



Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física

Exame Geral de Doutorado
Segundo Semestre de 2019

Eletrodinâmica Clássica

06/08/2019 - 09:00 às 12:00 h

(Escolha três dentre as quatro questões)

QUESTÃO 1: ELETROSTÁTICA E FUNDAMENTOS DO ELETROMAGNETISMO

- (a) (50%) Encontre a auto-energia eletrostática, U , de uma esfera uniformemente carregada de raio R e carga Q . Use $(1/4\pi\epsilon_0) = 1$ (sistema CGS).
- (b) (30%) A razão carga/massa $= e/m \approx 5,2 \cdot 10^{17}$ unidades CGS, medida por J. J. Thomson, em 1897, causou impacto na Física devido ao seu valor muito alto, sugerindo que as entidades envolvidas (que vieram ser chamadas elétrons) possuíam uma concentração de carga em grau nunca antes visto. Explique a razão desse impacto, baseando-se nos experimentos de eletrólise, introduzidos por M. Faraday, nos anos 30 do século XIX: neles uma corrente de íons univalentes em solução é associada a uma corrente I num circuito durante um tempo T . Esta corrente, por sua vez, é associada a um depósito de massa M desses íons num dos eletrodos.
- (c) (20%) Em 1904, antes da teoria da relatividade especial, F. Hasenöhl mostrou que radiação eletromagnética de energia E dentro de uma cavidade leva a um incremento de $m = (8E/3c^2)$ na massa desta, onde c é a velocidade da luz no vácuo. Supondo que um elétron seja basicamente energia eletromagnética, use o resultado da letra (a) para encontrar o raio clássico do elétron $r_{clássico}$. Por que se espera classicamente que um elétron tenha um raio (tamanho) finito? Encontre o valor numérico de $r_{clássico}$ para compará-lo com o tamanho atômico típico de 1\AA , ou 10^{-8} cm. Dados: $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$, $c = 3 \cdot 10^{10}$ (Unidades CGS).
-

QUESTÃO 2: ELETROSTÁTICA

Uma caixa cúbica de potencial de lado a tem a face $z = a$ conectada ao potencial $V = V_0$ e o restante das faces tem $V = 0$.

- (a) (50%) Formule o problema de contorno e escreva a solução geral para o potencial eletrostático, $V(x, y, z)$.
 - (b) (50%) A partir das condições de contorno acima, obtenha a solução para $V(x, y, z)$ dentro da caixa de potencial.
-

QUESTÃO 3: MAGNETOSTÁTICA

Uma esfera de raio b tem uma cavidade esférica concêntrica de raio a e possui permeabilidade magnética μ constante. A esfera é colocada na origem das coordenadas e submetida a um campo com indução $\mathbf{B} = B\hat{z}$.

- (a) (50%) Escreva explicitamente a solução para o potencial escalar magnético em coordenadas esféricas, assumindo que o eixo polar coincide com a direção do campo \mathbf{B} .
 - (b) (50%) Utilizando as condições de contorno, obtenha o sistema de equações que permite encontrar as constantes de integração para este caso.
-

QUESTÃO 4: ONDAS PLANAS E REFRAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

- (a) **(20%)** Discuta a possibilidade de um sistema físico apresentar índice de refração $n < 1$ em algum domínio da frequência.
- (b) **(30%)** Considere um sistema físico com índice de refração $n < 0$. Mostre, num diagrama, o que você espera para a disposição da onda refratada em um tal sistema, quando a onda plana incidente faz um ângulo θ com a normal \hat{n} à superfície. Justifique, assinalando a equação que deve descrever a refração.
- (c) **(50%)** Uma onda eletromagnética plana $\mathbf{E}(x, t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)}$, de comprimento de onda λ no vácuo, incide normalmente à superfície de um material que preenche o sub-espaco $x > 0$. O material tem índice de refração complexo $n^* = n + is$, com $s > 0$, $i^2 = -1$. Encontre a expressão para o campo elétrico no domínio $x > 0$ e interprete fisicamente o resultado.
-