Universidade Federal de Pernambuco

Departamento de Física

Exame Geral de Doutorado

Primeiro semestre de 2019

Mecânica Clássica

28/02/2019 - 09:00 às 12:00

(Escolha três dentre as quatro questões)

Questão 1: Dinâmica de corpo rígido

Uma bola de boliche com raio igual a 10 cm é lançada com velocidade inicial $v_{CM} = 8,5$ m/s e velocidade angular inicial nula, de modo a haver deslizamento da bola durante um certo intervalo de tempo. O coeficiente de atrito cinético entre a bola e o solo é $\mu_c = 0,21$.

a) (20%) Faça um diagrama das forças que atuam na bola.

b) (20%) Explique qualitativamente o movimento da bola ao longo do tempo.

c) (20%) Na situação em que há deslizamento, obtenha a aceleração linear. Considere a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s^2.

d) (20%) Determine durante quanto tempo a bola desliza.

e) (20%) Calcule a velocidade linear da bola quando passa a haver apenas rotação.

Dados:

Momento de inércia de uma esfera sólida: $I_{bola} = \frac{2mr^2}{5}$

Questão 2: Formalismo Lagrangiano

Considere um pêndulo simples de comprimento l e massa m pendurado em um elevador que tem aceleração constante a na direção y (Figura 1). Seja θ o ângulo de deslocamento do pêndulo com relação à direção vertical y.

a) (30%) Escreva as energias cinética e potencial para o pêndulo em função de θ.

b) (10%) Obtenha a Lagrangiana do sistema.

c) (40%) Utilizando o formalismo Lagrangiano, deduza a equação de movimento para θ.

d) (20%) Encontre a frequência para pequenas oscilações do pêndulo e discuta o resultado.

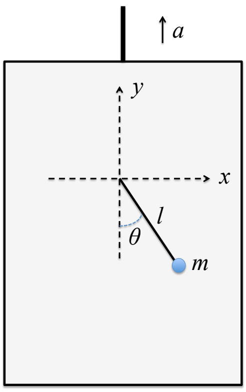

Figura 1

Questão 3: Força Central

Considere o movimento de um sistema de duas partículas de massas m_1 e m_2, cujas posições no espaço são indicadas pelos vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, respectivamente. Elas interagem através de um potencial $U(|\vec{r}|)$, onde $|\vec{r}| = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$.

a) (10%) Mostre que a Lagrangiana do sistema pode ser escrita como a Lagrangiana de uma única partícula efetiva se movendo em torno do centro de massa do sistema.

b) (20%) Mostre que o momento angular no sistema é conservado.

c) (20%) Escreva a energia total E_T do sistema e mostre que a distância radial entre as partículas pode ser descrita como um movimento linear em um campo com uma certa energia potencial efetiva U_{ef}. Escreva a expressão para essa energia potencial efetiva e discuta como ela define os limites do movimento do sistema.

d) (20%) Considere uma energia potencial $U(r) = -\alpha/r$, com $\alpha > 0$. Desenhe o gráfico para $U_{ef}(r)$ e calcule explicitamente o seu mínimo.

e) (30%) Para o potencial efetivo do item (d), qual é a forma das trajetórias com $E_T < 0$? Obtenha explicitamente os limites do movimento ao longo de r nessa situação.

Questão 4: Osciladores acoplados

Duas massas, m_1 e m_2, estão ligadas entre si e a duas paredes fixas através de três molas de constantes k_1, k_2 e k_3 (ver Figura 2). Os deslocamentos (horizontais) relativos às posições de equilíbrio estático são x_1 e x_2, respectivamente. Não há atrito.

a) (35%) Escreva a Lagrangiana do sistema e as equações de movimento para as posições das massas m_1 e m_2.

b) (35%) Considerando agora $m_1 = m_2$ e $k_1 = k_3$, determine os modos normais de vibração do sistema e obtenha as respectivas frequências.

c) Considerando ainda $m_1 = m_2$, $k_1 = k_3$, e assumindo $x_1(t = 0) = 0$, $x_2(t = 0) = A$, e que nesse instante ambas as massas são largadas do repouso, determine:

   i. (15%) $x_1(t)$ e $x_2(t)$.

   ii. (15%) o novo sistema de coordenadas que desacopla as equações de movimento. Interprete as novas coordenadas.

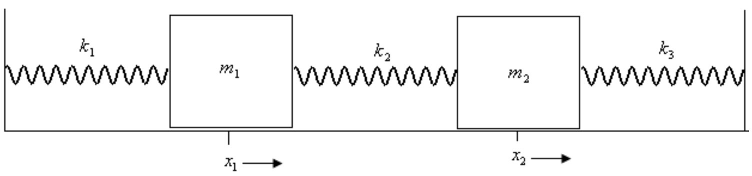

Figura 2