = 1.04126$

Adaptada : Simulação 3 (17 de j

N.	Nome	Ícone da Barra de Ferramentas	Descrição	Valor
104	Quadrilátero polígono11		Polígono D_3, A_3, M_2, P_2	polígono11 = 0.10032
104	Segmento d_4		Segmento $[D_3, A_3]$ de Quadrilátero polígono11	$d_4 = 0.82383$
104	Segmento a_4		Segmento $[A_3, M_2]$ de Quadrilátero polígono11	$a_4 = 0.18062$
104	Segmento m_4		Segmento $[M_2, P_2]$ de Quadrilátero polígono11	$m_4 = 1.04128$
104	Segmento p_4		Segmento $[P_2, D_3]$ de Quadrilátero polígono11	$p_4 = 0.12984$
105	Quadrilátero polígono12		Polígono V_2, J_2, M_2, A_3	polígono12 = 0.1353
105	Segmento v_1		Segmento $[V_2, J_2]$ de Quadrilátero polígono12	$v_1 = 0.18198$
105	Segmento j_5		Segmento $[J_2, M_2]$ de Quadrilátero polígono12	$j_5 = 1.04128$
105	Segmento m_5		Segmento $[M_2, A_3]$ de Quadrilátero polígono12	$m_5 = 0.18062$
105	Segmento a_5		Segmento $[A_3, V_2]$ de Quadrilátero polígono12	$a_5 = 0.82383$
106	Quadrilátero polígono13		Polígono S_2, G_2, P_2, D_3	polígono13 = 0.08746
106	Segmento s_5		Segmento $[S_2, G_2]$ de Quadrilátero polígono13	$s_5 = 0.13162$
106	Segmento g_6		Segmento $[G_2, P_2]$ de Quadrilátero polígono13	$g_6 = 1.04128$
106	Segmento p_5		Segmento $[P_2, D_3]$ de Quadrilátero polígono13	$p_5 = 0.12984$
106	Segmento d_5		Segmento $[D_3, S_2]$ de Quadrilátero polígono13	$d_5 = 0.82383$
107	Quadrilátero polígono14		Polígono C_1, K_1, J_1, B_1	polígono14 = 12.84705
107	Segmento c_5		Segmento $[C_1, K_1]$ de Quadrilátero polígono14	$c_5 = 2.67501$
107	Segmento k_5		Segmento $[K_1, J_1]$ de Quadrilátero polígono14	$k_5 = 4.94431$
107	Segmento j_6		Segmento $[J_1, B_1]$ de Quadrilátero polígono14	$j_6 = 2.67501$
107	Segmento b_5		Segmento $[B_1, C_1]$ de Quadrilátero polígono14	$b_5 = 4.94431$
108	Quadrilátero polígono15		Polígono S_2, V_2, A_3, D_3	polígono15 = 0.6787
108	Segmento s_6		Segmento $[S_2, V_2]$ de Quadrilátero polígono15	$s_6 = 0.82383$
108	Segmento v_3		Segmento $[V_2, A_3]$ de Quadrilátero polígono15	$v_3 = 0.82383$
108	Segmento a_6		Segmento $[A_3, D_3]$ de Quadrilátero polígono15	$a_6 = 0.82383$
108	Segmento d_6		Segmento $[D_3, S_2]$ de Quadrilátero polígono15	$d_6 = 0.82383$
109	Segmento e_1		Segmento $[N_1, P]$	$e_1 = 2.49792$
110	Segmento e_4		Segmento $[P, V]$	$e_4 = 3.38461$
111	Ponto B		Ponto médio de WA_1	B = (28.74935, 1.0757)
112	Segmento h_4		Segmento $[B_1, J_1]$	$h_4 = 2.67501$
113	Segmento i_4		Segmento $[J_1, K_1]$	$i_4 = 4.94431$
114	Segmento l_4		Segmento $[K_1, C_1]$	$l_4 = 2.67501$
115	Segmento n_4		Segmento $[C_1, B_1]$	$n_4 = 4.94431$
116	Segmento q_4		Segmento $[U, A]$	$q_4 = 2.67501$
117	Segmento r_4		Segmento $[A, A_1]$	$r_4 = 4.94431$
118	Segmento t_4		Segmento $[A_1, W]$	$t_4 = 2.67501$
119	Segmento e_5		Segmento $[W, U]$	$e_5 = 4.94431$
120	Segmento f_5		Segmento $[Z_1, S_1]$	$f_5 = 0.12154$
121	Segmento h_5		Segmento $[V_3, A']$	$h_5 = 0.11583$
122	Segmento i_5		Segmento $[W_1, R_1]$	$i_5 = 0.14778$
123	Segmento l_5		Segmento $[A_2, T_1]$	$l_5 = 0.10829$
124	Ponto LT			LT = (0, 0)
125	Ponto G_1		$(0, 1.5y(P_1))$	$G_1 = (0, 30)$
126	Segmento n_5		AenPH[G_1, 0]	$n_5 = 25.73592$
128	Ponto Q_1		AenPH[G_1, 0]	$Q_1 = (13.71744, 0.46784)$
128	Ponto F_3		AenPH[G_1, 0]	$F_3 = (38.34844, 2.77928)$
128	Ponto G_3		AenPH[G_1, 0]	$G_3 = (0, 0)$

Adaptada : Simulação 3 (17 de j

N.	Nome	Ícone da Barra de Ferramentas	Descrição	Valor
127	Ponto H_3		Ponto sobre g	H_3 = (16.83547, -0.30514)
128	Quadrilátero polígono16		paralelogramo[H_3, O, F_3]	polígono16 = 26.79112
129	Ponto I_3		Ponto sobre h	I_3 = (13.71744, 6.39131)
130	Imagem imagen1			imagen1
131	Ponto J_3		ProyOAenLT[H_3, O]	J_3 = (6, 0)
132	Segmento q_5		ProyOAenPV[I_3, O]	q_5 = 6
132	Ponto K_3		ProyOAenPV[I_3, O]	K_3 = (0, 0)
132	Ponto L_3		ProyOAenPV[I_3, O]	L_3 = (0, 6)
132	Ponto M_3		ProyOAenPV[I_3, O]	M_3 = (13.71744, 0.45784)
133	Imagem imagen2			imagen2
134	Valor Booleano o			o = true
135	Quadrilátero polígono1'		Translação de polígono1 por v	polígono1' = 6.36822
136	Valor Booleano o_1			o_1 = true
137	Valor Booleano z_1			z_1 = false
138	Quadrilátero polígono16'		Translação de polígono16 por v	polígono16' = 26.79112
139	Valor Booleano o_2			o_2 = true
140	Ponto LH		Ponto sobre LH_1	LH = (0.01183, 2.52606)
141	Valor Booleano z_2			z_2 = true
142	Valor Booleano o_3			o_3 = true
143	Valor Booleano u_3			u_3 = true
144	Valor Booleano w_3			w_3 = true
145	Botão botón1	OK		botón1
146	Ponto F_1		Canto[5]	F_1 = (1366, 540)
147	Valor Booleano z_3			z_3 = true
148	Texto texto1	ABC		"Atividade 3"