



Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física

Exame Geral de Doutorado
Segundo Semestre de 2019

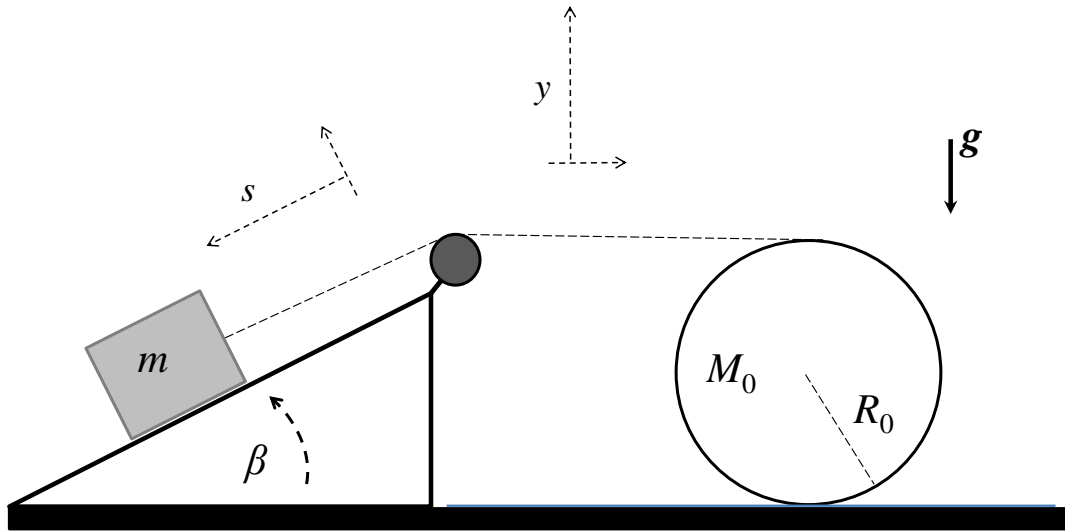
Mecânica Clássica

09/08/2019 - 09:00 às 12:00 h

(Escolha três dentre as quatro questões)

QUESTÃO 1: PRINCÍPIOS ELEMENTARES DA MECÂNICA CLÁSSICA

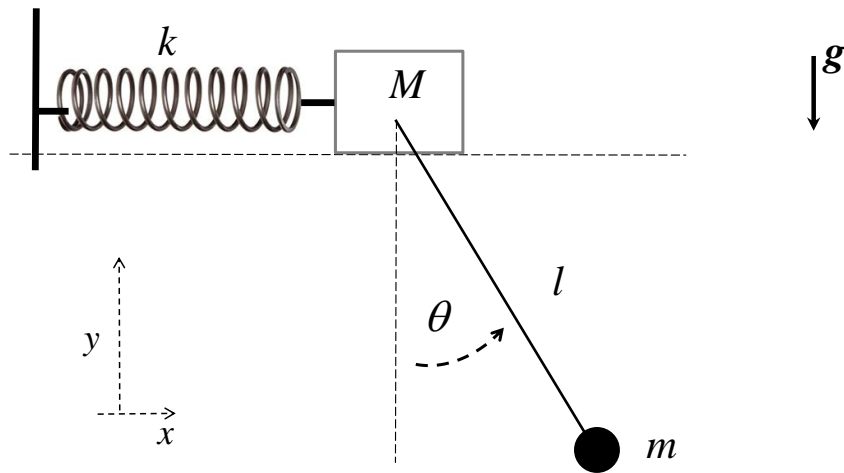
A figura mostra uma rampa inclinada fixa, sobre a qual um bloco de massa m pode deslizar sem atrito. O bloco está unido a um disco fino de raio R_0 e com massa M_0 uniformemente distribuída. A união do bloco com o disco é feita por meio de uma corda fina inextensível e de massa desprezível. O disco rola sem deslizar durante o movimento. A aceleração gravitacional no local é $\mathbf{g} = -g\hat{y}$.



- (a) (40%) Escreva a equação de movimento para a coordenada s que representa a posição do bloco sobre a rampa.
 - (b) (30%) Suponha que em $t = 0$ a energia cinética do conjunto é zero em relação à rampa. Determine a energia cinética em $t = 1$ seg.
 - (c) (30%) Encontre o mínimo valor do coeficiente de atrito estático entre o disco e a superfície para garantir que o rolamento ocorra sem deslizamento.
-

QUESTÃO 2: EQUAÇÕES DE LAGRANGE

Um pêndulo simples consistindo de uma massa puntiforme m e uma corda inextensível sem peso e de comprimento l é montado sobre um bloco de massa M , que é conectado a uma mola horizontal com constante de força k , como mostrado na figura. A aceleração gravitacional no local é $\mathbf{g} = -g\hat{y}$.



- (a) (40%) Escreva as equações de Lagrange para o sistema.
- (b) (60%) Encontre as frequências para pequenas oscilações do sistema.
-

QUESTÃO 3: CLASSIFICAÇÃO DE ÓRBITAS E PROBLEMA DE KEPLER

- (a) (50%) Observa-se que uma estação espacial em órbita permanece verticalmente acima do mesmo ponto na Terra. Descreva a órbita da estação espacial da forma mais completa possível. (Raio da Terra, $R_0 \cong 6400$ km)
- (b) (50%) O Sol está a cerca de $2,5 \cdot 10^4$ anos-luz do centro da Via Láctea e viaja aproximadamente em um círculo, com um período de $1,7 \cdot 10^8$ anos. A Terra está a 8 minutos-luz do Sol. Apenas com esses dados, encontre a massa gravitacional aproximada da galáxia em unidades da massa do Sol.
-

QUESTÃO 4: TEORIA DE HAMILTON-JACOBI

- (a) (40%) Resolva a equação de Hamilton-Jacobi para a função geratriz $S(q, p, t)$ para uma única partícula movendo-se sob o Hamiltoniano $H = p^2/2$. Encontre a transformação canônica $q = q(\beta, \alpha)$ e $p = p(\beta, \alpha)$, onde β e α são a coordenada transformada e o momento transformado, respectivamente. Interprete seu resultado.
- (b) (60%) Se houver um Hamiltoniano perturbado $H^* = q^2/2$, então α não será mais constante. Expresse o Hamiltoniano K transformado (usando a mesma transformação encontrada no item (a)) em termos de $\alpha(t)$, $\beta(t)$ e t . Resolva para $\alpha(t)$ e $\beta(t)$ e mostre que a solução perturbada $q(\beta(t), \alpha(t))$ e $p(\beta(t), \alpha(t))$ é harmônica simples.

Dados: Você pode precisar das seguintes integrais

$$\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \tan^{-1} x$$
$$\int dx \tan x = -\ln \cos x$$
