



Universidade Federal de Pernambuco

Departamento de Física

Exame Geral de Doutorado

Primeiro Semestre de 2015

Mecânica Estatística

11/03/2015 - 09:00 às 12:00 h

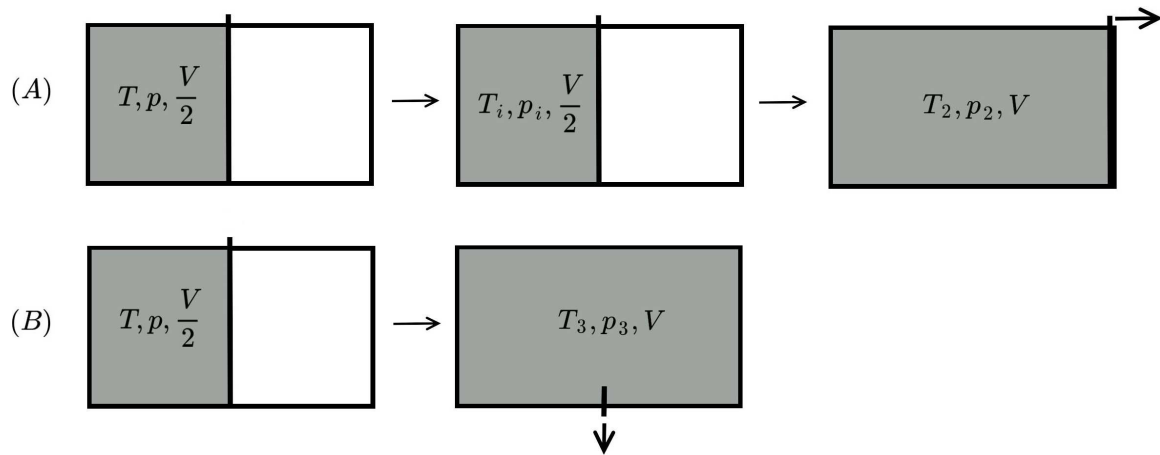
(Escolha três dentre as quatro questões)

QUESTÃO 1 – PROCESSOS TERMODINÂMICOS DE TRANSFORMAÇÃO

As propriedades termodinâmicas de uma amostra rarefeita de gás oxigênio (O_2) são investigadas com relação a dois processos diferentes de transformação. Ambas partem do mesmo estado inicial em que o gás se encontra confinado a uma das metades de um recipiente com volume total V , com temperatura $T_1 = T$ e pressão $p_1 = p$. Suponha que T seja alta o suficiente para que todos os graus de liberdade da molécula sejam excitados.

No processo (A), o gás tem sua pressão elevada a volume constante até atingir um estado intermediário de equilíbrio com temperatura T_i e pressão p_i . Ele é então levado ao estado final por uma transformação adiabática, ocupando todo o recipiente ($V_2 = V$) com temperatura igual à inicial ($T_2 = T$).

No processo (B), a parede intermediária é retirada de maneira brusca e se espera até o gás atingir seu estado final de equilíbrio com temperatura T_3 e pressão p_3 .



- [20%] Represente a transformação (A) no diagrama p - V . Calcule a temperatura T_i e pressão p_i do estado intermediário de equilíbrio.
- [30%] Determine o trabalho W_A , o calor Q_A , as variações ΔU_A da energia interna e ΔS_A da entropia do gás no processo (A).
- [30%] Determine T_3 e p_3 no processo (B) de transformação. Repita a mesma análise do item (b) para esse processo, determinando W_B , Q_B , ΔU_B e ΔS_B .
- [10%] Determine a variação Δv_{qm} da velocidade quadrática média de uma molécula do gás nos processos (A) e (B) entre os estados inicial e final em cada caso.
- [10%] Do ponto de vista termodinâmico, o que distingue fundamentalmente os dois processos entre si? Explique.

$$dU = c_v dT \quad / \quad dS = \frac{dQ}{T} \quad / \quad dW = p dV \quad / \quad c_p = c_v + R$$

QUESTÃO 2 – PROCESSOS TERMODINÂMICOS DE TROCA DE CALOR

Considere o Sol (fonte quente à temperatura $T_s \approx 5,5 \times 10^3$ °C) transferindo calor à Terra (fonte fria à temperatura $T_0 \approx 2,0 \times 10^1$ °C) por irradiação. O fluxo (intensidade) de energia solar *na posição da Terra* é uma constante conhecida $I_0 = 1,4$ kW/m², chamada ‘constante solar’.

- (a) [30%] Células fotovoltaicas convertem a energia solar em eletricidade pelo efeito fotoelétrico. Seria possível através de avanços tecnológicos construir células fotovoltaicas 100% eficientes? Justifique sua resposta em caso afirmativo; estime o limite superior em caso negativo.
 - (b) [30%] Aquecedores solares utilizam placas metálicas para absorverem a energia luminosa do Sol e transferi-la a um fluido de troca (e.g. água). Determine a temperatura T de equilíbrio a que uma placa idealmente absorvedora chegaria se fosse disposta perpendicularmente aos raios solares. Suponha que a placa só troque calor com o ambiente terrestre por irradiação (ignore condução e convecção).
 - (c) [10%] Concentradores solares são dispositivos capazes de *aumentar* o fluxo luminoso solar pelo uso de lentes ou espelhos curvos. Suponha que o fator de amplificação seja um número adimensional α , tal que a intensidade concentrada seja $I = \alpha I_0$. Calcule a nova temperatura T da placa do item (b) obtida com o uso de um concentrador típico com $\alpha \approx 10^2$.
 - (d) [30%] Uma usina de energia solar é construída sobre os princípios enunciados nos itens (b) e (c). Um concentrador solar aquece um *fluido de troca* que atua como fonte quente numa máquina térmica, dessa forma produzindo trabalho mecânico. É possível concentrar a luz solar indefinidamente (i.e. $\alpha \rightarrow \infty$) para aumentar arbitrariamente a temperatura do fluido de troca? Justifique sua resposta em caso afirmativo, ou estime o limite superior para α em caso negativo.
-

QUESTÃO 3 – ENSEMBLE MICROCANÔNICO E TEMPERATURA

Considere um sistema isolado constituído de $N \gg 1$ átomos de 2 níveis com energias 0 e ϵ . A energia total do sistema, portanto, é $E = N_2 \epsilon$, onde N_2 é o número de átomos com energia ϵ e $N_1 = N - N_2$ é o número de átomos com energia 0.

- (a) [30%] Quais são as energias totais mínima E_{min} e máxima E_{max} para esse sistema? Calcule o número de estados $\Omega(E)$ com energia E . Esboce um gráfico mostrando o comportamento de $\Omega(E)$ entre E_{min} e E_{max} .
- (b) [30%] Calcule a entropia do sistema, usando a fórmula de Stirling para simplificá-la

$$\ln M! \approx M \ln M - M ,$$

válida para $M \gg 1$.

- (c) [40%] Esboce um gráfico para a temperatura do sistema em função de sua energia E . O que acontece com a temperatura para energias $E > E_{max}/2$? Comente sobre as dificuldades de implementar uma realização física desse sistema.
-

QUESTÃO 4 – PARTÍCULAS IDÊNTICAS: FÉRMIONS

Um gás de N partículas fermiônicas não-interagentes de spin $1/2$ está confinado em uma caixa cúbica com lados iguais a L . Suponha que a relação entre a energia e o vetor de onda das partículas seja $\epsilon = \alpha k$, em que ϵ e $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ são, respectivamente, a energia e o módulo do vetor de onda da partícula.

- (a) [20%] Determine a densidade de estados $\rho(\epsilon)$ para energias entre ϵ e $\epsilon + d\epsilon$.
- (b) [20%] Obtenha a energia de Fermi do sistema em $T = 0$. Expresse seu resultado em termos da densidade de partículas $n = N/V$ e da constante α .
- (c) [30%] Obtenha a energia média do sistema \overline{E}_0 em $T = 0$, definida por

$$\overline{E} = \int_0^\infty f_{FD}(\epsilon)_{T=0} \epsilon \rho(\epsilon) d\epsilon .$$

- (d) [30%] A partir do resultado do item anterior, determine a pressão \overline{p} exercida por esse gás sobre as paredes da caixa. Compare esse resultado à dependência da pressão de um gás ideal com seu volume V e sua temperatura T .
-