

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Davi José Beltrão Lira**

**PROJETO DE ACOPLADORES *BRANCH-LINE* COM  
BANDA DUPLA USANDO LINHAS DE  
TRANSMISSÕES ARTIFICIAIS**

**ORIENTADOR: Hermano Andrade Cabral, Ph.D.**

Recife, Abril de 2016.

**Davi José Beltrão Lira**

**PROJETO DE ACOPLADORES *BRANCH-LINE* COM  
BANDA DUPLA USANDO LINHAS DE  
TRANSMISSÕES ARTIFICIAIS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade  
Federal de Pernambuco como parte dos requisitos  
para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Elétrica.

**ORIENTADOR: Hermano Andrade Cabral, Ph.D.**

Recife, Abril de 2016.

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

L768p Lira. Davi José Beltrão.

Projeto de acopladores branch-line com Banda dupla usando linhas de Transmissões artificiais/Márcio Dilermano Bezerra Gomes - 2016.  
98folhas, Il. e Tabs.

Orientador: Prof. Dr. Hermano Andrade Cabral.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2016.  
Inclui Referências e Anexos.

1. Engenharia Elétrica,. 2. Acopladores branch-lines,. 3. Eletrônica de potência.  
4. Linhas de transmissões artificiais. I. Cabral, Hermano Andrade ( Orientador).  
II. Título.

UFPE

621.3 CDD (22. ed.)

BCTG/2016 - 293



# Universidade Federal de Pernambuco

## *Pós-Graduação em Engenharia Elétrica*

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE  
DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO DE

# DAVI JOSÉ BELTRÃO LIRA

TÍTULO

**“PROJETO DE ACOPLADORES *BRANCH-LINE* COM BANDA DUPLA  
USANDO LINHAS DE TRANSMISSÃO ARTIFICIAIS”**

A comissão examinadora composta pelos professores: ANTONIO JERONIMO BELFORT DE OLIVEIRA, DES/UFPE, MARCOS TAVARES DE MELO, DES/UFPE, e DANIEL AUGUSTO RIBEIRO CHAVES, POLI/UPE, sob a presidência do primeiro, consideram o candidato **DAVI JOSÉ BELTRÃO LIRA APROVADO.**

Recife, 13 de abril de 2016.

---

**MARCELO CABRAL CAVALCANTI**  
Coordenador do PPGE

---

**ANTONIO JERONIMO BELFORT DE  
OLIVEIRA**  
Membro Titular Interno

---

**DANIEL AUGUSTO RIBEIRO CHAVES**  
Membro Titular Externo

---

**MARCOS TAVARES DE MELO**  
Membro Titular Interno

# AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus por ter me dado forças para conseguir realizar esse trabalho de dissertação.

Agradeço a minha família, especialmente a minha mãe, Maria de Fátima Beltrão Lira, por todo apoio e suporte que me deram durante toda a duração do mestrado, principalmente nos dias mais desesperadores.

Agradeço ao meu orientador Hermano Andrade Cabral, sem o qual esse trabalho não poderia ter sido concluído.

Agradeço aos demais estudantes do laboratório de microondas do DES, em especial Leonardo Moraes da Silva, pelo conhecimento compartilhado, que foi tão importante para a conclusão desse trabalho.

Agradeço CAPES pelo apoio financeiro dado durante dois anos do curso de mestrado.

Por fim agradeço a UFPE por proporcionar o curso e fornecer a seus alunos as condições necessárias para a realização de seus respectivos trabalhos.

Resumo da Dissertação apresentada à UFPE como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **PROJETO DE ACOPLADORES *BRANCH-LINE* COM BANDA DUPLA USANDO LINHAS DE TRANSMISSÕES ARTIFICIAIS**

**Davi José Beltrão Lira**

Abril/2016

Orientador: Hermano Andrade Cabral, PhD.

Área de Concentração: Fotônica.

Palavras-chave: acopladores *branch-line*, banda dupla, linhas de transmissões artificiais.

O presente trabalho introduz um novo método para confecção de acopladores híbridos do tipo *branch-line* que sejam de banda dupla, ou seja, que são projetados para operar em duas frequências desejadas quaisquer com a mesma resposta. Este método faz uso de uma nova estrutura de linha de transmissão artificial (LTA) implementada em microfita, a qual é composta por três linhas de transmissões conectadas em cascata, com estubes em aberto inseridos em paralelo entre as linhas de transmissão. Foram obtidas expressões algébricas que determinam, em função das frequências das bandas desejadas, os valores de impedância característica e comprimento elétrico de cada um dos segmentos e estubes para que, em ambas as frequências, a LTA tenha os mesmos parâmetros de espalhamento que, e portanto seja equivalente a, um único segmento de linha de transmissão convencional com impedância característica e comprimento elétrico quaisquer especificados. Para obter o acoplador híbrido do tipo *branch-line* com banda dupla, portanto, substituímos cada linha de transmissão do acoplador por uma ATL com os parâmetros calculados de acordo com as expressões encontradas. Essa técnica foi usada para projetar, simular, fabricar e medir um acoplador híbrido *branch-line* que funcionasse nas frequências GSM de 925MHz e ISM 5.8GHz. Essa técnica tem como principal vantagem a capacidade e a flexibilidade de obter acopladores *branch-line* com bom desempenho em duas bandas quaisquer.

Abstract of Dissertation presented to UFPE as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

## **DESIGN OF DUALBAND BRANCH-LINE COUPLERS USING ARTIFICIAL TRANSMISSION LINES**

**Davi José Beltrão Lira**

April/2016

Supervisor: Hermano Andrade Cabral, PhD.

Area of Concentration: Photonics.

Keywords: branch-line couplers, dual band, artificial transmission lines.

This work deals with a new method for the design of dual band branch-line hybrid couplers with arbitrary central frequencies, in other words, branch-line couplers which operate in two desired frequencies. This method makes use of a new artificial transmission line (ATL) structure, which is composed of the cascade connection of three transmission lines segments with parallel open stubs between them. Algebraic expressions were obtained that specify, in function of the central frequencies, the values for the characteristic impedance and electric length of the segments, so that the ATL has, for both frequencies, the same scattering parameters, hence the same behavior, as an ordinary transmission line with any chosen characteristic impedance and electric length. To obtain a dual band branch line coupler, the desired frequencies are chosen and the expressions are evaluated to find out the characteristic impedances and electric lengths of the ATL's to replace all transmission lines that make up the coupler. This technique was used to design, simulate, fabricate and measure a branch-line hybrid coupler that works on the 925MHz GSM and 5.8GHz ISM frequencies. This technique has as it's main advantage the ability and flexibility to yield couplers with good performance in two arbitrary bands.

# SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	1
1.1.	ACOPLADORES HÍBRIDOS MULTIBANDA.....	2
1.2.	OBJETIVO E MOTIVAÇÃO .....	4
1.3.	DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	6
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEORICA .....	7
2.1.	LINHAS DE TRANSMISSÃO .....	7
2.1.1.	MICROFITAS .....	12
2.2.	TEORIA DAS REDES DE MICRO-ONDAS.....	15
3.	ACOPLADORES DIRECIONAIS .....	22
3.1.	ACOPLADORES HÍBRIDOS .....	26
3.1.1.	ACOPLADORES HÍBRIDOS EM 90°.....	27
3.1.2.	ACOPLADORES HÍBRIDOS EM 180°.....	33
3.1.3.	APLICAÇÕES DOS ACOPLADORES HÍBRIDOS .....	38
4.	LINHAS DE TRANSMISSÃO ARTIFICIAIS.....	40
4.1.	ACOPLADORES HÍBRIDOS MULTIBANDA.....	40
4.2.	LTA COMPOSTA POR CINCO SEGMENTOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO .....	45
4.2.1.	ABORDAGEM COMPUTACIONAL PARA O CÁLCULO DA LTA.....	48
4.2.2.	ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA O CÁLCULO DA LTA .....	51
5.	SIMULAÇÃO, FABRICAÇÃO E MEDIÇÃO .....	63
5.1.	PROJETO DE ACOPLADORES <i>BRANCH-LINE</i> .....	63
5.1.1.	SIMULAÇÃO DOS ACOPLADORES <i>BRANCH-LINE</i> .....	64
5.1.2.	FABRICAÇÃO E MEDIÇÃO DOS ACOPLADORES <i>BRANCH-LINE</i> .....	72
6.	CONCLUSÕES .....	83
7.	TRABALHOS FUTUROS.....	84
	ANEXO 1- ALGORITMO DO MAXIMA UTILIZADO PARA OBTER AS EQUAÇÕES (4.9), (4.10) E (4.11).....	85
	ANEXO 2- ALGORITMO DO MAXIMA UTILIZADO PARA OBTER AS EQUAÇÕES (4.17), (4.18), (4.19) E (4.20).....	87
	ANEXO 3- ALGORITMO DO OCTAVE UTILIZADO PARA A ABORDAGEM COMPUTACIONAL .....	89
	REFERÊNCIAS .....	91



# 1. INTRODUÇÃO

No mundo atual existe uma necessidade crescente de dispositivos eletrônicos voltados para a comunicação. Exemplos de tais dispositivos são os *modems*, roteadores, aparelhos telefônicos celulares, dentre outros. Esses dispositivos se utilizam de diferentes bandas de frequência para realizarem a troca de informações a qual estão encarregados. Algumas bandas de frequência utilizadas são a *Global System for Mobile Communications- GSM* e a *Industrial, Scientific and Medical- ISM* e em geral, para esse tipo de dispositivo, se tratam de frequências na faixa de microondas.

Uma forma de confeccionar dispositivos aptos a funcionarem nessas frequências é através do uso de microfita. Uma microfita é um tipo de linha de transmissão planar, que consiste em fitas de linhas condutoras impressas na superfície de substratos de forma a ficarem isoladas de um plano terra condutor. Essa estrutura permite um modo de propagação quase-TEM (Transversal EletroMagnética), podendo ter uma análise aproximada pelo modo TEM com erro desprezível, Assim, a análise pode ser feita de forma simples, o que torna a microfita uma opção bastante comum para pesquisas e trabalhos com frequências em microondas. Exemplos disso são filtros[1][2], duplexadores[3][4] e acopladores híbridos[5].

Porém meramente confeccionar dispositivos que consigam operar em tais frequências não é mais suficiente para os padrões tecnológicos atuais. À medida que a tecnologia avança, também avança as exigências sobre os dispositivos, de forma que eles sejam multifuncionais sendo capazes de, por exemplo, operarem em mais de uma frequência de acordo com a necessidade. O objetivo deste trabalho, portanto, é apresentar um método que facilite a confecção de dispositivos de comunicação em microondas, os quais sejam capazes de funcionar em pelo menos duas bandas de frequências selecionadas.

Um dispositivo de grande importância para microondas é o acoplador direcional, o qual consiste em um dispositivo passivo, que acopla uma determinada quantidade de potência eletromagnética em uma linha de transmissão a uma porta. O acoplador direcional pode ser fabricado através do uso de microfita e se trata de um circuito passivo possuindo quatro portas, onde a porta 1 é a entrada, as portas 2 e 3 são as saídas e a porta 4 é isolada da porta 1. Esse dispositivo é bastante usado para a combinação e divisão arbitrária de potência[5].

Quando o acoplador direcional possui uma divisão equitativa de potência entre as portas ele recebe o nome de acoplador híbrido. Quando o acoplador híbrido é formado por quatro trechos de linha de transmissão de comprimento de  $\lambda/4$  e possuindo uma diferença de  $90^\circ$  entre as fases dos sinais de saída, ele recebe o nome de acoplador *branch-line* [5]. Esse tipo de acoplador possui diversas aplicações, sendo aplicado em circuitos tais como amplificadores e misturadores balanceados, combinadores e divisores de potência. Além disso, ele é um dos componentes mais abundantes em redes de formação de feixe, um conjunto de antenas ligadas de tal forma que o sinal resultante deste conjunto possua uma diretividade maior que cada antena individualmente, tal como a matriz de Butler, um circuito largamente empregado para criar feixes de ondas de rádio em uma direção pré-determinada.

Assim, de forma a englobar um grande número de dispositivos utilizados para comunicação, este trabalho será focado em adicionar bandas de operação para o acoplador híbrido do tipo *branch-line*.

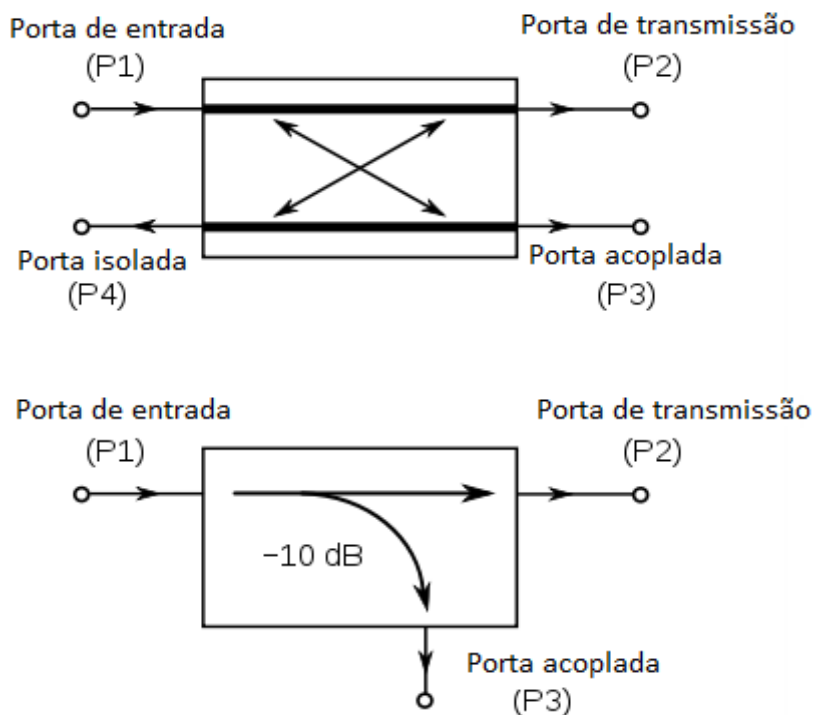
Uma técnica comumente utilizada para se obter acopladores *branch-line* com multibanda é o uso de linhas de transmissão artificiais (LTAs). Essas estruturas são confeccionadas de forma a possuir um comportamento elétrico semelhante ao de uma linha de transmissão convencional para determinadas faixas de frequências desejadas. Nesse trabalho serão apresentados alguns tipos de LTAs para a obtenção de acopladores multibanda, assim como também será proposto um novo tipo de LTA de forma a obter dispositivos com duas bandas de operação. O método proposto tem como principais vantagens uma grande largura de banda fracionária (faixa de frequência em que o dispositivo opera dividido por sua frequência central de operação para cada banda de operação), assim como a capacidade para uma elevada razão entre as frequências de operação (razão entre a frequência central de operação da segunda banda pela frequência central de operação da primeira banda).

## 1.1. ACOPLADORES HÍBRIDOS MULTIBANDA

Acoplador híbrido é um subtipo de acoplador direcional os quais são dispositivos passivos, que servem para acoplar uma quantidade definida de potência eletromagnética

em uma linha de transmissão a uma porta, permitindo assim que o sinal seja usado em outro circuito. A figura 1.1 ilustra os dois símbolos usados para o acoplador direcional.

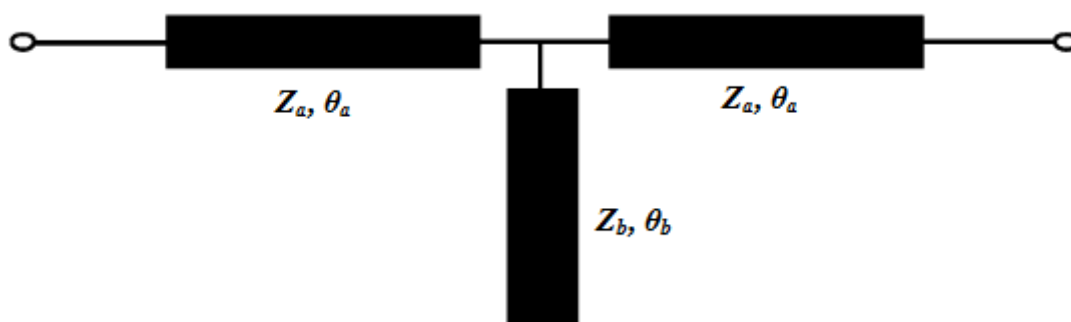
**Figura 1.1-** Símbolos usados para descrever um acoplador direcional.



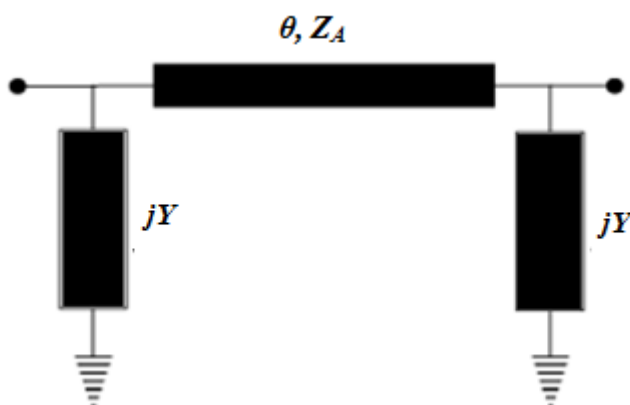
Acopladores híbridos são dispositivos muito úteis sendo usados mais de uma vez em um mesmo dispositivo, como é o exemplo da matriz de Butler. Devido a isso varias tentativas foram feitas para a obtenção de um acoplador que fosse capaz de funcionar em mais de uma banda de frequência, reduzindo assim o tamanho e custo dos circuitos que precisam do uso de acopladores.

Existem várias abordagens para a obtenção de acopladores multibanda tais como o uso de filtros feito por Lin-Sheng Wu et al.[6], ou o uso de circuitos para acoplamento feito por Feng Lin et al.[7]. Porém a abordagem mais comum para obter esse resultado é por meio do uso de linha de transmissão artificial. Uma linha de transmissão artificial pode possuir várias formas, sendo as mais comuns e mais utilizadas estruturas em formas de T ilustradas na figura 1.2 e estruturas em forma de  $\pi$  ilustradas na figura 1.3.

**Figura 1.2-** Estrutura em forma de T para linha de transmissão artificial.



**Figura 1.3-** Estrutura em forma de  $\pi$  para linha de transmissão artificial.



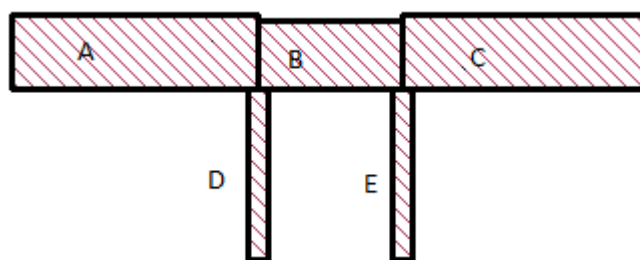
As estruturas em forma de T são usadas, por exemplo, por Chao-Hsiung Tseng et al.[8], Hualiang Zhang et al.[9], Kuo-Sheng Chin et al.[10], Kimberley W. Eccleston et al.[11] e Bayaner Arigong et al.[12]. Já as estruturas em forma de  $\pi$  são usadas por Kwok-Keung M. Cheng et al.[13], Ching-Luh Hsu et al.[14], N.Zheng et al.[15] e Yu Cao et al.[16].

## 1.2. OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

Apesar de as referências já mencionadas terem obtido sucesso na criação de acopladores híbridos com pelo menos duas bandas, novos problemas surgem para tais dispositivos, como a dificuldade de produzir dispositivos de banda dupla com elevada razão entre as frequências de operação e a pequena largura de banda, em torno de 10%, que é também um problema presente nos acopladores convencionais com apenas uma banda.

Esta dissertação apresenta uma nova estrutura de linha de transmissão artificial, possuindo uma estrutura similar ao modelo  $\pi$ , para a produção de acopladores híbridos com banda dupla que visa solucionar esses dois problemas apresentados. Ele possibilita, portanto, uma elevada razão entre as frequências de operação, assim como uma elevada largura de banda. A figura 1.4 ilustra a LTA proposta.

Figura 1.4- Linha de transmissão artificial proposta neste trabalho.



Essa estrutura será usada em duas abordagens neste trabalho, sendo uma computacional e outra matemática. A abordagem computacional necessita do uso de software adicionais para determinar as características da LTA, enquanto a abordagem matemática fornece um método algébrico para a obtenção dessas mesmas características de forma fácil e rápida, sendo a principal abordagem desse trabalho.

Duas faixas de operação de frequências foram escolhidas para o teste do acoplador, abordado nesse trabalho. A primeira faixa consiste em uma banda GSM compreendendo as frequências de 890MHz a 960MHz, tendo sua frequência central de operação em torno de 925MHz. A segunda faixa consiste em uma banda ISM compreendendo as frequências de 5725MHz a 5875MHz, tendo sua frequência central de operação em torno de 5800MHz.

Os acopladores são desenvolvidos e então simulados, usando principalmente o método algébrico da abordagem matemática. As simulações são realizadas em dois substratos distintos utilizando o *software* para simulação de onda completa *sonnet*. Um é o FR-4, possuindo permissividade relativa de 4.4 e espessura de 1.6mm; e o outro é um substrato Roger 5880, possuindo permissividade relativa de 2.2 e espessura de 1.27mm. Os resultados exibem acopladores com razão entre as frequências centrais das bandas de operação com valor superior a 10 e larguras de banda fracionárias que chegam a 43%. Por fim, um dos acopladores desenvolvido por meio da abordagem matemática é construído fisicamente usando o substrato Roger 5880, de forma a validar os resultados obtidos através da simulação.

### **1.3. DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS**

Esta dissertação está dividida em sete capítulos, em que os capítulos 2 e 3 apresentam a teoria básica necessária para a compreensão deste trabalho, os capítulos 4 e 5 apresentam a nova estrutura e abordagem, assim como os resultados obtidos e os capítulos 6 e 7 concluem o trabalho.

O capítulo 2 trata de uma introdução a linhas de transmissão e teoria de redes de microondas. Abordando conceitos importantes como a representação por matrizes de impedância, admitância, espalhamento e transmissão.

O capítulo 3 aborda os conceitos de acopladores híbridos, seus vários subtipos e aplicações.

O capítulo 4 apresenta a estrutura proposta para a nova linha de transmissão artificial, apresentando também as abordagens computacional e matemática.

O capítulo 5 apresenta os resultados simulados, assim como os resultados obtidos por meio de medição em laboratório do acoplador produzido.

O capítulo 6 apresenta a conclusão do trabalho e por fim o capítulo 7 apresenta possíveis trabalhos futuros, que podem estar relacionados ao apresentado nessa dissertação.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

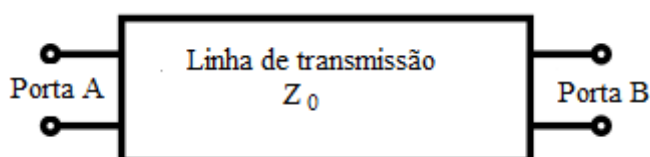
Antes de abordar a pesquisa realizada neste trabalho, será feita uma abordagem sobre a teoria relacionada ao processo de análise, síntese e implementação dos acopladores híbridos do tipo *branch-line*. Essa abordagem inclui uma base sobre o estudo de linhas de transmissão e redes de microondas, sendo apresentada nesse capítulo.

### 2.1. LINHAS DE TRANSMISSÃO

Uma linha de transmissão é uma estrutura desenvolvida para transportar correntes alternadas que estão em uma frequência tão elevada que sua natureza de onda precisa ser levada em conta. Sabe-se que quanto maior a frequência, menor será o comprimento de onda das ondas eletromagnéticas que passam pelo meio. Quando o comprimento da onda tem tamanho comparável ao do dispositivo que está realizando o transporte da informação, começarão a ocorrer problemas de reflexão do sinal, o que impede que esse chegue ao seu destino. Sendo assim necessário o uso de linhas de transmissão, pois essas se utilizam de estruturas específicas e casamento de impedância para reduzir essas reflexões.

Uma linha de transmissão tem no mínimo dois condutores [5] e para propósitos de análise pode ser modelada por uma rede de duas portas, conforme ilustrada na figura 2.1.

**Figura 2.1-** Representação de uma linha de transmissão como uma rede de duas portas.

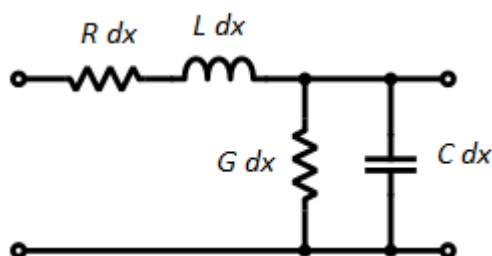


Se a linha de transmissão for uniforme em todo seu comprimento, ela vai ser caracterizada principalmente por sua impedância característica, simbolizada por  $Z_0$ . Esse parâmetro fornece a taxa da voltagem complexa de uma determinada onda pela corrente complexa da mesma onda em qualquer ponto da linha, conforme mostra a equação (2.10) adiante.

Os valores de voltagem e corrente podem ser determinados por meio das equações do telegrafo, que são um par de equações diferenciais lineares desenvolvidas por Oliver Heaviside com base nas equações de Maxwell.

Heaviside criou um modelo para as linhas de transmissão em que elas são representadas por uma serie infinita de redes de duas portas, com comprimento infinitesimal  $\Delta x$ , formadas por componentes eletrônicos concentrados[5]. A figura 2.2 ilustra a rede de duas portas com comprimento infinitesimal.

**Figura 2.2-** segmento de comprimento infinitesimal da linha de transmissão, formado por elementos eletrônicos concentrados.



Os componentes R, L, G e C, são definidos da seguinte forma:

R=Resistência distribuída dos condutores, representada por uma resistência em série [ $\Omega/m$ ]

L=Indutância distribuída dos condutores, representada por um indutor em série [ $H/m$ ]

C=Capacitância entre os condutores, representada por um capacitor em paralelo [ $F/m$ ]

G=Condutância do material dielétrico entre os condutores, representada por um resistor em paralelo [ $S/m$ ]

Os valores da voltagem na linha  $V(x)$  e corrente  $I(x)$ , são dados no domínio da frequência pelas equações (2.1) e (2.2) [5]

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} = -(R + j\omega L)I(x) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial I(x)}{\partial x} = -(G + j\omega C)V(x). \quad (2.2)$$



Quando os elementos R e G são desprezíveis, a linha de transmissão é considerada sem perdas, dependendo apenas dos termos com L e C. Assim, para uma linha de transmissão sem perdas, pode-se combinar as equações (2.1) e (2.2) e obtendo-se

$$\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} + \omega^2 LCV(x) = 0. \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} + \omega^2 LCI(x) = 0. \quad (2.4)$$

As equações (2.3) e (2.4) são equações de onda, cujas soluções, são ondas planas que possuem velocidade de propagação, no sentido direto e reverso, iguais. Isso significa que ondas eletromagnéticas se propagam em linhas de transmissão e existe um componente refletido, que interfere com o sinal original.

Caso R e G não sejam desprezíveis as equações (2.3) e (2.4) se tornam respectivamente

$$\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = \gamma^2 V(x) \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} = \gamma^2 I(x), \quad (2.6)$$

onde  $\gamma$  é a constante de propagação dada por [5]

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}. \quad (2.7)$$

As soluções das equações para V(x) e I(x) são portanto dadas por.

$$V(x) = V^+ e^{-\gamma x} + V^- e^{\gamma x} \quad (2.8)$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{-\gamma x} - V^- e^{\gamma x}). \quad (2.9)$$

A impedância característica  $Z_0$  é dada por

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = -\frac{V^-}{I^-} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}. \quad (2.10)$$

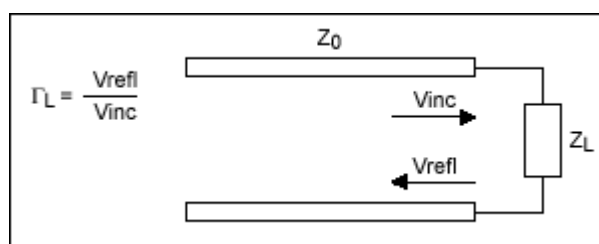
Como a impedância característica é uma taxa da voltagem pela corrente de uma única onda, e a linha de transmissão em geral terá ondas refletidas, a impedância característica normalmente não é igual à impedância medida na linha, a qual é dada por

$$Z_{in}(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_L e^{-2\gamma l}} \quad (2.11)$$

onde  $\gamma$  é a constante de propagação e  $\Gamma_L$  é o coeficiente de reflexão de voltagem ilustrado na figura 2.3 e dado por

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}. \quad (2.12)$$

**Figura 2.3-** Linha de transmissão terminada por uma carga  $Z_L$  com coeficiente de reflexão  $\Gamma_L$ .



A equação (2.11) pode ser reorganizada de forma a obter a impedância de entrada em função da impedância da carga em vez do coeficiente de reflexão, obtendo-se

$$Z_{in}(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + jZ_L \tanh(\gamma l)}. \quad (2.13)$$

Neste trabalho, assim como na maioria dos casos práticos, será assumido que as linhas de transmissão não possuem perdas. Desprezando os valores de R e G no cálculo da constante de propagação dada pela equação (2.7), esta possuirá apenas o termo imaginário  $j\beta$ . Assim, para uma linha de transmissão sem perdas o valor da impedância de entrada é dado por

$$Z_{in}(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)}, \quad (2.14)$$

onde  $\beta$  é chamado de número de onda e pode ser calculado por meio de

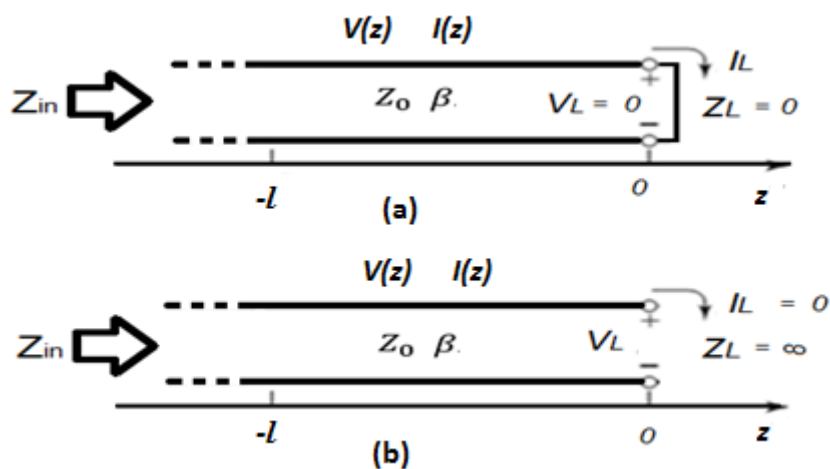
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.15)$$

Aqui,  $\lambda$  é o comprimento de onda dentro da linha de transmissão, que possui um valor diferente do do vácuo.

Um resultado interessante ocorre quando o valor de  $\beta l$  for algum múltiplo de  $\pi$ . Neste caso, tem-se que a impedância de entrada será igual à impedância de carga  $Z_L$ . Isso também ocorre no caso em que  $\beta l$  for nulo, ou seja, quando o comprimento da linha de transmissão for desprezível comparado ao comprimento de onda, como esperado.

Outros resultados de interesse ocorrem quando a impedância de carga é na verdade um curto circuito ou um circuito em aberto como mostram as figura 2.4a e 2.4b respectivamente.

**Figura 2.4-** (a) Linha de transmissão terminada em curto circuito (b) Linha de transmissão terminada em circuito aberto.



Para linha terminada em curto circuito, faz-se a impedância de carga  $Z_L=0$  na equação (2.14), obtendo-se

$$Z_{in}(l) = jZ_0 \tan(\beta l). \quad (2.16)$$

Para a linha terminada em circuito aberto, faz-se a impedância de carga  $Z_L=\infty$  na equação (2.14), obtendo-se

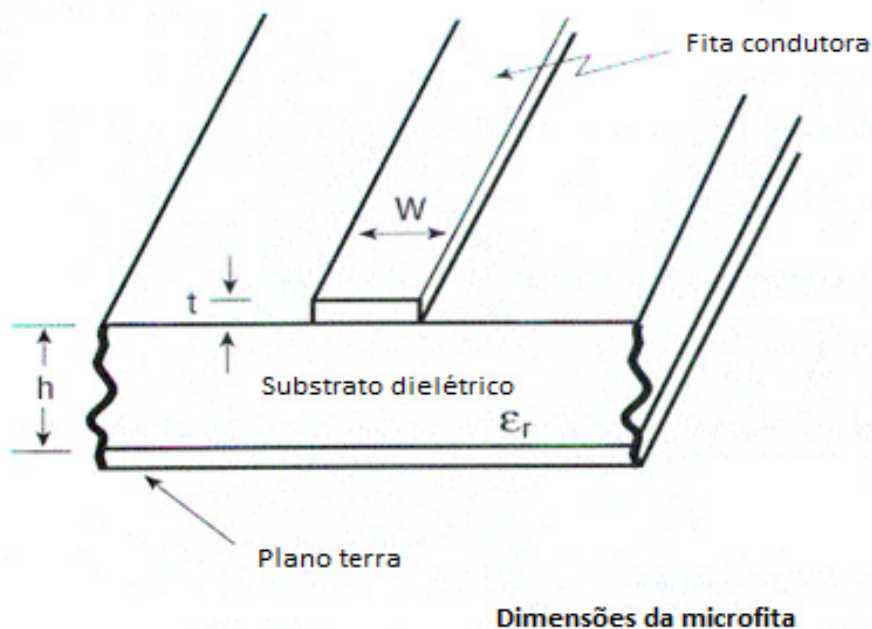
$$Z_{in}(l) = -jZ_0 \cot(\beta l). \quad (2.17)$$

Por fim tem-se o caso em que a impedância de carga esta casada com a linha, ou seja, a impedância de carga  $Z_L$  possui o mesmo valor da impedância característica da linha  $Z_0$ . Nesse caso não haverá reflexão do sinal e a impedância será uniforme em todos os pontos da linha possuindo valor igual à impedância característica  $Z_0$ .

### 2.1.1. MICROFITAS

As microfítas são um popular tipo de linha de transmissão, que consistem em uma faixa condutora de largura  $W$  e espessura  $t$ , separadas do plano terra por uma camada de substrato dielétrico com espessura  $h$  e constante dielétrica (permissividade elétrica relativa)  $\epsilon_r$ . A figura 2.5 ilustra essa estrutura.

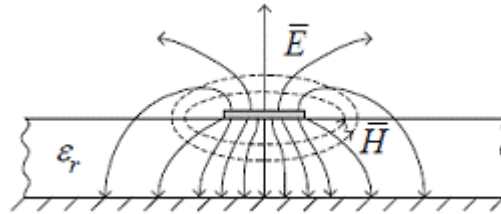
Figura 2.5- Estrutura de uma microfita.



Os campos eletromagnéticos numa estrutura de microfita existem tanto no seu substrato quanto no ar que a circula [17], conforme ilustra a figura 2.6 abaixo. De forma geral, a permissividade elétrica do substrato vai ser maior que a do ar, o que faz com que a onda esteja viajando por um meio não homogêneo. Devido a esse fato, quando se trata de

microfitas está-se interessados na constante dielétrica efetiva, a qual é o valor da constante dielétrica relativa para um meio homogêneo equivalente, calculada a partir das constantes elétricas do ar e do material dielétrico.

**Figura 2.6-** Campos eletromagnéticos numa estrutura de microfita.



Devido a sua não-homogeneidade, as microfitas não suportam ondas puramente transversais (ondas TEM), sendo assim sujeitas a composições de onda TM e TE. Entretanto, como na maioria das aplicações práticas o substrato dielétrico é muito fino comparado ao comprimento de onda ( $h \ll \lambda$ ), as componentes longitudinais são desprezíveis e os campos se tornam quase transversais o que permite uma aproximação quase-TEM[5].

As características de transmissão das microfitas são descritas por dois parâmetros, a sua constante dielétrica efetiva  $e_{re}$  e impedância característica  $Z_0$ , que são obtidos pela análise quase-estática. Para fitas condutoras muito finas ( $t \rightarrow 0$ ), pode-se usar as equações (2.18) e (2.19) abaixo para calcular  $e_{re}$  e  $Z_0$ , com erro menor do que 1% [17]

para  $W/h \leq 1$ :

$$e_{re} = \frac{e_r+1}{2} + \frac{e_r-1}{2} \left[ \left(1 + \frac{12h}{W}\right)^{-0.5} + 0.04 \left(1 - \frac{W}{h}\right)^2 \right] \quad (2.18)$$

$$Z_0 = 60/\sqrt{e_{re}} \ln \left( \frac{8h}{W} + \frac{0.25W}{h} \right) \quad (2.19)$$

para  $W/h \geq 1$ :

$$e_{re} = \frac{e_r+1}{2} + \frac{e_r-1}{2} \left(1 + \frac{12h}{W}\right)^{-0.5} \quad (2.20)$$

$$Z_0 = 120\pi/\sqrt{e_{re}} \left[ \frac{W}{h} + 1.393 + 0.677 \ln \left( \frac{W}{h} + 1.444 \right) \right]^{-1}. \quad (2.21)$$

Uma vez obtida a constante dielétrica efetiva da microfita, o comprimento da onda guiada ( $\lambda_g$ ) no modo quase-TEM, em função do comprimento de onda no espaço livre ( $\lambda_0$ ) é dada por

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{e_{re}}}. \quad (2.22)$$

As expressões para a velocidade de fase e constante de propagação para microfita são dadas por

$$v_p = c/e_{re} = \omega/\beta \quad (2.23)$$

$$\beta = 2\pi/\lambda_g, \quad (2.24)$$

enquanto o comprimento elétrico  $\theta$  de uma microfita com comprimento físico  $l$  é obtido através de

$$\theta = \beta l. \quad (2.25)$$

Dado o valor de  $Z_0$  é possível obter os valores para  $W/h$ , através do uso das equações abaixo, que, de acordo com [17], fornece resultados com erro inferior a 1% [17].

Para  $W/h \leq 2$ :

$$\frac{W}{h} = \frac{8e^A}{8e^{2A}-2}, \quad (2.26)$$

em que

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{e_r+1}{2}} + \frac{e_r-1}{e_r+1} \left(0.23 + \frac{0.11}{e_r}\right), \quad (2.27)$$

para  $W/h \geq 2$ :

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ (B - 1) - \ln(2B - 1) + \frac{e_r - 1}{2e_r} \left[ \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{e_r} \right] \right\}, \quad (2.28)$$

em que

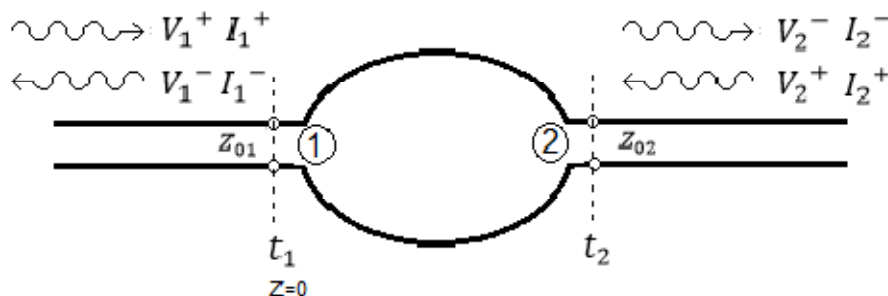
$$B = \frac{60\pi^2}{Z_0 \sqrt{e_r}}. \quad (2.29)$$

## 2.2. TEORIA DAS REDES DE MICRO-ONDAS

Pode-se modelar os componentes e dispositivos de microondas por redes de N portas. A estas redes estão atrelados conceitos de circuitos, os quais podem ser estendidos de forma a lidar com muitos problemas práticos de projeto e análise de microondas, permitindo uma abordagem mais simples do que o uso direto das equações de Maxwell [5]. Essa abordagem também abre a possibilidade de modificar o problema original ou combinar vários elementos de forma a encontrar uma resposta sem a necessidade de analisar novamente cada elemento em suas novas conexões. As relações entre entrada e saída de uma rede de microondas pode ser representada de várias formas diferentes [18], dentre as quais deve-se destacar o uso das matrizes de impedância, admitância, espalhamento e transmissão.

Embora para frequências na faixa de microondas não existam voltímetros ou amperímetros para a medida direta de tensões e correntes, é útil descrever um circuito que opere em tais frequências em termos dessas grandezas, tendo assim a possibilidade do uso de conceitos clássicos de circuito que operam em baixa frequência [19]. A figura 2.7 demonstra uma rede de duas portas conectada a duas linhas de transmissão, uma em sua entrada e outra em sua saída. As ondas que se propagam no sentido da rede são denominadas incidentes e as que se propagam para fora da rede são as refletidas.

**Figura 2.7**-Ondas de Corrente e voltagem nas linhas de transmissão de uma rede de duas portas.



Das relações entre voltagem e corrente pode-se definir as seguintes grandezas:

Coefficiente de reflexão de voltagem na porta,  $\Gamma$ :

$$\Gamma_1 = \frac{V_1^-(0)}{V_1^+(0)}. \quad (2.30)$$

Perda de retorno,  $RL(\text{dB})$ :

$$RL(\text{dB}) = -20 \log |\Gamma_1|. \quad (2.31)$$

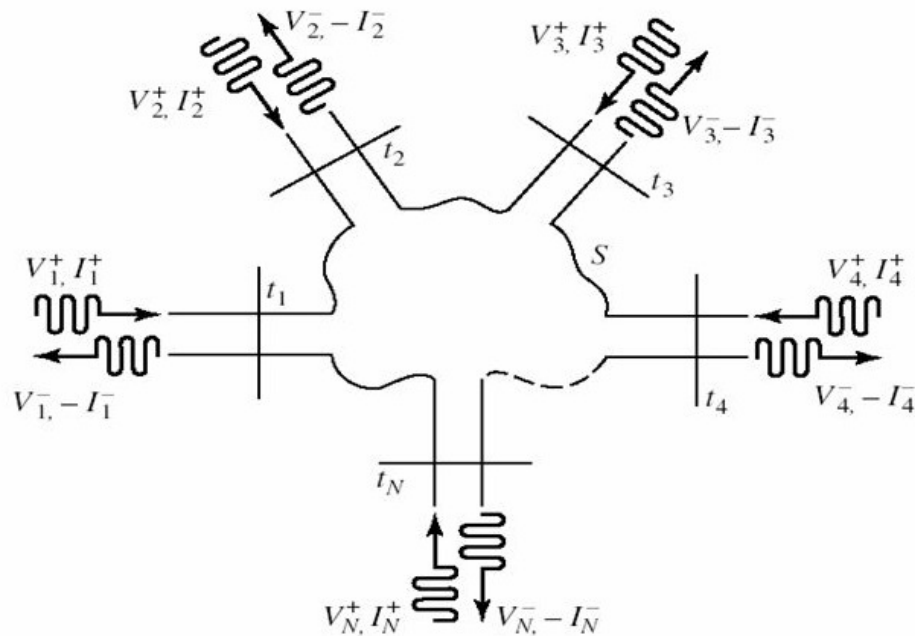
Razão de onda estacionária,  $VSWR$

$$VSWR = \frac{1+|\Gamma_1|}{1-|\Gamma_1|}. \quad (2.32)$$

Considere uma rede de  $N$  portas com cada porta ligada a uma linha de transmissão, como mostrado na figura 2.8. abaixo. As ondas incidentes e refletidas para voltagem e corrente na linha conectada a porta  $n$  são representadas por  $(V_n^+, I_n^+)$  e  $(V_n^-, I_n^-)$ , respectivamente, enquanto que a impedância característica correspondente a  $n$ -ésima porta é denotada por  $Z_{0n}$ .



**Figura 2.8-** Rede de  $N$  portas com linhas de transmissão ligadas a cada porta.



Para uma rede de  $N$  portas podem-se definir as matrizes de impedância e admitância a partir das correntes e tensões totais [5]. Para a matriz de impedância, essas grandezas são relacionadas através de

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

Ou, de forma mais simples,

$$[V] = [Z][I], \quad (2.34)$$

em que  $[V]$ ,  $[Z]$  e  $[I]$  representam as matrizes de voltagem, impedância e corrente, respectivamente.

De maneira similar tem-se para a matriz de admitância

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

Ou, de forma mais simples,

$$[I] = [Y][V], \quad (2.36)$$

onde  $[Y]$  é a matriz de admitância, que é a inversa da matriz de impedância  $[Z]$ , ou seja,

$$[Y][Z] = [I]. \quad (2.37)$$

Observando as matrizes em (2.33) e (2.35) pode-se perceber que os valores de  $Z_{ij}$  e  $Y_{ij}$  podem ser obtidos por meio de

$$Z_{ij} = \frac{V_i}{I_j} \text{ com } I_k=0 \text{ para todo } k \neq j \quad (2.38)$$

$$Y_{ij} = \frac{I_i}{V_j} \text{ com } V_k=0 \text{ para todo } k \neq j. \quad (2.39)$$

É importante mencionar que se a rede for recíproca (não contém nenhum dispositivo ativo), as matrizes de impedância e admitância são simétricas[19], ou seja,

$$Z_{ij} = Z_{ji} \quad (2.40)$$

$$Y_{ij} = Y_{ji}. \quad (2.41)$$

Quando a frequência se torna elevada, representações que usam as matrizes de impedância ou admitância passam a ser impróprias devido à natureza de onda da voltagem e corrente [5]. É assim necessária uma representação que faça uso dos conceitos de onda

incidente e refletida. Assim, para frequências elevadas, utiliza-se a matriz de espalhamento [S], a qual relaciona as ondas de tensão incidente e refletidas nas portas da rede, de acordo com

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

ou

$$[V^-] = [S][V^+], \quad (2.43)$$

em que  $[V^-]$ ,  $[V^+]$  e  $[S]$  representam as matrizes de onda de tensão refletida, onda de tensão incidente e coeficiente de reflexão.

Os coeficientes da matriz S podem ser obtidos através de

$$S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+} \text{ com } V_k^+ = 0 \text{ para todo } k \neq j. \quad (2.44)$$

Assim como acontece com as matrizes de impedância e admitância, a matriz de espalhamento, para uma rede recíproca, também é simétrica, ou seja,

$$S_{ij} = S_{ji}. \quad (2.45)$$

Para o caso de uma rede sem perdas a matriz de espalhamento obedece à

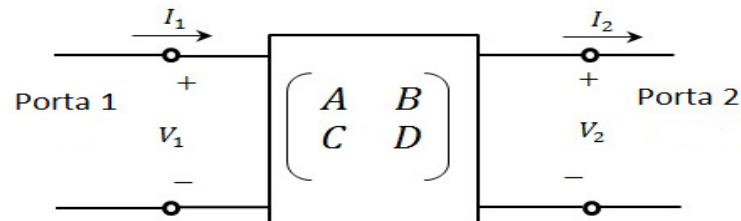
$$[S]^T [S]^* = [I], \quad (2.46)$$

onde  $[S]^T$ ,  $[S]^*$  e  $[I]$  são a transposta da matriz de espalhamento, a complexo conjugada da matriz de espalhamento e a matriz identidade, respectivamente.

Em termos práticos a maioria das redes de micro-ondas consiste de conexões em cascata entre redes de duas portas. Assim é útil definir para cada rede uma matriz 2x2, em que a matriz resultante para todo o sistema será igual à multiplicação das matrizes 2x2 que

caracterizam cada uma das redes de duas portas. Essa é a matriz de transmissão ou matriz ABCD e está ilustrada na figura 2.9 e equação (2.47).

**Figura 2.9-**Matriz ABCD para uma rede de duas portas.



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

É importante notar que o sentido da corrente  $I_2$  para a matriz ABCD é o oposto do usado para as matrizes de impedância e admitância.

A obtenção dos parâmetros ABCD é dada por

$$A = \frac{V_1}{V_2} \text{ com } I_2=0 \quad (2.48)$$

$$B = \frac{V_1}{-I_2} \text{ com } V_2=0 \quad (2.49)$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} \text{ com } I_2=0 \quad (2.50)$$

$$D = \frac{I_1}{-I_2} \text{ com } V_2=0. \quad (2.51)$$

A figura 2.10 ilustra a matriz ABCD para duas redes as quais são de particular interesse para esse trabalho.

**Figura 2.10-** Matriz ABCD para duas redes de duas portas.

Circuitos	Parâmetros ABCD	
	$A = 1$ $C = Y$	$B = 0$ $D = 1$
	$A = \cos \beta \ell$ $C = jY_0 \sin \beta \ell$	$B = jZ_0 \sin \beta \ell$ $D = \cos \beta \ell$

Para rede de duas portas recíprocas os elementos da matriz ABCD obedecem à

$$AD - BC = 1. \quad (2.52)$$

Vale ressaltar que existem equações para realizar a conversão entre as matrizes aqui apresentadas para uma rede de duas portas. Dentre estas se destacam as relações de conversão entre os parâmetros de espalhamento e transmissão dadas a seguir:

De parâmetros de transmissão para espalhamento:

$$S_{11} = \frac{A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 - D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.53)$$

$$S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.54)$$

$$S_{21} = \frac{2}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.55)$$

$$S_{22} = \frac{-A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 + D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D}. \quad (2.56)$$

De parâmetros de espalhamento para transmissão:

$$A = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (2.57)$$

$$B = Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (2.58)$$

$$C = \frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (2.59)$$

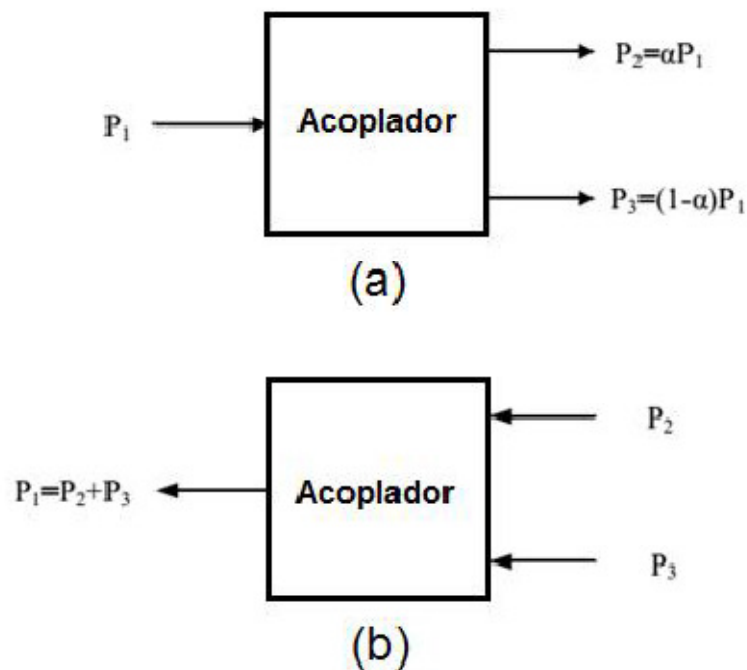
$$D = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}. \quad (2.60)$$

Formulas que relacionam os parâmetros de espalhamento ou transmissão com os parâmetros de impedância ou admitância podem ser encontradas no livro de D.M.Pozar [5].

### 3. ACOPLADORES DIRECIONAIS

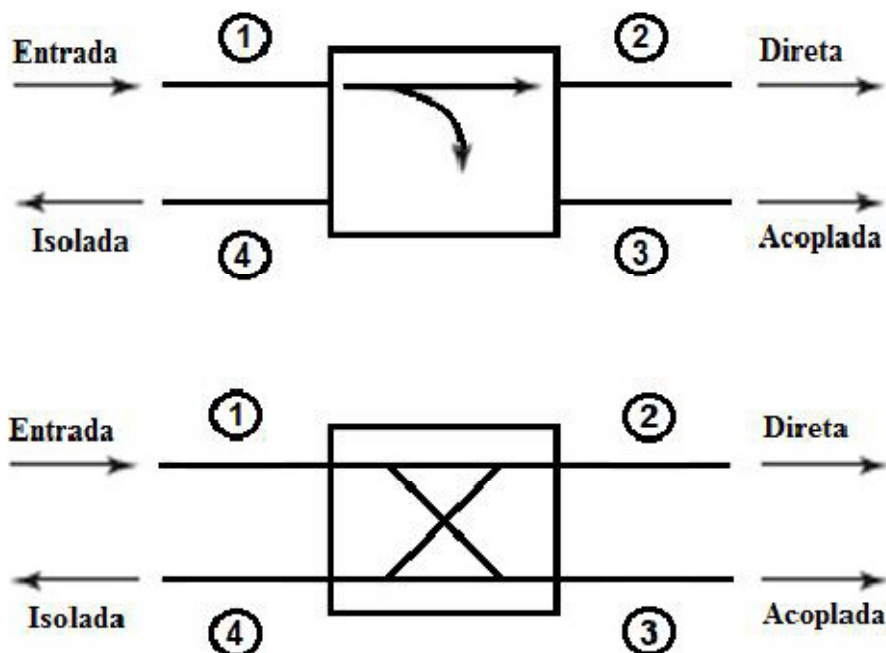
Acopladores direcionais [20] são dispositivos passivos, que servem para acoplar uma quantidade definida de potência eletromagnética em uma linha de transmissão a uma porta, permitindo assim que o sinal seja usado em outro circuito. Estes dispositivos possuem quatro portas e trabalham na faixa de frequências de microondas possuindo diversas aplicações, inclusive divisão ou combinação de potência. Quando realizando a divisão, o sinal de entrada será dividido em dois ou mais sinais com amplitude menores de forma arbitrária na saída. No caso da combinação, dois ou mais sinais de entrada serão somados em um único sinal de saída. A figura 3.1a e 3.1b ilustram o processo de divisão e combinação de potência respectivamente.

Figura 3.1- (a) divisão de potência (b) combinação de potência.



Para um acoplador direcional com quatro portas, tem-se idealmente a porta 1 desacoplada da porta 4 assim como a porta 2 desacoplada da porta 3. Por desacoplado entende-se que um sinal que entra na porta 1 não gera uma saída na porta 4 e vice e versa. A figura 3.2 ilustra os símbolos mais usados para representar um acoplador direcional.

Figura 3.2- Representação de um acoplador direcional.



Para determinar o desempenho de um acoplador direcional faz-se uso de quatro parâmetros: acoplamento, diretividade, isolação e perda por inserção[5]. Acoplamento é o parâmetro que indica a fração da potência de entrada que é acoplada a saída. Diretividade indica a capacidade do acoplador em isolar as portas acopladas das não acopladas. Isolação indica a quantidade de energia liberada para a porta isolada. Perda por inserção indica a quantidade de potência liberada na porta direta. As equações para determinar esses parâmetros são dadas a seguir,

$$\text{Acoplamento} = C = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_3} \right) = -10 \log |S_{31}|^2 \quad (3.1)$$

$$\text{Diretividade} = D = 10 \log \left( \frac{P_3}{P_4} \right) = -10 \log \frac{|S_{14}|^2}{|S_{13}|^2} \quad (3.2)$$

$$\text{Isolação} = I = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_4} \right) = -10 \log |S_{14}|^2 \quad (3.3)$$

$$\text{Perda por inserção} = L = 10 \log \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = -10 \log |S_{12}|^2 \quad (3.4)$$

Considerando os valores em decibéis dessas grandezas tem-se que

$$I = C + D. \quad (3.5)$$

Um acoplador direcional ideal é uma rede recíproca em que não existe potência saindo pela porta isolada, logo sua diretividade e isolação são infinitas. Assim a matriz de espalhamento para um acoplador direcional ideal terá os seus coeficientes  $S_{ij}$  satisfazendo à

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} \\ S_{21} = S_{12} \\ S_{31} = S_{13} \\ S_{41} = S_{14} = 0 \\ S_{23} = S_{32} = 0 \\ S_{24} = S_{42} \\ S_{34} = S_{43}, \end{array} \right. \quad (3.6)$$

ou seja,

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Considerando que o acoplador é sem perdas, a matriz  $S$  será unitária, de forma que deve-se ter

$$\sum_{k=1}^N S_{ki} S_{kj}^* = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.8)$$

Da equação (3.8) tem-se

$$S_{12} S_{24}^* + S_{13} S_{34}^* = 0 \quad (3.9)$$

$$S_{12} S_{13}^* + S_{24} S_{34}^* = 0 \quad (3.10)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (3.11)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1. \quad (3.12)$$

Das equações (3.11) e (3.12) pode-se perceber que

$$|S_{13}| = |S_{24}|. \quad (3.13)$$



De (3.9) tem-se a seguinte relação

$$|S_{12}||S_{24}| = |S_{13}||S_{34}|. \quad (3.14)$$

Substituindo (3.13) em (3.14) tem-se

$$|S_{12}| = |S_{34}|. \quad (3.15)$$

Escolhe-se então um plano de referência de forma a ter-se

$$S_{12} = S_{34} = \alpha \quad (3.16)$$

$$S_{13} = \beta e^{j\theta} \quad (3.17)$$

$$S_{24} = \beta e^{j\varphi}, \quad (3.18)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes reais e  $\theta$  e  $\varphi$  são constantes de fase.

Substituindo (3.16) e (3.18) em (3.12) tem-se

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1. \quad (3.19)$$

Substituindo (3.16), (3.17) e (3.18) em (3.10) pode-se obter

$$\theta + \varphi = \pi \pm 2n\pi. \quad (3.20)$$

Ignorando os múltiplos de  $2\pi$  existem duas escolhas para  $\theta$  e  $\varphi$  que comumente são usadas na prática.

A primeira é o acoplador simétrico em que as constantes de fase têm o mesmo valor, de forma que  $\theta=\varphi=\pi/2$ , também chamado de acoplador em  $90^\circ$ . Sua matriz de espalhamento é dada por

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & j\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & j\beta \\ j\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & j\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

A segunda é o acoplador anti-simétrico em que as constantes de fase possuem diferença de  $180^\circ$ , de forma que  $\theta=0$  e  $\varphi=180^\circ$ , por esse motivo esse acoplador também é chamado de acoplador em  $180^\circ$ . Sua matriz de espalhamento é

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

### 3.1. ACOPLADORES HÍBRIDOS

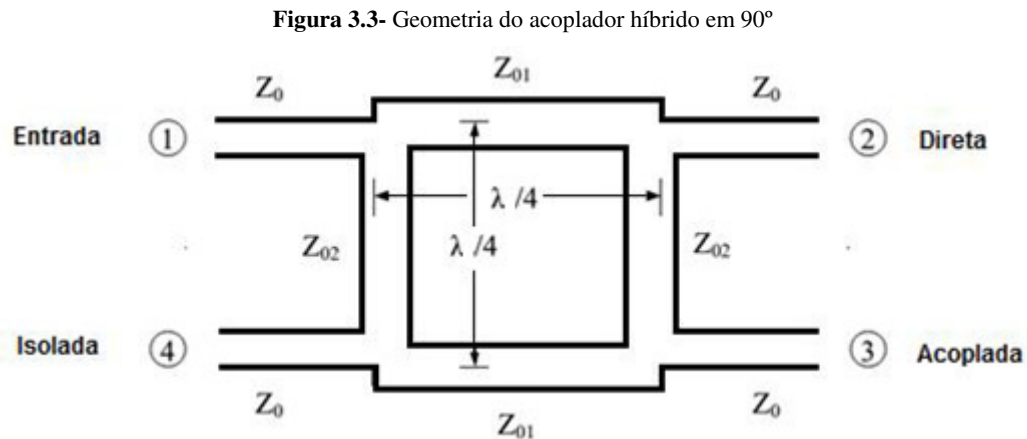
Os acopladores direcionais podem ser projetados de forma a possuir uma divisão de potência arbitrária. Porém, quando são feitos de forma a possuir igual divisão de potência com diferença de fase de  $90^\circ$  ou  $180^\circ$  entre os sinais nas portas direta e acoplada, chama-se de acoplador híbrido [5]. Devido à igual divisão de potência, tem-se para a matriz de espalhamento desse dispositivo a seguinte propriedade

$$\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (3.23)$$

Os acopladores híbridos possuem dois parâmetros adicionais que os caracterizam, além dos quatro usados para um acoplador direcional (acoplamento, diretividade, isolamento e perda por inserção): balanço de fase e balanço de amplitude [21]. Balanço de fase é a diferença de fase entre os dois sinais de saída,  $S_{21}$  e  $S_{31}$ , e balanço de amplitude é a diferença de amplitude em dB destes sinais. Tanto o balanço de fase quanto o balanço de amplitude sofrem influência da frequência.

### 3.1.1. ACOPLADORES HÍBRIDOS EM 90°

O acoplador híbrido em 90°, também conhecido como acoplador híbrido em quadratura ou acoplador *branch-line* [5], é um acoplador direcional com divisão de potência igualitária (3dB em cada saída) e diferença de 90° entre os dois sinais de saída, sendo formado por linhas de transmissão com comprimento  $\lambda/4$ . A figura 3.3 abaixo ilustra a geometria desse acoplador, em que as linhas de transmissão na posição horizontal, com impedância  $Z_{01}$  são denominadas *main line* e as linhas de transmissão na posição vertical, são denominadas *branch line*.



Se todas as portas da figura 3.3 estão casadas, um sinal aplicado a porta 1 será dividido em duas componentes de igual amplitude e com 90° de diferença de fase cujas saídas são as portas 2 e 3, enquanto idealmente nada sai pela porta 4 e não há reflexão na porta 1.

A matriz de espalhamento desse acoplador é dada por[5]

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Quando se deseja dimensionar os parâmetros de espalhamento de forma que a divisão de potência não seja dividida de forma igualitária entre as portas de saída, por exemplo 90% da potência para porta 2 e 10% pra porta 3, tem-se que [22]

$$S_{21} = -j \frac{Z_{01}}{Z_0} \quad (3.25)$$

$$S_{31} = -\frac{Z_{01}}{Z_{02}} \quad (3.26)$$

$$S_{11} = S_{41} = 0, \quad (3.27)$$

onde  $Z_{01}$  e  $Z_{02}$  satisfazem

$$\frac{Z_{01}^2}{Z_0^2} + \frac{Z_{01}^2}{Z_{02}^2} = 1. \quad (3.28)$$

Assim, de (3.7), (3.25), (3.26) e (3.27), tem-se que a matriz de espalhamento pode ser expressa como

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & -j \frac{Z_{01}}{Z_0} & -\frac{Z_{01}}{Z_{02}} & 0 \\ -j \frac{Z_{01}}{Z_0} & 0 & 0 & -\frac{Z_{01}}{Z_{02}} \\ -\frac{Z_{01}}{Z_{02}} & 0 & 0 & -j \frac{Z_{01}}{Z_0} \\ 0 & -\frac{Z_{01}}{Z_{02}} & -j \frac{Z_{01}}{Z_0} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Comparando a matriz de espalhamento em (3.24) com a matriz em (3.29), tem-se que  $Z_{01}$  e  $Z_{02}$ , para igual divisão de potência, são dados por

$$Z_{01} = \frac{Z_0}{\sqrt{2}} \quad (3.30)$$

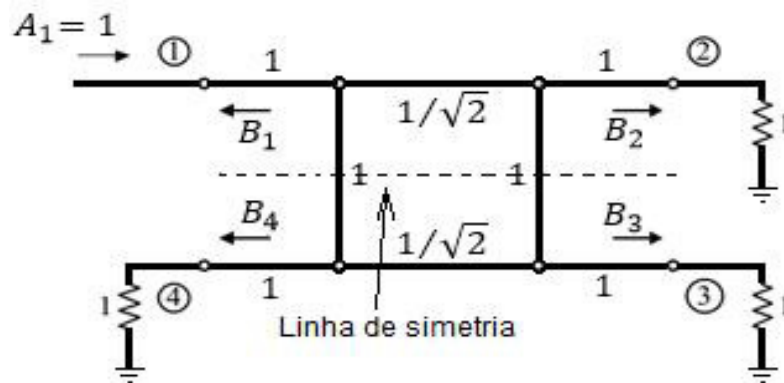
$$Z_{02} = Z_0. \quad (3.31)$$

Em termos práticos, na maioria dos casos, o valor utilizado para  $Z_0$  é de  $50\Omega$ .

Para analisar o acoplador *branch-line* será tirado proveito de sua simetria, realizando uma abordagem denominada de análise de modo par-ímpar[23].

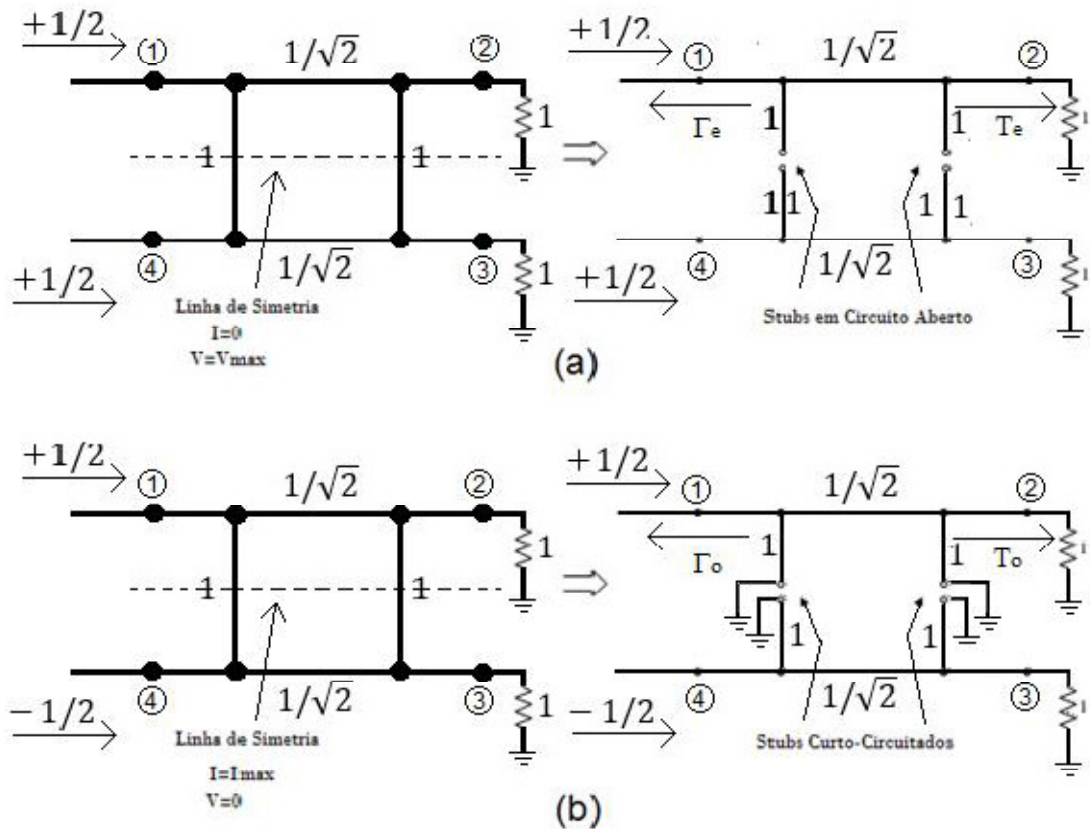
Primeiramente desenha-se o acoplador com seus valores normalizados e traça-se uma linha imaginária que corta o acoplador normalizado ao meio, conforme ilustrado na figura 3.4.

Figura 3.4- Circuito normalizado de um acoplador *branch-line* normalizado.



Cada linha da figura 3.4 representa uma linha de transmissão com impedância normalizada em relação  $Z_0$ . Sendo todas as portas casadas e assumindo que uma onda de amplitude  $A_1$  incide sobre a porta 1, o circuito da figura 3.4 pode ser decomposto na superposição de excitação de modo par e excitação de modo ímpar conforme ilustra a figura 3.5. Como o circuito é linear o resultado original pode ser obtido da soma dos dois modos.

Figura 3.5- Decomposição do acoplador *branch-line* em modo (a) par e (b) ímpar.



No modo par, ilustrado na figura 3.5(a), dois sinais em fase com amplitude  $\frac{1}{2}$  são aplicados nas portas 1 e 4. Pode-se observar que devido à simetria, os máximos de voltagem ocorrem nos pontos sobre a linha tracejada, onde se tem  $Z=\infty$ , sendo assim equivalente a um circuito em aberto.

De forma equivalente, no modo ímpar, ilustrado na figura 3.5(b), dois sinais em oposição de fase com amplitude  $\frac{1}{2}$  são aplicados nas portas 1 e 4. Pode-se observar que devido à simetria, os mínimos de voltagem ocorrem nos pontos sobre a linha tracejada, onde se tem  $Z=0$ , sendo assim equivalente a um curto-circuito.

Aplicando a superposição das respostas individuais dos modos par e ímpar, as amplitudes das ondas  $B_1, B_2, B_3, B_4$  que emergem de cada uma das portas do acoplador *branch-line* podem ser expressas por [5]

$$B_1 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (3.32)$$

$$B_2 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o \quad (3.33)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o \quad (3.34)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o, \quad (3.35)$$

onde  $\Gamma_{e,o}$  e  $T_{e,o}$  são os coeficientes de reflexão e transmissão para o modo par e modo ímpar, respectivamente.

Considere primeiramente o cálculo de  $\Gamma_e$  e  $T_e$  para o circuito de duas portas ilustrado na figura 3.5(a). A matriz ABCD total é a multiplicação das matrizes ABCD de cada componente do circuito em cascata

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & j\text{sen}(\beta l)/\sqrt{2} \\ j\sqrt{2}\text{sen}(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_s & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Aqui,  $Y_s$  é a admitância vista na entrada do estube em aberto resultante do corte horizontal e  $l$  e  $\beta$  são o comprimento e a constante de fase da seção de linha de transmissão com impedância característica normalizada  $1/\sqrt{2}$ . Da figura 3.3 percebe-se que  $l=\lambda/4$ .

Como a admitância é dada por

$$Y_s = j\tan(\beta l_s), \quad (3.37)$$

e o comprimento do estube é  $\lambda/8$ , metade da linha de transmissão de comprimento  $\lambda/4$  na figura 3.3, tem-se que

$$Y_s = j. \quad (3.38)$$

Assim, a matriz em (3.36) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & j/\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

Usando as equações (2.53), (2.55) para passar de parâmetros ABCD para parâmetros S, que são equivalentes aos coeficientes de transmissão e reflexão, obtém-se

$$\Gamma_e = \frac{A_e + B_e - C_e - D_e}{A_e + B_e + C_e + D_e} = 0 \quad (3.40)$$

$$T_e = \frac{2}{A_e + B_e + C_e + D_e} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j). \quad (3.41)$$

De forma análoga a matriz ABCD para o modo ímpar é

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Isto resulta nos coeficientes de reflexão e transmissão

$$\Gamma_o = 0 \quad (3.43)$$

$$T_o = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - j). \quad (3.44)$$

Usando as equações (3.40), (3.41), (3.43) e (3.44), nas equações (3.32) a (3.35), obtém-se

$$B_1 = 0 \quad (3.45)$$

$$B_2 = -j/\sqrt{2} \quad (3.46)$$

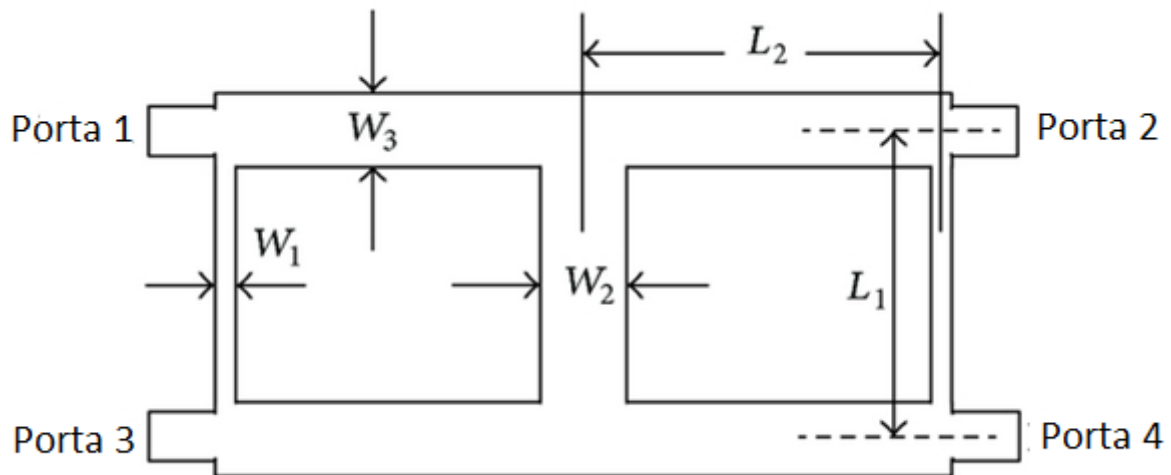
$$B_3 = -1/\sqrt{2} \quad (3.47)$$

$$B_4 = 0. \quad (3.48)$$

Esses resultados indicam que a porta 1 está casada, a porta 2 recebe metade da potência e tem fase de  $-90^\circ$  em relação a porta 1, a porta 3 recebe a outra metade da potência com fase de  $-180^\circ$  em relação a porta 1, enquanto não há saída de potência na porta 4. Esses resultados são condizentes com a primeira linha e coluna da matriz em (3.24).

Devido à limitação do comprimento de quarto de onda, a largura de banda, definida como a razão entre a faixa de frequência em que o dispositivo é capaz de operar e a frequência central de operação, de um acoplador *branch-line* é limitada de 10% a 20%. Porém a largura de banda pode ser ampliada por meio do uso de múltiplas seções em cascata, ao custo de um aumento significativo no tamanho do acoplador, conforme ilustra a figura 3.6.

**Figura 3.6-** Acoplador *branch-line* criado para melhor largura de banda.



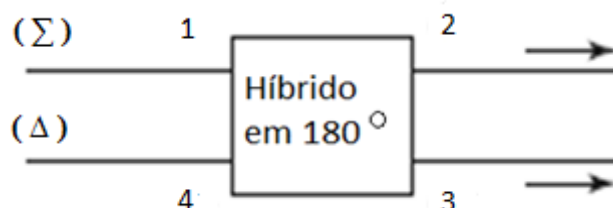
Outro efeito de interesse prático são as descontinuidades que afetam as junções do acoplador, o que pode ser resolvido através de um alongamento das linhas de transmissão por 10 ou 20%.



### 3.1.2. ACOPLADORES HÍBRIDOS EM 180°

O acoplador híbrido em 180° é um acoplador direcional com divisão de potência igualitária (3dB em cada saída) e diferença de 180° entre os dois sinais de saída, podendo ser operado de forma que a saída esteja em fase [5]. Conforme a representação na figura 3.7, um sinal aplicado à porta 1 gerará uma divisão igualitária de potência entre as portas 2 e 3, com ondas em fase na saída, enquanto a porta 4 permanece isolada. Se a entrada for aplicada a porta 4, tem-se dois sinais de igual amplitude na saída da porta 2 e 3, porém defasados de 180°, enquanto a porta 1 estará isolada. Esse dispositivo também pode ser usado como combinador, aplicando os sinais de entrada nas portas 2 e 3, a soma dos sinais de entrada será a saída da porta 1, enquanto que a diferença desses sinais emergirá da porta 4. Assim as portas 1 e 4 são chamadas de porta de soma e diferença, respectivamente.

Figura 3.7- Símbolo para o acoplador híbrido de 180°.

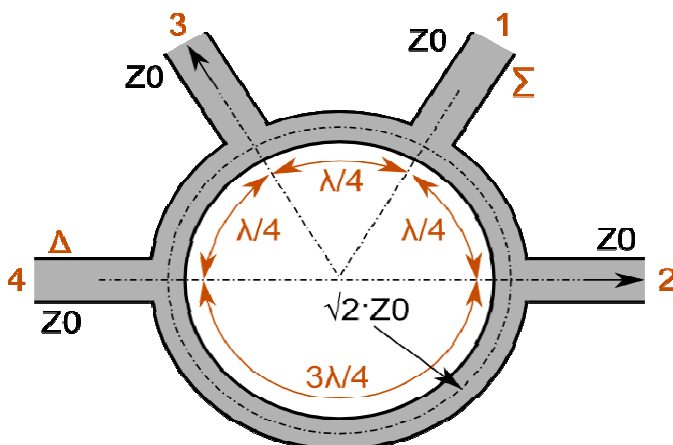


(Δ) (Σ) A matriz de espalhamento para esse acoplador é dada por[5]

$$[S] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

O acoplador híbrido em 180° pode ser fabricado de diversas formas, como o acoplador em anel, ou o *rat-race* [5], ilustrado na figura 3.8.

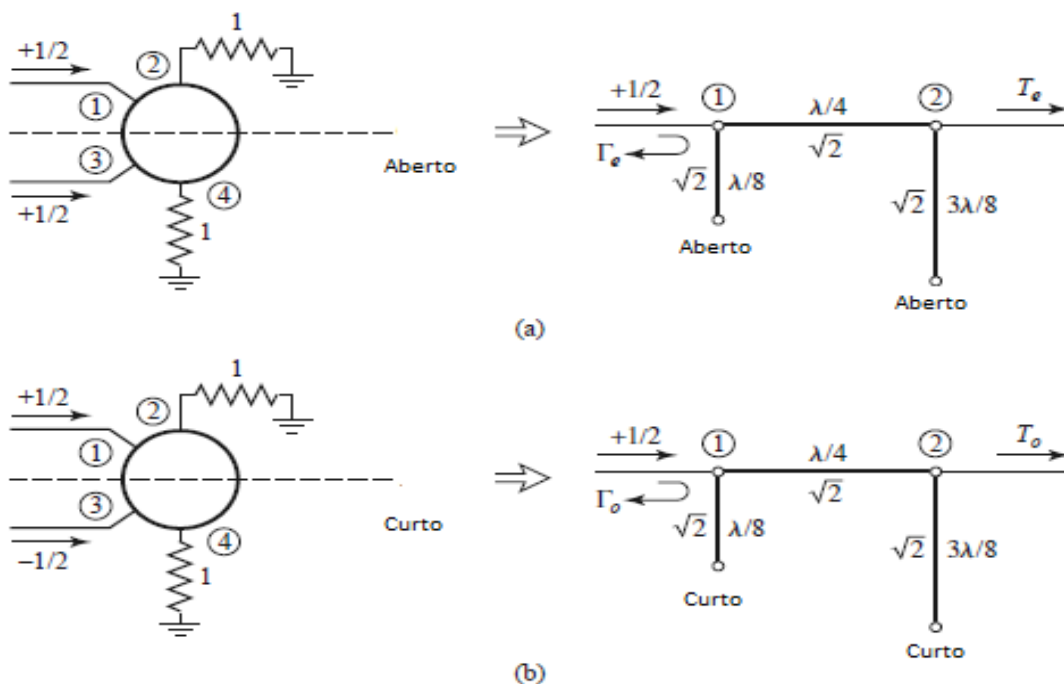
Figura 3.8- Acoplador em anel.



Para analisar o acoplador em anel usa-se de sua simetria. Assim como foi feito no caso do acoplador branch-line, será realizada novamente a abordagem de análise de modo par-ímpar.

Considere-se primeiro que uma onda de amplitude unitária é aplicada a porta 1 do acoplador em anel apresentado na figura 3.8. Essa onda será dividida em duas componentes, ambas chegando em fase nas portas 2 e 3. Usando a análise de modo par-ímpar, pode-se decompor esse circuito como a superposição de dois circuitos mais simples. Desenhando o acoplador com seus valores normalizados e traçando uma linha imaginária que corta o acoplador normalizado ao meio obtém-se os modos descritos na figura 3.9.

Figura 3.9- Decomposição do acoplador em anel com sinal de entrada na porta 1 em modo (a) par e (b) ímpar.



Aplicando a superposição das respostas individuais dos modos par e ímpar, as amplitudes das ondas que emergem de cada uma das portas do acoplador em anel são expressas por

$$B_1 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (3.50)$$

$$B_2 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o \quad (3.51)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (3.52)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o. \quad (3.53)$$

Realizando a multiplicação das matrizes ABCD das linhas de transmissão obtém-se a matriz ABCD resultante, que, de acordo com D.M.Pozar [5], são dadas por

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_o = \begin{bmatrix} -1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

Usando novamente as equações (2.53), (2.55) para passar de parâmetros ABCD para parâmetros S, descobre-se assim os coeficientes de transmissão e reflexão para os modos par e ímpar, dados por

$$\Gamma_e = -j/\sqrt{2} \quad (3.56)$$

$$T_e = -j/\sqrt{2} \quad (3.57)$$

$$\Gamma_o = j/\sqrt{2} \quad (3.58)$$

$$T_o = -j/\sqrt{2}. \quad (3.59)$$

Daí resulta que

$$B_1 = 0 \quad (3.60)$$

$$B_2 = -j/\sqrt{2} \quad (3.61)$$

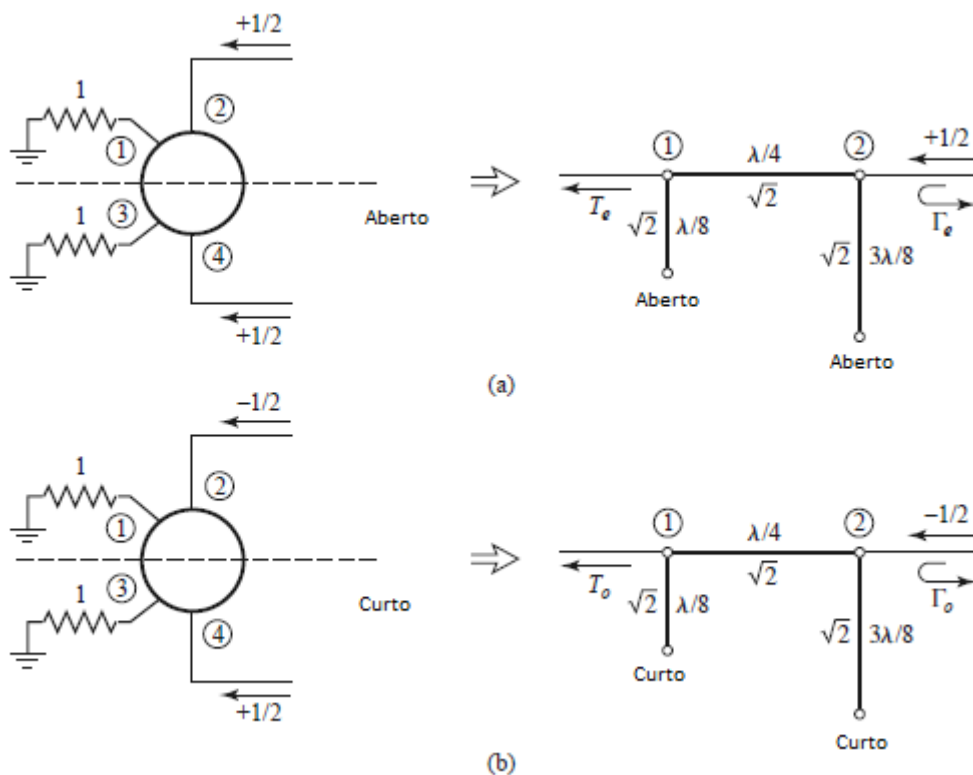
$$B_3 = -j/\sqrt{2} \quad (3.62)$$

$$B_2 = 0. \quad (3.63)$$

Isto prova que a porta de entrada (porta 1) está casada, a porta 4 está isolada e a potência de entrada foi dividida igualmente e em fase nas portas 2 e 3. Esses resultados formam a primeira linha e coluna da matriz (3.49).

Considere agora que a entrada é aplicada na porta 4 do acoplador em anel na figura 3.8. As duas componentes de onda nas portas 2 e 3 terão igual amplitude, porém uma diferença de fase de  $180^\circ$ . Usando a análise de modo par-ímpar, esse circuito será decomposto como a superposição de dois circuitos mais simples. Desenhando o acoplador com seus valores normalizados e traçando uma linha imaginária que corta o acoplador normalizado ao meio, resulta nos modos descritos na figura 3.10.

**Figura 3.10-** Decomposição do acoplador em anel com sinal de entrada na porta 4 em modo (a) par e (b) ímpar.



Aplicando a superposição das respostas individuais dos modos par e ímpar, as amplitudes das ondas que emergem de cada uma das portas do acoplador em anel são expressas por

$$B_1 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o \quad (3.64)$$

$$B_2 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o \quad (3.65)$$

$$B_3 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o \quad (3.66)$$

$$B_4 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o. \quad (3.67)$$

As matrizes resultantes para os modos par e ímpar são dadas por

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} -1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_o = \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.69)$$

Os coeficientes de transmissão e reflexão para os modos par e ímpar são dados por,

$$\Gamma_e = j/\sqrt{2} \quad (3.70)$$

$$T_e = -j/\sqrt{2} \quad (3.71)$$

$$\Gamma_o = -j/\sqrt{2} \quad (3.72)$$

$$T_o = -j/\sqrt{2}. \quad (3.73)$$

Isto resulta em

$$B_1 = 0 \quad (3.74)$$

$$B_2 = j/\sqrt{2} \quad (3.75)$$

$$B_3 = -j/\sqrt{2} \quad (3.76)$$

$$B_4 = 0. \quad (3.77)$$

Isto prova que a porta de entrada (porta 4) está casada, a porta 1 está isolada e a potência de entrada foi dividida igualmente e com diferença de fase de 180° entre portas 2 e 3. Esses resultados formam a quarta linha e coluna da matriz (3.49).

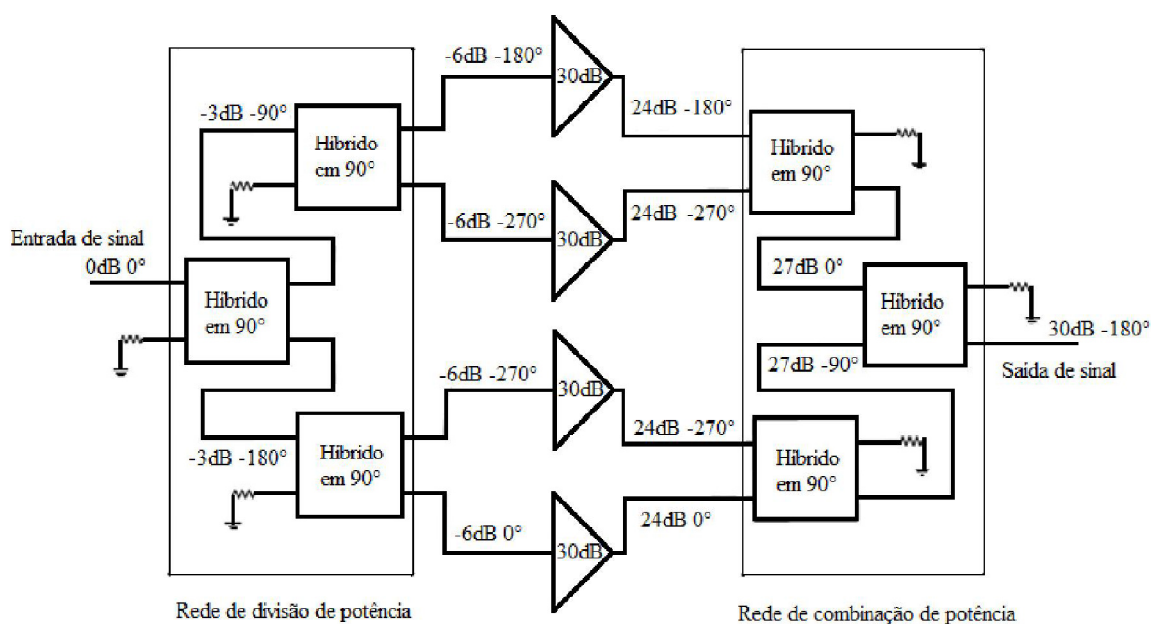
A largura de banda do acoplador em anel é limitada por sua dependência em frequência, porém a largura de banda pode ser ampliada com o uso de múltiplas seções da mesma forma que o acoplador híbrido em 90°.

### 3.1.3. APLICAÇÕES DOS ACOPLADORES HÍBRIDOS

Os acopladores híbridos são usados em praticamente todos os tipos de dispositivos de microondas[24], seja ele passivo, como filtros e redes de casamento, ou ativo, como amplificadores e defasadores[25].

Acopladores híbridos também são usados como combinadores e divisores de potência[5], permitindo a construção de amplificadores de potência [21], como o apresentado na figura 3.11.

Figura 3.11- Amplificador de potência construído com o uso de acopladores híbridos.



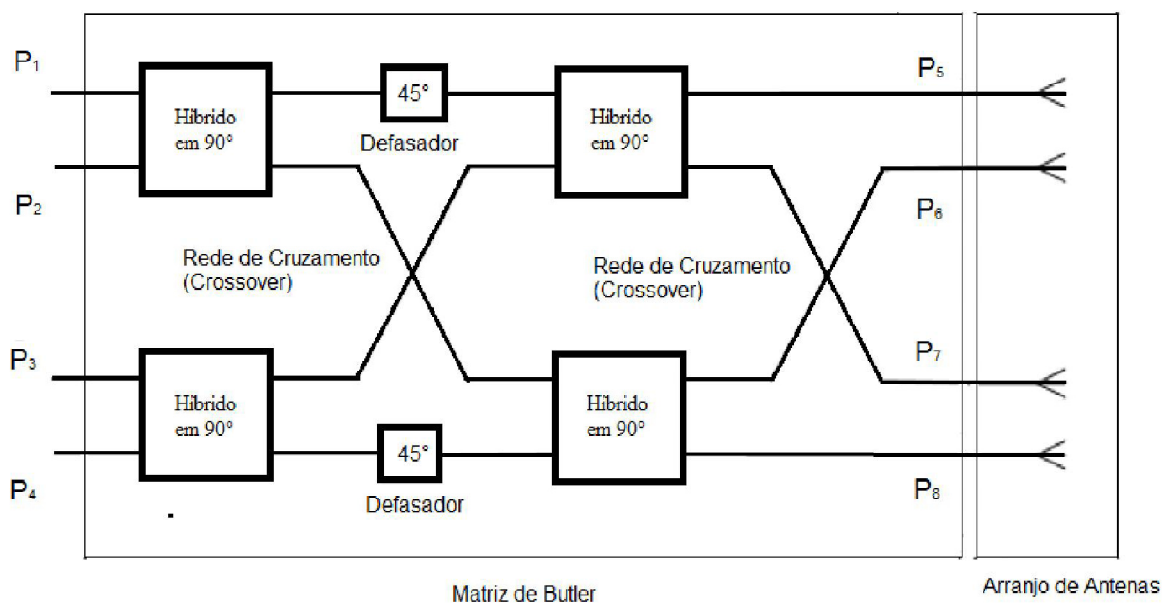
Para o amplificador da figura 3.11, o sinal de entrada é primeiramente dividido pelo acoplador híbrido na entrada, de forma a alimentar o amplificador, sendo os sinais resultantes combinados novamente em uma etapa posterior de forma a produzir uma saída com potência elevada. O amplificador é dividido dessa forma para possuir uma amplificação total elevada, com a potência, nos estágios de combinação de potência, mais reduzida de modo a reduzir as demandas sobre os elementos ativos. No estágio de combinação de potência, as entradas são dispostas de forma a possuírem uma defasagem

de 90° entre si, de maneira que os sinais sejam somados na porta de saída e cancelados na porta isolada.

Um dos dispositivos que mais necessitam do uso de acopladores híbridos é a matriz de Butler [26][27], que é uma rede de formação de feixe [28], usada para, por exemplo, criar um feixe de ondas de rádio em uma dada direção.

A matriz de Butler é uma rede passiva e linear que possui a capacidade de orientar feixes, para um conjunto de  $N$  antenas, através da alteração da diferença de fase entre os sinais usados para alimentar os elementos de antena. Em uma matriz de Butler  $N \times N$ , são necessários  $(N/2)\log_2 N$  acopladores híbridos para sua construção [26]. Um esquema para a matriz de Butler 4x4 é apresentado na figura 3.12 a seguir.

Figura 3.12- Matriz de Butler 4x4.



Um sinal introduzido em uma das portas de entrada gerará respostas nas saídas com diferenças de fase, de forma a criar um feixe resultante o qual será irradiado em um determinado ângulo no espaço. Como a matriz de Butler é uma rede recíproca e passiva, ela pode funcionar como um transmissor ou receptor de energia.

## **4. LINHAS DE TRANSMISSÃO ARTIFICIAIS**

Uma linha de transmissão artificial se trata de um conjunto de linhas de transmissão conectadas entre si de forma que o comportamento desse conjunto seja similar ao de uma única linha de transmissão. Sendo assim, os trechos de uma linha de transmissão artificial possuem os mesmos parâmetros que uma linha de transmissão tradicional, tais como impedância característica e comprimento elétrico. Neste capítulo será feita a apresentação do uso de linhas de transmissão artificiais para a produção de dispositivos multibanda, assim como será apresentado o novo método proposto por este trabalho.

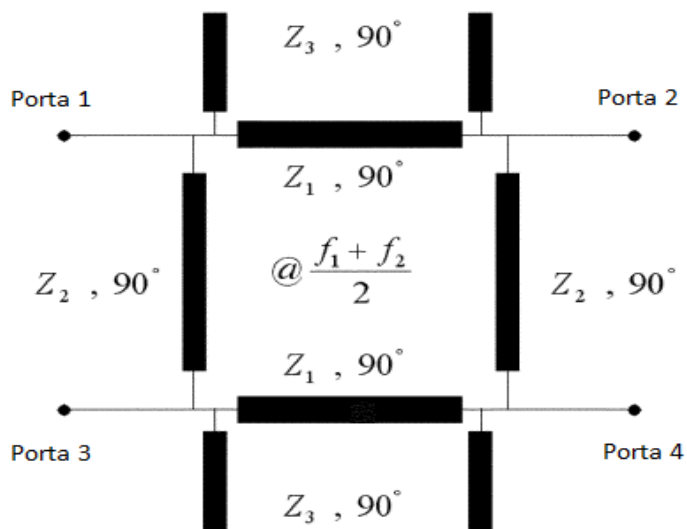
### **4.1. ACOPLADORES HÍBRIDOS MULTIBANDA**

É possível construir um acoplador híbrido com duas ou mais bandas por meio do uso de múltiplos acopladores híbridos convencionais. Apesar dessa técnica produzir uma resposta satisfatória em frequência, ela está longe de ser ideal, pois o acoplador produzido assim terá pelo menos o dobro do tamanho de um acoplador híbrido convencional, o que é inaceitável para os padrões atuais de dispositivos para microondas, os quais requerem uma redução no tamanho. Sendo assim surgiu a necessidade do desenvolvimento de novas técnicas para construção de acopladores híbridos com multibanda.

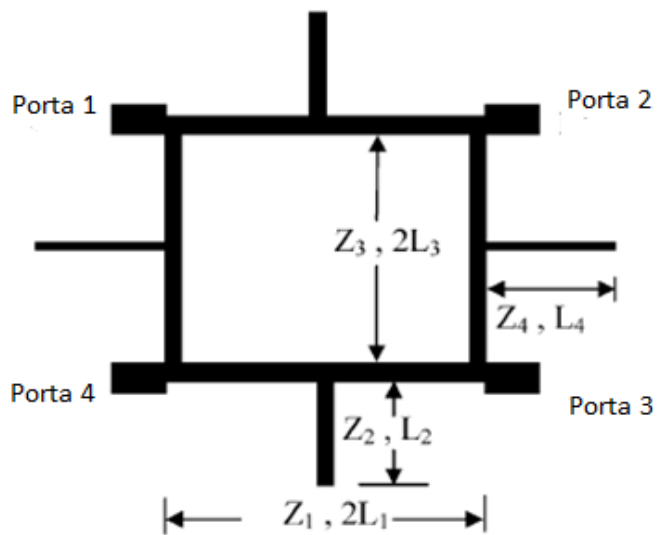
A resposta imediata para a necessidade de redução de tamanho foi o uso de linhas de transmissões artificiais. Pode-se observar em [8] a [16] que as linhas de transmissão artificiais são amplamente usadas para o desenvolvimento de acopladores híbridos com duas ou mais bandas. As figuras 4.1 a 4.7 ilustram os acopladores multibanda, com suas portas devidamente demarcadas, construídos com uso de LTAs.



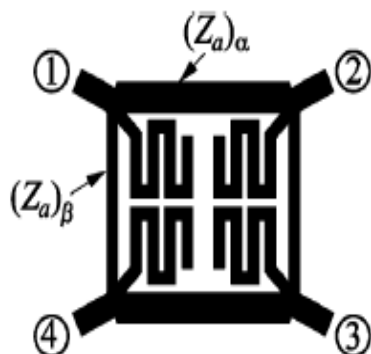
**Figura 4.1-** Acoplador *Branch-line* de banda dupla usando LTAs em formato  $\pi$ , com linhas de transmissão de quarto de onda [13].



**Figura 4.2-** Acoplador *Branch-line* de banda dupla usando LTAs em formato T [8].



**Figura 4.3-** Acoplador *Branch-line* de banda dupla usando LTAs em formato  $\pi$ , com distribuição de potência arbitrária entre as saídas [14].



**Figura 4.4-** Acoplador em anel de banda dupla usando LTAs em formato  $\pi$ , com distribuição de potência arbitrária entre as saídas [14].

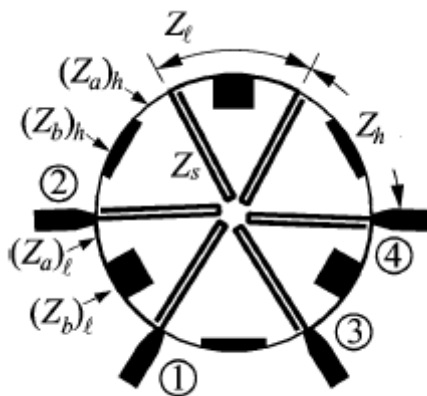


Figura 4.5- Acoplador *Branch-line* de banda dupla usando LTAs em formato  $\pi$  [15].

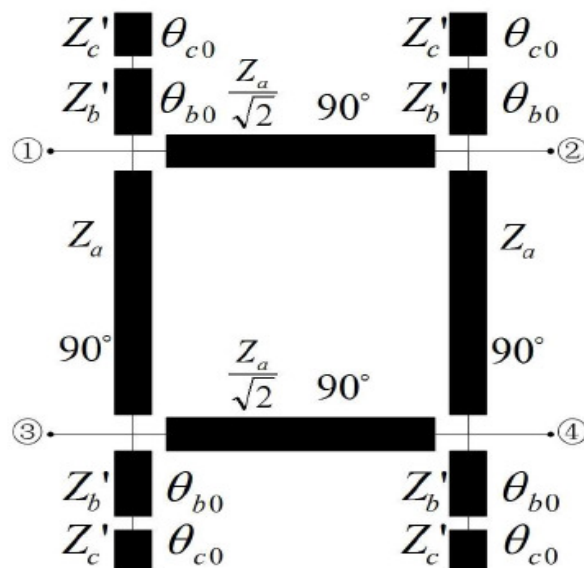
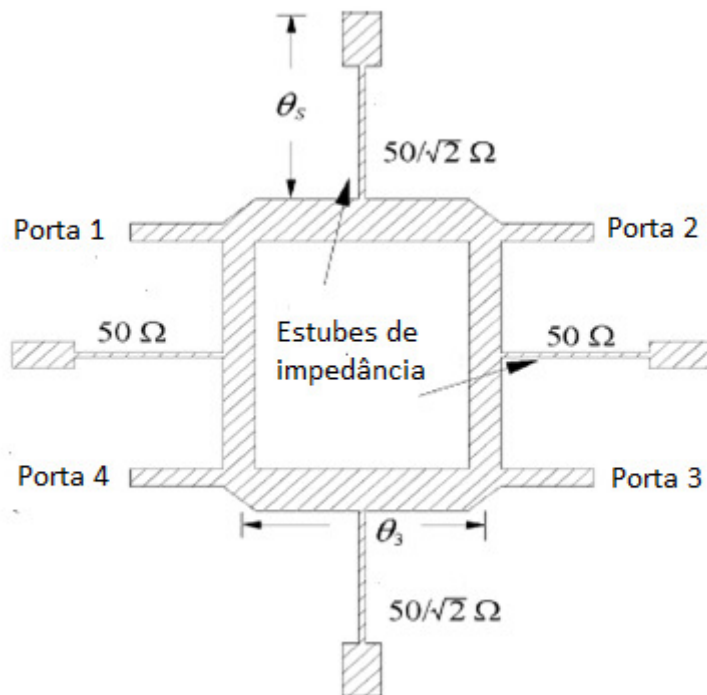
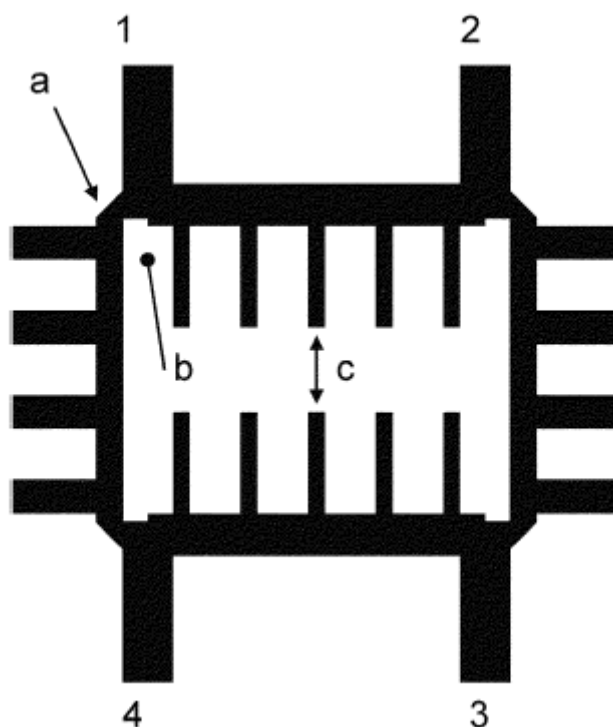


Figura 4.6- Acoplador *Branch-line* de banda dupla usando LTAs em formato T [10].



**Figura 4.7-** Acoplador *Branch-line* de banda dupla usando LTAs em formato  $\pi$ , com distribuição de potência arbitrária entre as saídas [11].

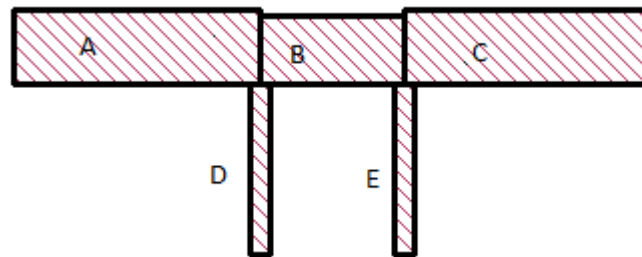


Como se pode perceber das imagens 4.1 a 4.7, as LTAs permitem diversas formas para construção de acopladores híbridos priorizando aspectos diferentes para o acoplador, tais como distribuição de potência, largura e número de bandas. Porém, nenhuma das estruturas apresentadas possui uma elevada razão entre as bandas de operação, que é o valor da frequência central de operação para a segunda banda dividido pelo valor da frequência central de operação para a primeira banda. Um valor elevado para essa razão é de difícil obtenção através dos métodos atuais, em que 6,3 é o maior valor obtido [15]. A estrutura apresentada na próxima sessão permite uma razão entre as frequências de operações superior a 10, além de uma elevada largura de banda.

## 4.2. LTA COMPOSTA POR CINCO SEGMENTOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Este trabalho propõe a substituição das linhas de transmissões convencionais utilizadas nos acopladores híbridos do tipo *branch-line* por uma estrutura composta por cinco segmentos de linhas de transmissão, sendo três delas ligadas em cascata e as duas demais ligadas como estubes nos pontos de conexão em cascata, conforme ilustrado na figura 4.8 abaixo.

**Figura 4.8-** LTA formada por cinco linhas de transmissões denominadas A,B,C,D,E.



Para que a estrutura permita a operação em mais de uma frequência de operação é importante que ela tenha uma boa variedade de parâmetros a serem definidos. Como para cada segmento de linha de transmissão existem dois parâmetros que devem ser selecionados (impedância característica e comprimento elétrico) essa estrutura deveria proporcionar um total de dez parâmetros para seleção. Porém, como o acoplador é simétrico, as linhas de transmissão A e C, são iguais, o mesmo ocorrendo com as linhas D e E. Assim, selecionam-se apenas três tipos de linhas de transmissão para formar a LTA, de forma que o número de parâmetros a serem definidos é reduzido em quatro, resultando em um total de seis parâmetros para seleção. Esta seleção é feita para que a estrutura ilustrada na figura 4.9 tenha um comportamento equivalente ao de uma linha de transmissão convencional com comprimento de  $\lambda/4$  para as frequências de operação desejadas. Isso dá um total de seis variáveis para a configuração da LTA.

Denotar-se-á de  $Z_1$  e  $t_1$  a impedância característica e a tangente do comprimento elétrico respectivamente, das linhas A e C, de  $Z_2$  e  $t_2$  a impedância característica e a tangente do comprimento elétrico respectivamente, da linha B, e de  $Z_3$  e  $t_3$  a impedância característica e

a tangente do comprimento elétrico respectivamente, das linhas D e E. Tem-se portanto as matrizes de transmissão  $M_A$  para a linha A,  $M_B$  para a linha B,  $M_C$  para a linha C,  $M_D$  para a linha D e  $M_E$  para a linha E dadas pelas expressões

$$M_A = M_C = \frac{1}{\sqrt{1+t_1^2}} \begin{bmatrix} 1 & jt_1 Z_1 \\ \frac{jt_1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$M_B = \frac{1}{\sqrt{1+t_2^2}} \begin{bmatrix} 1 & jt_2 Z_2 \\ \frac{jt_2}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$M_D = M_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{jt_3}{Z_3} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Observe que a matriz  $M_A$  é igual a  $M_C$ , referente aos elementos de subíndice 1 e a matriz  $M_D$  é igual a  $M_E$  referente aos elementos de subíndice 3. Chamar-se-á as matrizes  $M_A$  e  $M_C$  de  $M_1$ ,  $M_B$  de  $M_2$ ,  $M_D$  e  $M_E$  de  $M_3$ . A Matriz ABCD resultante  $M_M$  referente à linha de transmissão artificial da figura 4.9 é dada pela multiplicação das matrizes  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  de acordo com

$$M_M = M_1 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_1. \quad (4.4)$$

Para que a linha de transmissão artificial se comporte como uma linha de transmissão convencional de comprimento  $\lambda/4$  e impedância característica  $Z_0$  nas frequências de operação é necessário que sua matriz ABCD seja igual à Matriz ABCD da Linha de transmissão de  $\lambda/4$  nas frequências desejadas, ou seja  $M_M$  deve, nas frequências de operação, obedecer a

$$M_M = \begin{bmatrix} 0 & \pm j Z_0 \\ \pm j \frac{1}{Z_0} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Igualando cada um dos quatro termos das matrizes e normalizando em relação a  $Z_0$  obtém-se as equações

$$\frac{\sqrt{t_2^2+1}((t_1 t_2 z_2^2 + (t_1^2 - 1)z_1 z_2 + t_1 t_2 z_1^2)z_3^2 + ((1 - t_1^2)t_2 t_3 z_1 z_2^2 + 2t_1 t_3 z_1^2 z_2)z_3 - t_1 t_2 t_3^2 z_1^2 z_2^2)}{(t_1^2 + 1)t_2^2 + t_1^2 + 1)z_1 z_2 z_3^2} = 0 \quad (4.6)$$

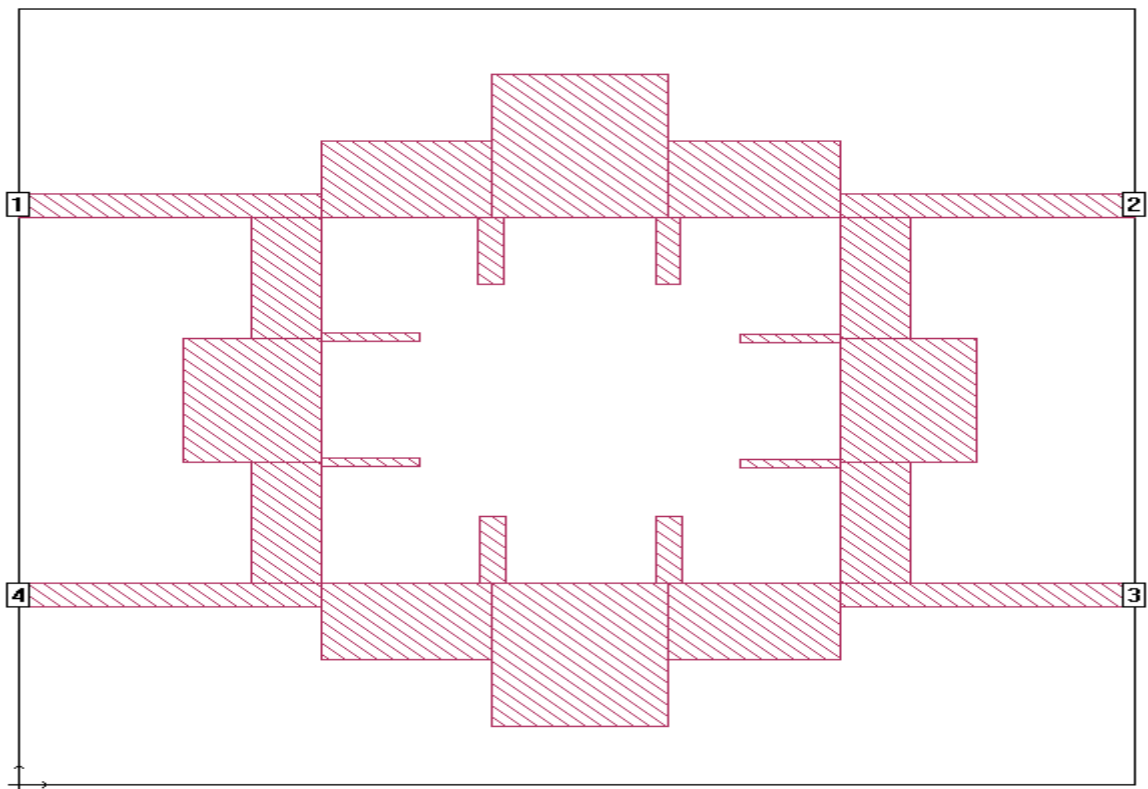
$$\frac{\sqrt{t_2^2+1}((t_2 z_2^2 + 2t_1 z_1 z_2 - t_1^2 t_2 z_1^2)z_3^2 + (-2t_1 t_2 t_3 z_1 z_2^2 - 2t_1^2 t_3 z_1^2 z_2)z_3 + t_1^2 t_2 t_3^2 z_1^2 z_2^2)}{(t_1^2 + 1)t_2^2 + t_1^2 + 1)z_2 z_3^2} = \pm 1 \quad (4.7)$$

$$\frac{\sqrt{t_2^2+1}((t_1^2 t_2 z_2^2 - 2t_1 z_1 z_2 - t_2 z_1^2)z_3^2 + (2t_1 t_2 t_3 z_1 z_2^2 - 2t_3 z_1^2 z_2)z_3 + t_2 t_3^2 z_1^2 z_2^2)}{(t_1^2 + 1)t_2^2 + t_1^2 + 1)z_1^2 z_2 z_3^2} = \pm 1. \quad (4.8)$$

Aqui  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  são os valores de impedância característica  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  normalizados pelo valor da impedância  $Z_0$ . O motivo de obter-se três equações ao invés das quatro esperadas, é que devido à simetria da LTA, os valores de A e D para a sua matriz de transmissão são iguais, resultando na mesma equação.

De forma a construir o acoplador *branch-line* usando a linha de transmissão artificial proposta, é necessário que cada linha de transmissão seja substituída por uma linha de transmissão artificial equivalente, ou seja, uma LTA que obedeça às equações (4.6) a (4.8) para aquela linha. A figura 4.9 ilustra a aparência do acoplador *branch-line* construído usando as linhas de transmissão artificial.

**Figura 4.9-** Acoplador branch-line construído usando linha de transmissão artificial.



A partir dessas equações foram utilizadas nesse trabalho duas abordagens diferentes para a obtenção dos valores de comprimento elétrico e impedância dos trechos de linha de transmissão que formam a linha de transmissão artificial. Primeiramente foi usado um método computacional que estima esses valores. Esse método apresenta como desvantagem a falta de controle que se tem sobre o resultado. A segunda abordagem consiste de uma abordagem matemática que permite a obtenção dos valores de impedância característica de uma forma maleável, enquanto que os valores de comprimento elétrico são definidos pelas frequências de operação. Essas abordagens serão apresentadas nas próximas seções.

## 4.2.1. ABORDAGEM COMPUTACIONAL PARA O CÁLCULO DA LTA

Antes de realizar a abordagem computacional, é necessário definir as variáveis independentes e as variáveis dependentes, de forma que se possa solucionar as equações (4.6), (4.7) e (4.8). Definindo as tangentes do comprimento elétrico  $t_1$  e  $t_2$  como variáveis dependentes e as impedâncias características  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  e a tangente do comprimento elétrico  $t_3$  como variáveis independentes, usa-se a função solve() do *software máxima* para obter as soluções

$$t_1 = \frac{z_1 \sqrt{(z_2^4 + (-z_1^4 - 1)z_2^2 + z_1^4)z_3^4 + (2t_3^2 z_1^2 z_2^4 + 2t_3^2 z_1^4 z_2^2)z_3^2 + t_3^4 z_1^4 z_2^4 + (-t_3 z_1^3 - t_3 z_1)z_2^2 z_3}}{(z_2^2 - z_1^4)z_3^2 - t_3^2 z_1^4 z_2^2}, \quad (4.9)$$

ou

$$t_1 = - \frac{z_1 \sqrt{(z_2^4 + (-z_1^4 - 1)z_2^2 + z_1^4)z_3^4 + (2t_3^2 z_1^2 z_2^4 + 2t_3^2 z_1^4 z_2^2)z_3^2 + t_3^4 z_1^4 z_2^4 + (t_3 z_1^3 + t_3 z_1)z_2^2 z_3}}{(z_2^2 - z_1^4)z_3^2 - t_3^2 z_1^4 z_2^2} \quad (4.10)$$

$$t_2 = - \frac{(t_1^2 - 1)z_1 z_2 z_3^2 + 2t_1 t_3 z_1^2 z_2 z_3}{(t_1 z_2^2 + t_1 z_1^2)z_3^2 + (1 - t_1^2)t_3 z_1 z_2^2 z_3 - t_1 t_3^2 z_1^2 z_2^2}. \quad (4.11)$$

Definidos os valores para  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  e  $t_3$  tem-se duas possibilidades para o valor de  $t_1$  por meio do uso da equação (4.9) ou (4.10). O valor de  $t_2$  é automaticamente definido após



essa escolha. Com isso tem-se todas as características para a primeira banda de operação do acoplador.

Na segunda banda tem-se os mesmos valores de impedância característica para os trechos de linha de transmissão. Assim, para determinar-se as características da segunda banda precisa-se apenas descobrir os seus comprimentos elétricos.

O comprimento elétrico, entretanto, é dado por

$$\theta = \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi f l \sqrt{\epsilon_{re}}}{c}, \quad (4.12)$$

onde  $\theta$  denota o comprimento elétrico,  $l$  o comprimento físico,  $\lambda$  o comprimento de onda,  $f$  a frequência,  $c$  a velocidade da luz no vácuo e  $\epsilon_{re}$  a constante efetiva. De todos esses parâmetros os únicos que serão alterados entre as duas bandas de operação são o comprimento elétrico e a frequência. Assim, se  $\theta_1$  é o comprimento elétrico na primeira banda  $\theta_2$  o comprimento elétrico na segunda,  $f_1$  a frequência de operação da primeira banda e  $f_2$  a frequência de operação da segunda banda, tem-se que

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{f_1}{f_2} = k. \quad (4.13)$$

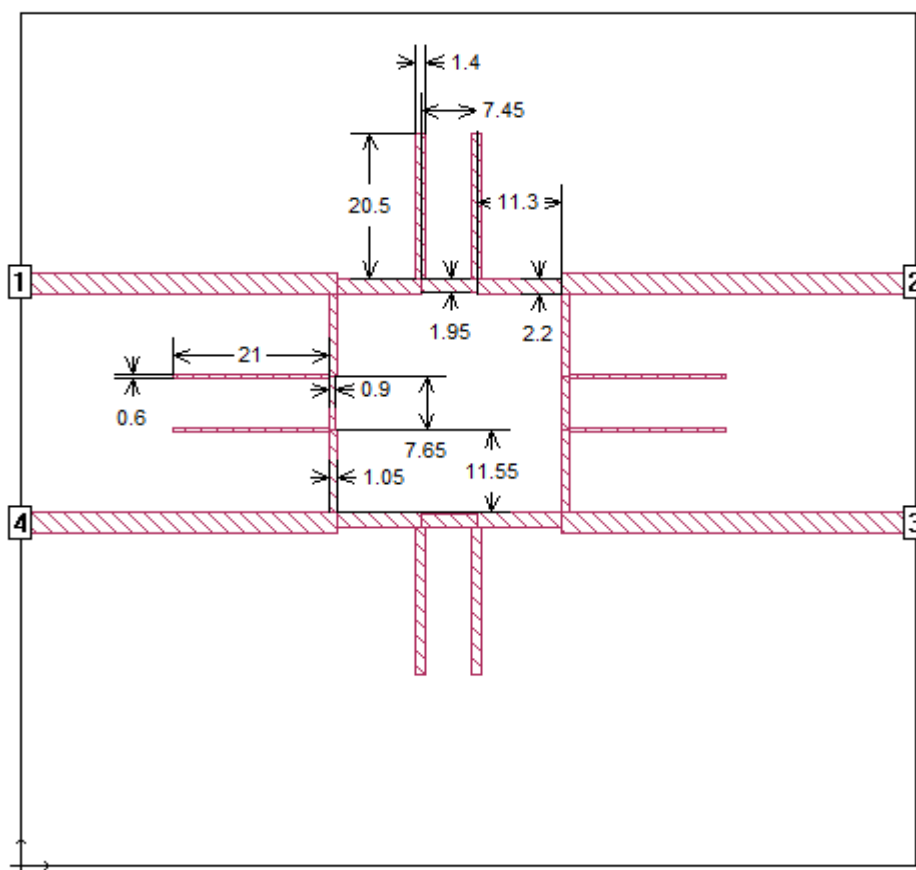
A variável  $k$  é a razão entre as bandas (razão entre a frequência central de operação da segunda banda pela frequência central de operação da primeira banda), sendo ele um valor que pode-se definir. Porém, para valores grandes ou pequenos de  $k$ , será difícil construir um acoplador que funcione conforme desejado, pois ocorrerá uma distorção nos seus parâmetros de espalhamento. Isto torna necessário métodos específicos para construção de acopladores com tais valores de  $k$ , como o que será apresentado no capítulo 4.2.2.

De posse desses resultados, foi desenvolvido um programa no *software octave* que dado o valor de  $k$ , retorna os valores de comprimento elétrico e impedância característica para cada trecho de linha de transmissão.

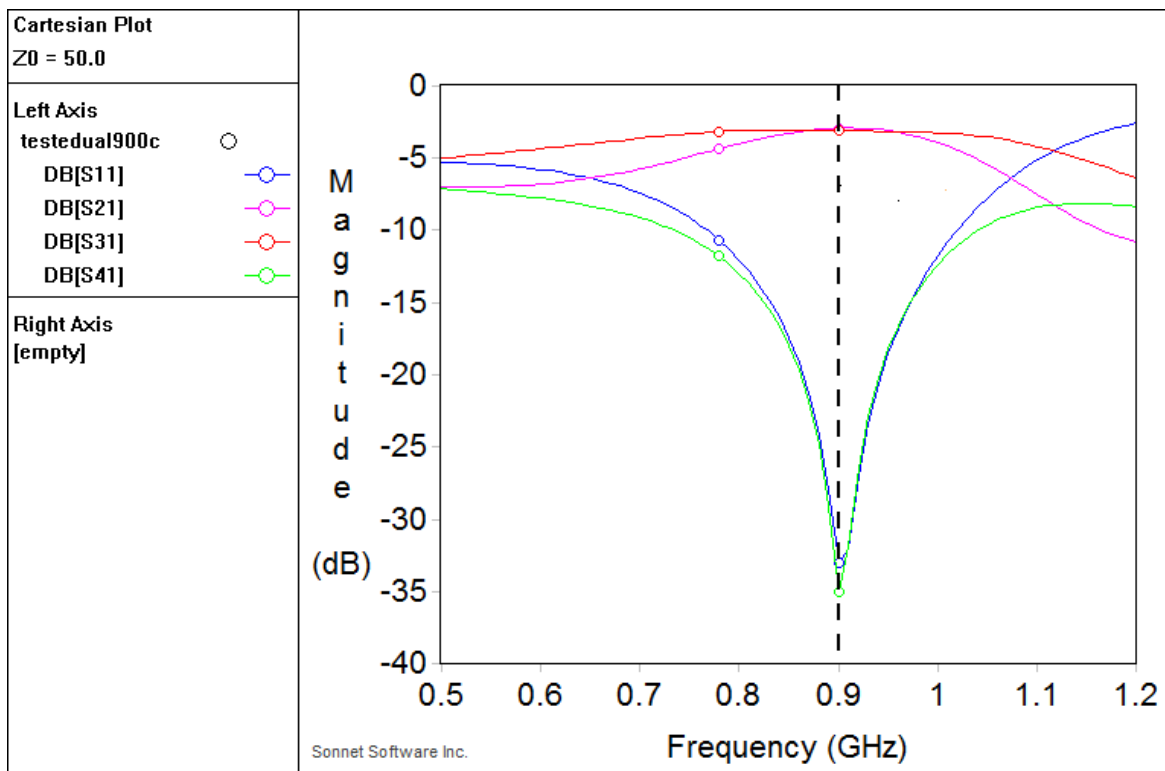
Essa técnica possui várias desvantagens devido ao fato do usuário não possuir controle sobre os valores de retorno para os parâmetros, sendo possível que os valores obtidos sejam muito elevados de forma que se tornem necessárias chamadas repetidas do programa até que sejam encontrados valores satisfatórios para a fabricação.

Um fator interessante desse método é que, se ele for utilizado para a construção de um acoplador *branch-line* de uma única banda, se torna fácil a obtenção de parâmetros de forma a obter uma redução do tamanho total do acoplador. A figura 4.10 a seguir ilustra um acoplador híbrido do tipo *branch-line*, construído sobre um substrato de FR-4, com espessura de 1.6mm, tendo frequência de operação de 900MHz desenvolvido a partir desse método, ocupando esse metade da área de um acoplador híbrido convencional. O acoplador foi construído e simulado através do software *sonnet*, sendo seus parâmetros de espalhamento ilustrados na figura 4.11.

**Figura 4.10-** Acoplador *branch-line* produzido a partir da abordagem computacional. As dimensões estão em milímetros.



**Figura 4.11-** Parâmetros de espalhamento em dB para o acoplador da figura 4.10, a linha tracejada representa a frequência central de operação.



## 4.2.2. ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA O CÁLCULO DA LTA

Para a abordagem matemática primeiramente é estabelecida uma condição sobre os comprimentos elétricos. Esta condição é que os comprimentos elétricos de todos os trechos de linha de transmissão devem ser iguais. Isto diminui o número de variáveis independentes à disposição, porém facilitará os cálculos a serem realizados.

Fazendo as três variáveis  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  iguais, ou seja,  $t_1=t_2=t_3=t$ , nas equações (4.6) a (4.8) obtém-se as equações

$$\frac{\sqrt{t^2+1}((t^2 z_2^2 + (t^2 - 1)z_1 z_2 + t^2 z_1^2)z_3^2 + ((1 - t^2)t^2 z_1 z_2^2 + 2t^2 z_1^2 z_2)z_3 - t^4 z_1^2 z_2^2)}{((t^2 + 1)t^2 + t^2 + 1)z_1 z_2 z_3^2} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\sqrt{t^2+1}((t z_2^2 + 2t z_1 z_2 - t^3 z_1^2)z_3^2 + (-2t^3 z_1 z_2^2 - 2t^3 z_1^2 z_2)z_3 + t^5 z_1^2 z_2^2)}{((t^2 + 1)t^2 + t^2 + 1)z_2 z_3^2} = \pm 1 \quad (4.15)$$

$$\frac{\sqrt{t^2+1}((t^3 z_2^2 - 2t z_1 z_2 - t z_1^2)z_3^2 + (2t^3 z_1 z_2^2 - 2t z_1^2 z_2)z_3 + t^3 z_1^2 z_2^2)}{((t^2 + 1)t^2 + t^2 + 1)z_1^2 z_2 z_3^2} = \pm 1. \quad (4.16)$$

Define-se dessa vez a impedância característica  $z_1$  e a tangente do comprimento elétrico  $t$  como variáveis independentes, e as impedâncias características  $z_2$  e  $z_3$  como variáveis dependentes. Usando novamente a função `solve()` do *software máxima* tem-se que as soluções para  $z_2$  e  $z_3$  são dadas por

$$z_2 = \frac{t^2 z_1^2 - 1}{t\sqrt{t^2 + 1}}. \quad (4.17)$$

$$z_3 = -\frac{-t^4 z_1^5 + \sqrt{t^2 + 1}(t^3 z_1^4 - t z_1^2) + (t^2 - t^4)z_1^3 + t^2 z_1}{t^2 z_1^4 + (t^2 - 1)z_1^2 + t^2}, \quad (4.18)$$

ou

$$z_2 = -\frac{t^2 z_1^2 - 1}{t\sqrt{t^2 + 1}}. \quad (4.19)$$

$$z_3 = \frac{t^4 z_1^5 + \sqrt{t^2 + 1}(t^3 z_1^4 - t z_1^2) + (t^4 - t^2)z_1^3 + t^2 z_1}{t^2 z_1^4 + (t^2 - 1)z_1^2 + t^2}. \quad (4.20)$$

Os valores de  $z_2$  e  $z_3$  serão definidos pelas equações (4.17) e (4.18) ou (4.19) e (4.20). O que definirá qual dos dois conjuntos de equações será usado é o valor positivo de  $z_2$ . Como pode-se notar, as equações (4.17) e (4.19) se distinguem apenas por um sinal negativo em (4.19). Como a impedância característica não pode assumir um valor negativo, o conjunto de equações que definirá  $z_2$  e  $z_3$  será aquele que possuir valores positivos para as impedâncias características.

Assim como no caso anterior, para definir as características da segunda banda resta apenas encontrar os valores para os comprimentos elétricos. Como os comprimentos elétricos para todos os trechos de linha de transmissão são iguais e as equações (4.15) e (4.16) são satisfeitas para  $\pm 1$ , chamando o comprimento elétrico para todos os trechos de linha de transmissão na primeira banda de  $\theta_1$  e o comprimento elétrico para todos os trechos de linha de transmissão na segunda banda de  $\theta_2$ , pode-se impor a seguinte relação

$$\theta_2 = n\pi - \theta_1, \quad (4.21)$$

onde  $n$  pode assumir qualquer valor inteiro que seja desejado. Pode-se perceber da equação (4.21) que as tangentes dos comprimentos elétricos para a primeira e segunda banda serão

iguais em módulo e satisfazem as equações (4.14), (4.15) e (4.16). Como os comprimentos elétricos entre as bandas também são relacionados pela equação (4.13), usando ambas as equações em conjunto obtém-se

$$\theta_1 = \frac{n\pi}{2}(1 - \delta) \quad (4.22)$$

$$\theta_2 = \frac{n\pi}{2}(1 + \delta) \quad (4.23)$$

$$\delta = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}. \quad (4.24)$$

As equações (4.17) a (4.20) e (4.22) a (4.24) descrevem os parâmetros da linha de transmissão artificial. Observando as equações pode-se notar que tem-se total liberdade sobre a escolha do valor de  $z_l$  e  $n$ . Essa liberdade permite que a estrutura proposta neste trabalho seja capaz de produzir acopladores com razão entre as frequências de operação com valor superior a 10. Deve-se observar que anteriormente o melhor resultado obtido pela literatura era 6,3[15].

Observando as equações (4.22) e (4.24) é fácil notar que existe uma dependência entre o tamanho do acoplador e o valor de  $\delta$ , pois quanto maior for o valor de  $\delta$ , menor será o valor de  $\theta_l$  e por consequência menor será o acoplador. Dado que o valor de  $\delta$  aumenta quanto mais distante as frequências de operação estiverem entre si, tem-se que quanto maior a razão entre as frequências de operação, menor será o tamanho do acoplador a ser produzido.

Como o comprimento elétrico da linha de transmissão artificial pode ser aproximado pelo triplo do valor de  $\theta_l$  e dado que para um acoplador *branch-line* convencional com apenas uma banda o comprimento elétrico da sua linha de transmissão é  $\pi/2$ , tem-se que a razão entre o comprimento elétrico total da LTA  $\theta_T$  e o comprimento elétrico do acoplador convencional  $\theta_0$  será dada por

$$\frac{\theta_T}{\theta_0} = 3n(1 - \delta). \quad (4.25)$$

Para que o método proposto produza um acoplador com banda dupla que possua tamanho igual ou inferior a um acoplador convencional de banda simples, é necessário que o valor de  $\delta$  satisfaça a

$$\delta \geq 1 - \frac{1}{3n}. \quad (4.26)$$

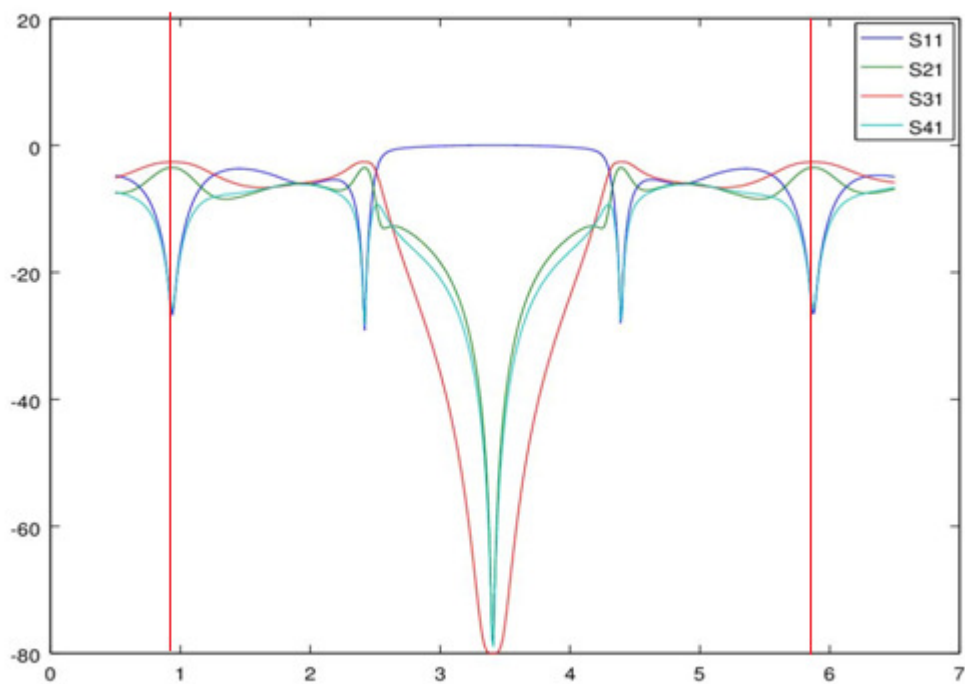
Como se pode atribuir o valor unitário a  $n$  sem nenhum prejuízo na maioria dos casos, as equações (4.25) e a condição (4.26) podem ser expressas como

$$\frac{\theta_T}{\theta_0} = 3(1 - \delta) \quad (4.27)$$

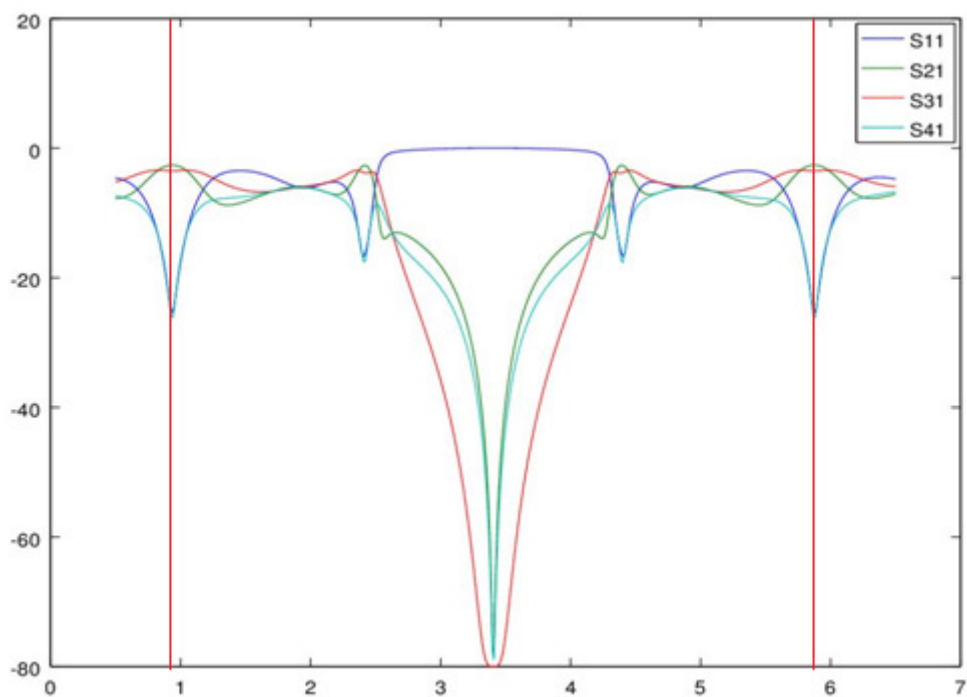
$$\delta \geq \frac{2}{3}. \quad (4.28)$$

De forma a entender o impacto de alterações nos parâmetros da linha de transmissão artificial, um programa foi criado no *software octave* para o cálculo dos parâmetros de espalhamento do acoplador híbrido produzido através da abordagem matemática. As figuras 4-12 a 4-27 ilustram alguns efeitos da alteração dos parâmetros das LTAs no acoplador, tanto em sua *main line* quanto em sua *branch line*. O programa utiliza os resultados esperados para um acoplador híbrido nas frequências de 925MHz e 5,8GHz. Das imagens pode-se perceber que um aumento do comprimento de algum trecho de LT na *main line* é equivalente a uma redução do comprimento do mesmo trecho da *branch line* e vice-versa, estabelecendo um efeito dual entre a *branch line* e *main line*. As legendas das figuras indicam que mudanças nas linhas foram feitas e seus efeitos em  $S_{21}$  e  $S_{31}$ . As linhas vermelhas verticais indicam as frequências centrais das duas bandas de operação.

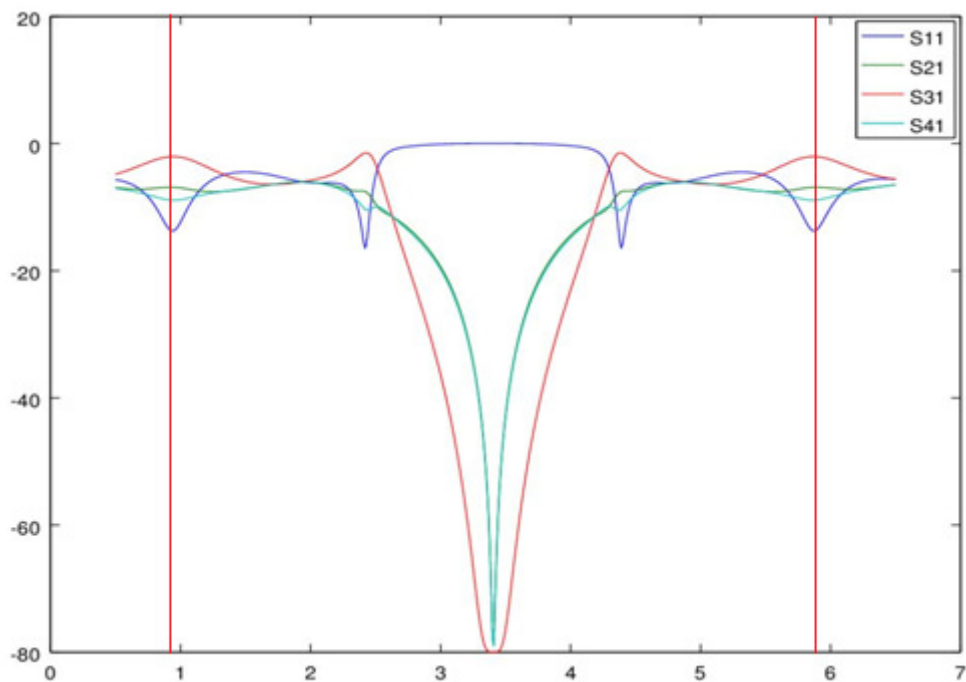
4.12- Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com a impedância característica da *main line* aumentada em 5%. Aumento em  $S_{31}$  e redução em  $S_{21}$ .



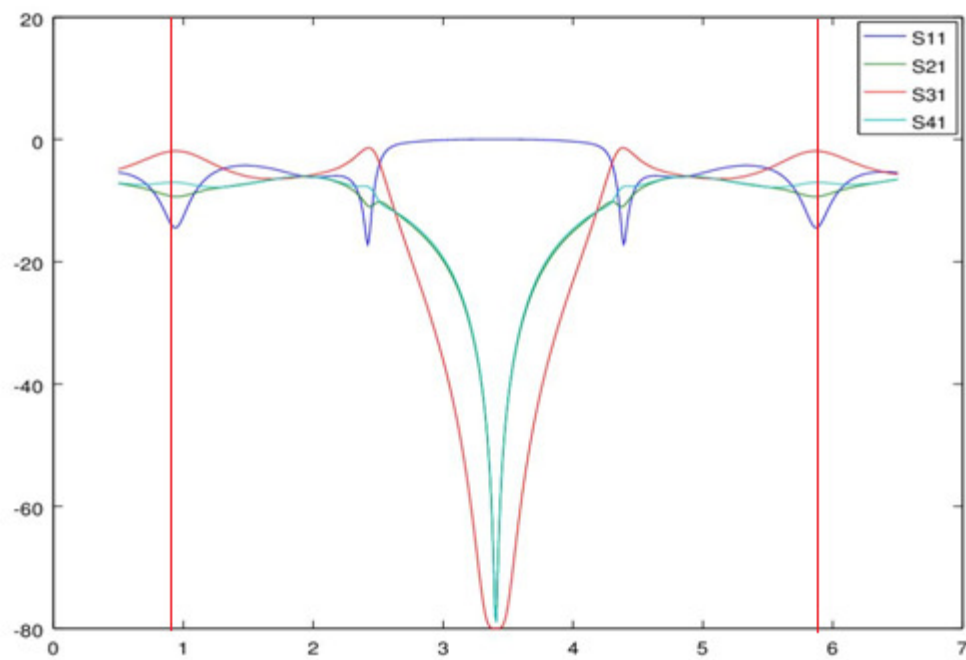
4.13- Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com a impedância característica da *main line* reduzida em 5%. Aumento em  $S_{21}$  e redução em  $S_{31}$ .



4.14- Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com a impedância característica da *branch line* aumentada em 5%. Parâmetros sofrem uma normalização.

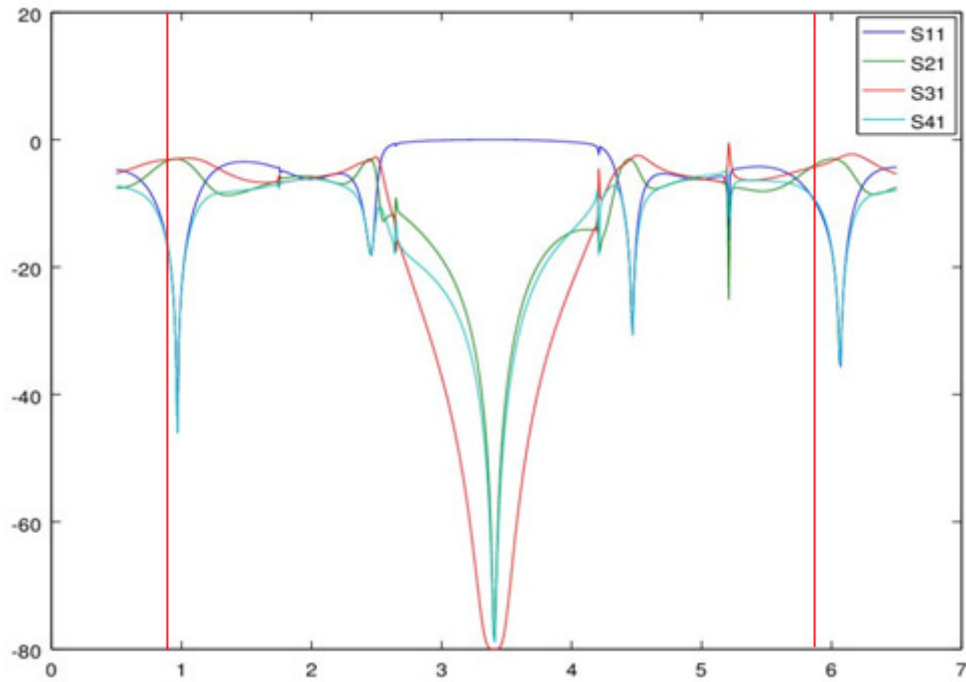


4.15- Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com a impedância característica da *branch line* reduzida em 5%. Parâmetros sofrem uma normalização.

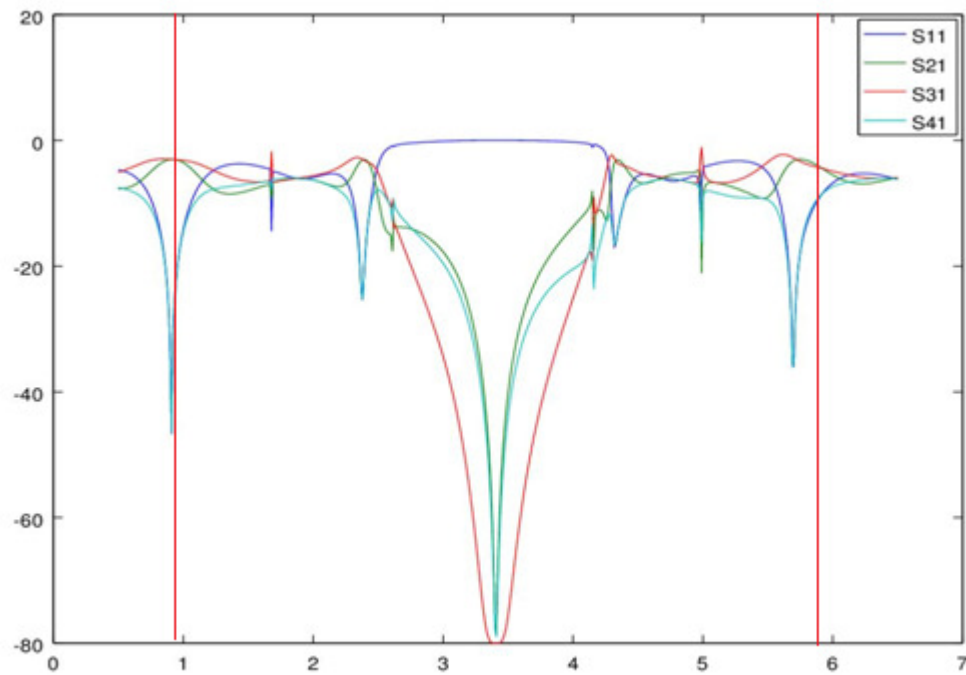




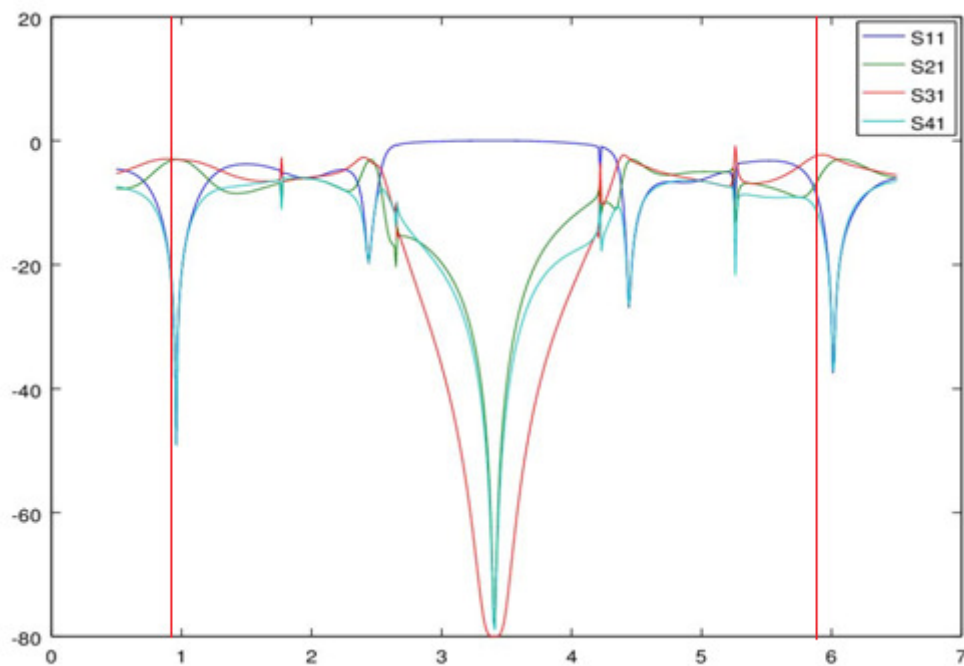
**4.16-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão A e C da *main line* reduzido em 10%.  $S_{21}$  adiantado e  $S_{31}$  atrasado.



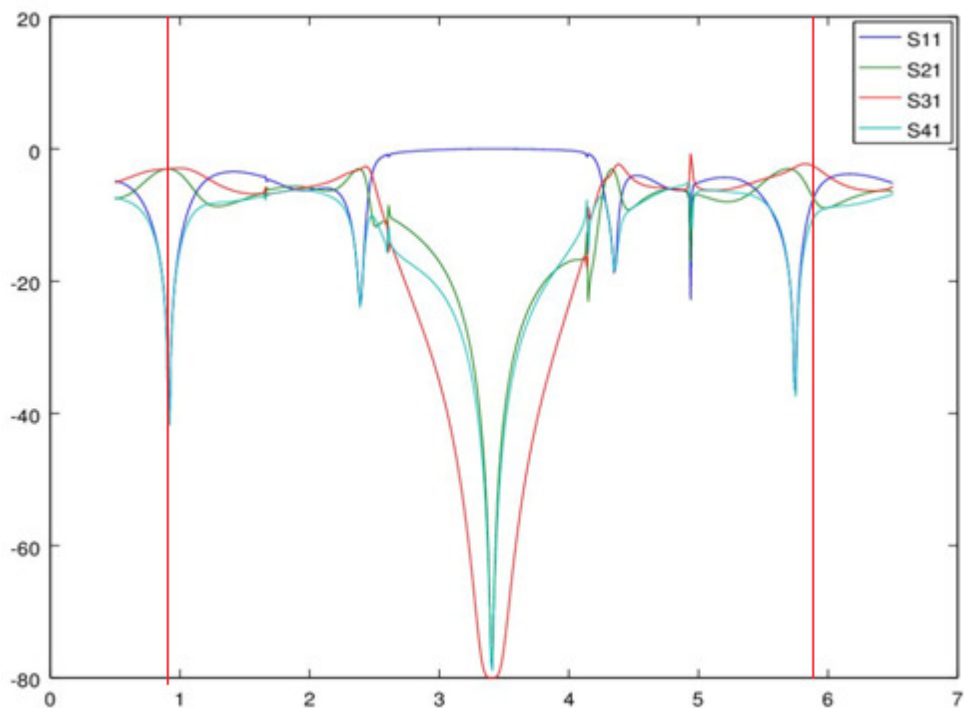
**4.17-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão A e C da *main line* aumentado em 10%.  $S_{31}$  adiantado e  $S_{21}$  atrasado.



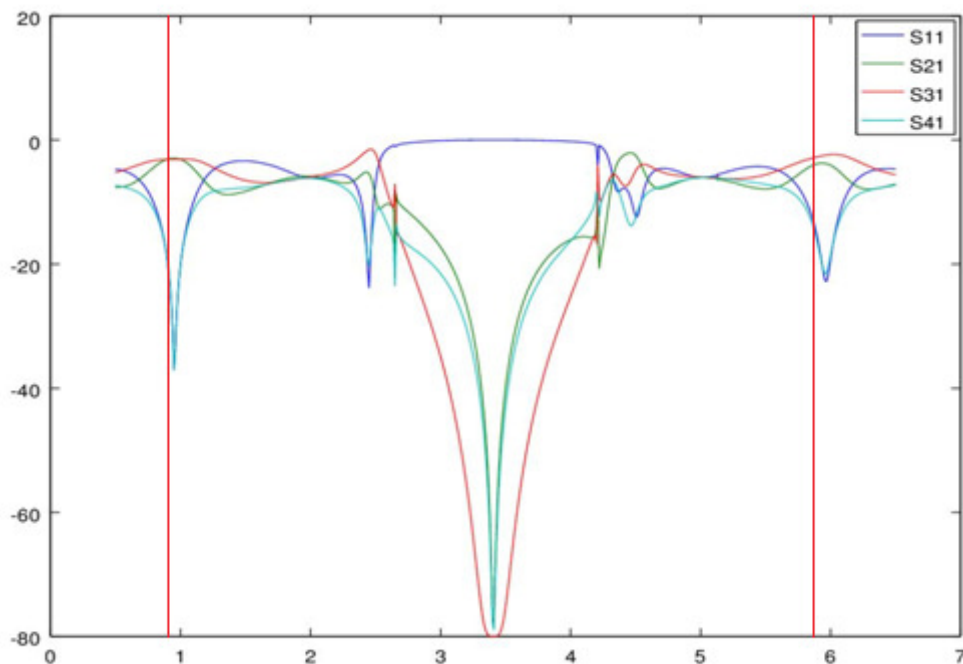
**4.18-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão A e C da *branch line* reduzido em 10%.  $S_{31}$  adiantado e  $S_{21}$  atrasado.



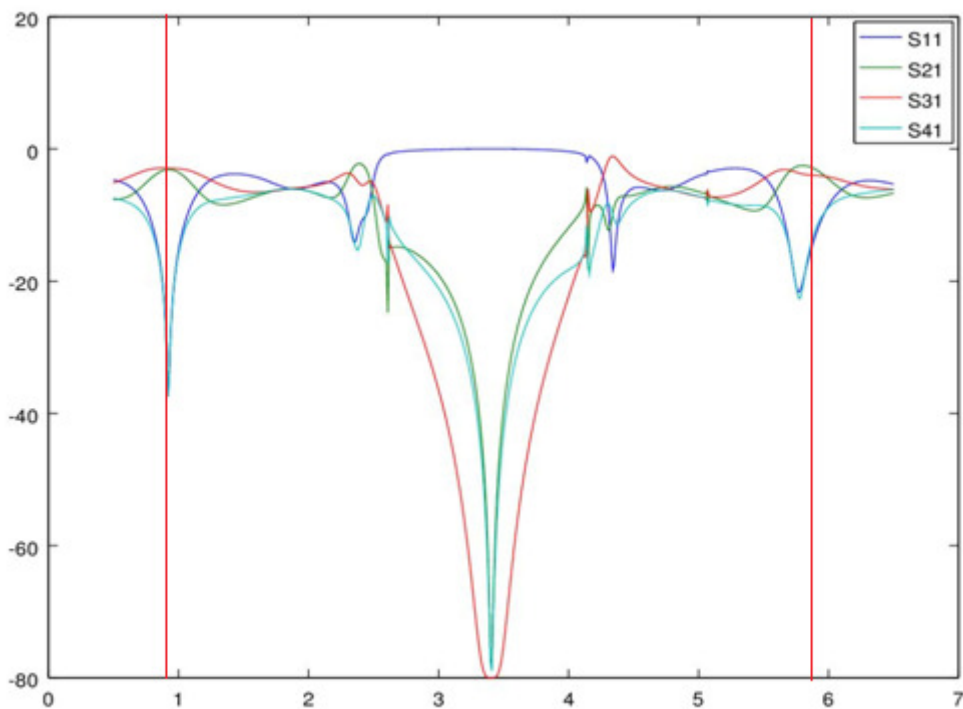
**4.19-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão A e C da *branch line* aumentado em 10%.  $S_{21}$  adiantado e  $S_{31}$  atrasado.



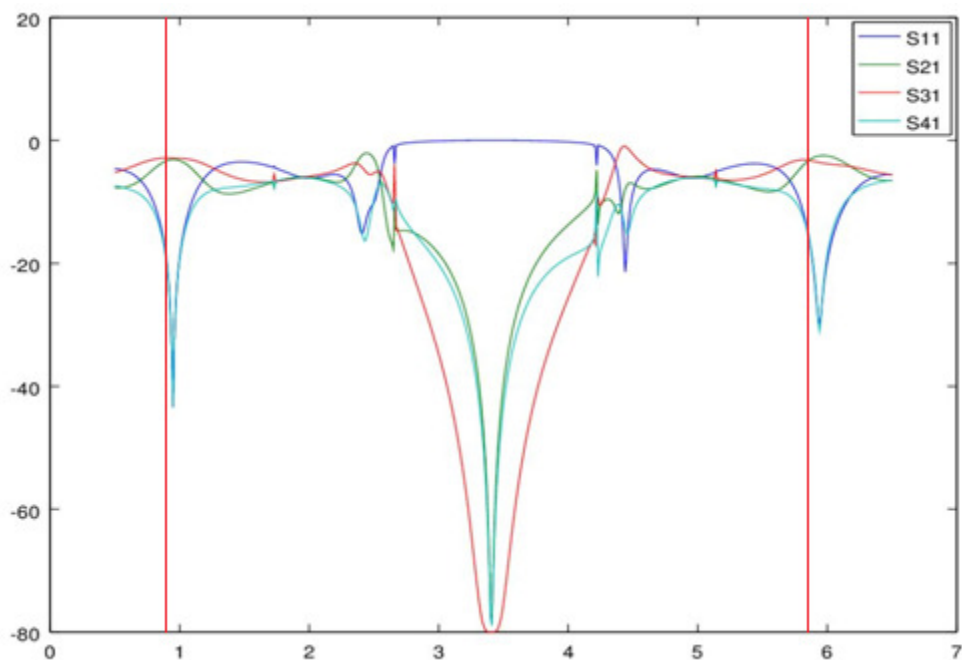
**4.20-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão B da *main line* reduzido em 10%. Aumento e defasagem em  $S_{31}$ , redução em  $S_{21}$ , aumento em  $S_{41}$  e  $S_{11}$ .



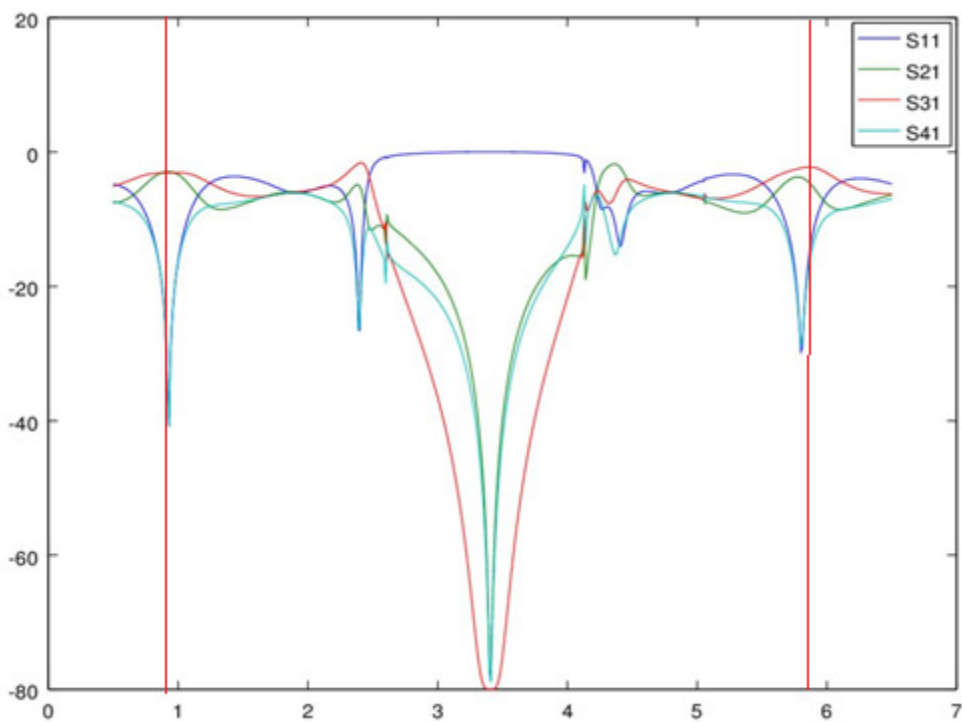
**4.21-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão B da *main line* aumentado em 10%. Adiantamento em  $S_{31}$ , defasagem em  $S_{21}$ , aumento em  $S_{41}$  e  $S_{11}$ .



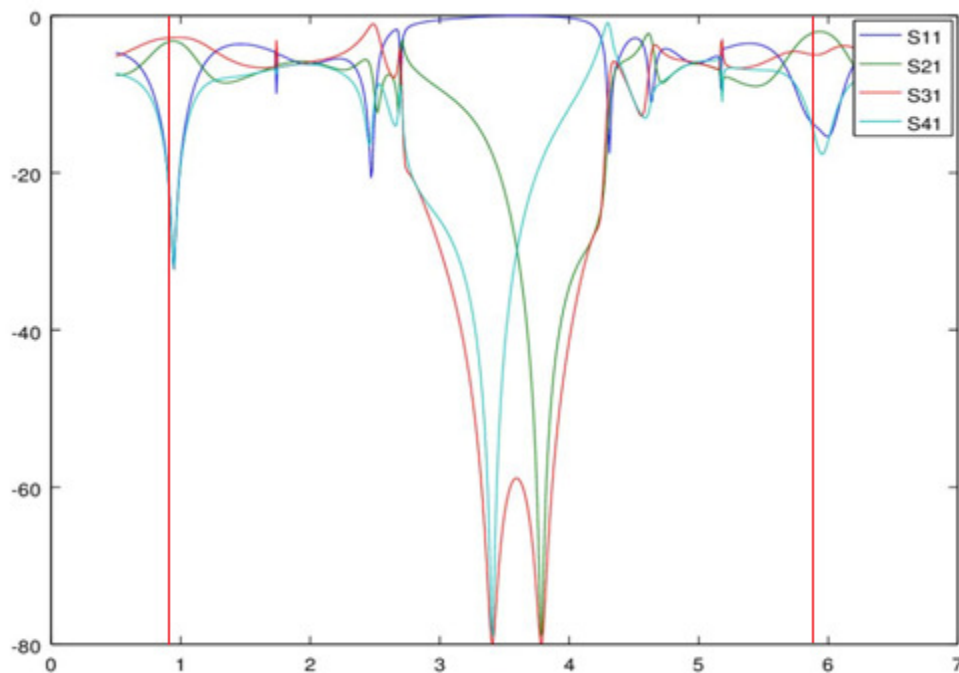
4.22- Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão B da *branch line* reduzido em 10%. Adiantamento em  $S_{31}$ , defasagem em  $S_{21}$ .



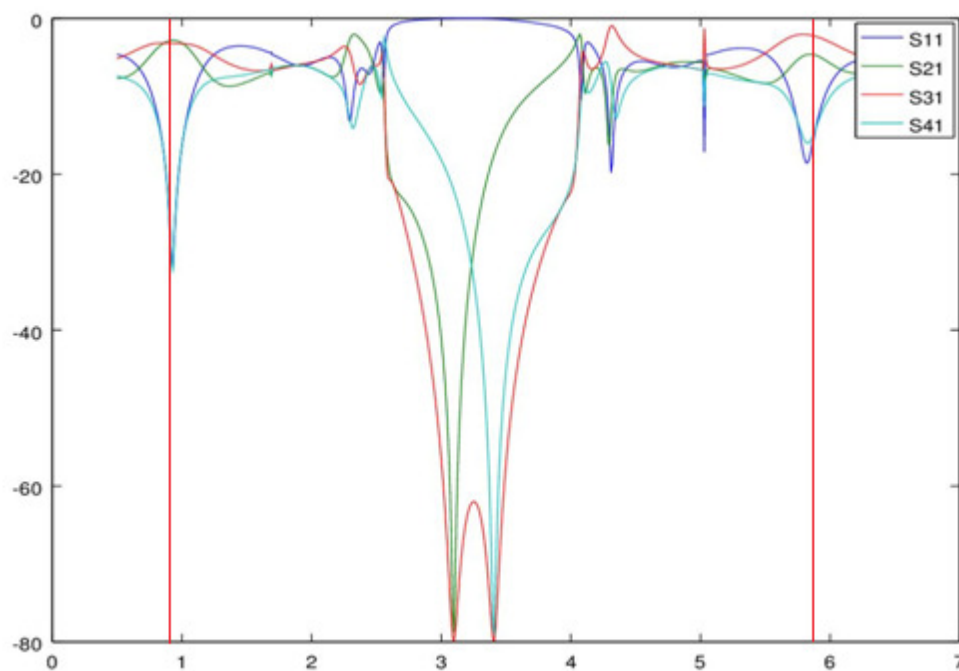
4.23- Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão B da *branch line* aumentado em 10%. Aumento e defasagem em  $S_{31}$ , redução em  $S_{21}$ .



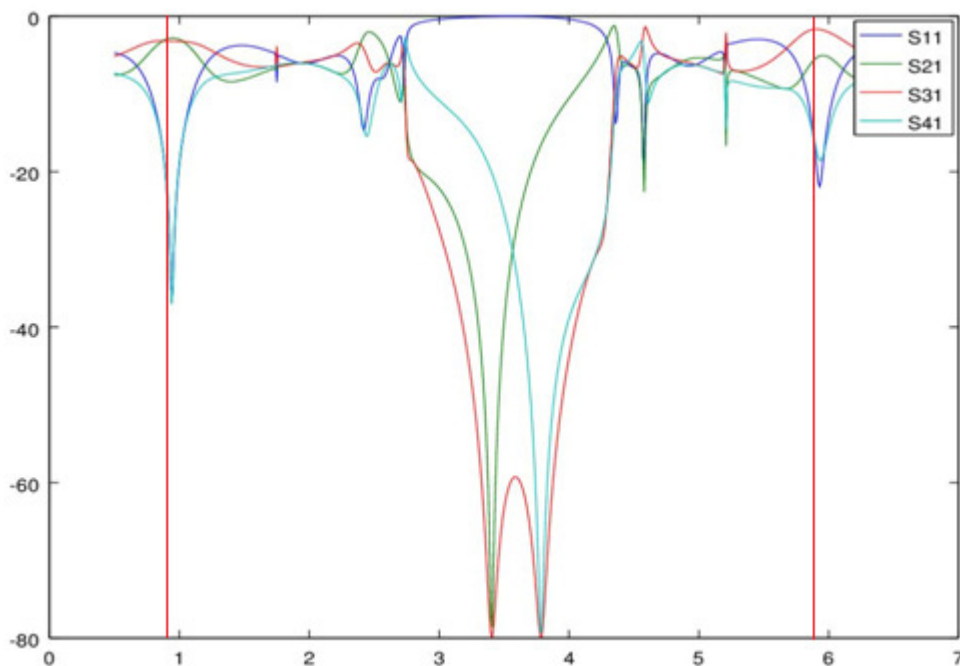
**4.24-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão D e E da *main line* reduzido em 10%. Interferência harmônica em  $S_{31}$ , aumento em  $S_{41}$  e  $S_{31}$ .



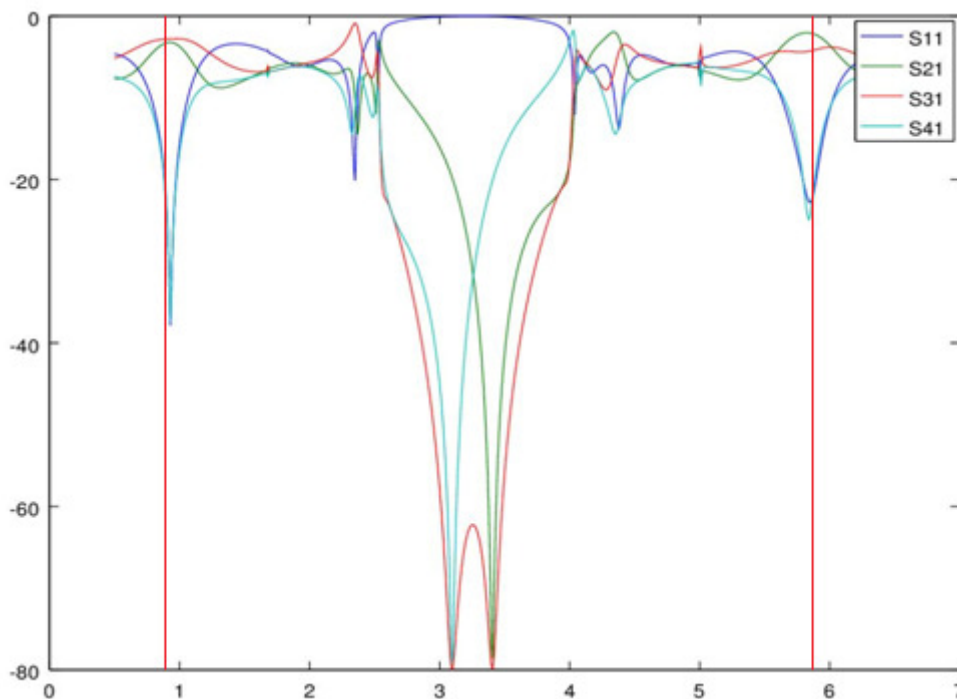
**4.25-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão D e E da *main line* aumentado em 10%. Aumento e adiantamento de  $S_{31}$ , redução e defasagem de  $S_{21}$ , aumento em  $S_{11}$  e  $S_{41}$ .



**4.26-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão D e E da *branch line* reduzido em 10%. Aumento e adiantamento de  $S_{31}$ , redução e defasagem de  $S_{21}$ , aumento em  $S_{11}$  e  $S_{41}$ .



**4.27-** Parâmetros de espalhamento para o acoplador híbrido *branch-line*, com o comprimento elétrico das linhas de transmissão D e E da *branch line* reduzido em 10%. Interferência harmônica em  $S_{31}$ , aumento em  $S_{41}$  e  $S_{31}$ .



## 5. SIMULAÇÃO, FABRICAÇÃO E MEDIÇÃO

Nos capítulos anteriores foram dadas todas as informações necessárias para o projeto dos acopladores branch-line com banda dupla usando linha de transmissão artificial. Neste capítulo serão apresentadas as repostas simuladas e medidas em laboratório para acopladores *branch-line* construídos usando a linha de transmissão artificial proposta e o método matemático apresentado.

### 5.1. PROJETO DE ACOPLADORES *BRANCH-LINE*

Neste trabalho todos os dispositivos foram projetados considerando o uso de microfitas fabricadas em placa de circuito impresso. Duas placas foram utilizadas para os projetos, sendo a primeira uma placa de FR-4, a qual possui permissividade relativa ( $\epsilon_r$ ) de 4,4, com espessura de substrato elétrico de 1,6mm e a segunda uma placa Roger 5880, a qual possui permissividade relativa ( $\epsilon_r$ ) de 2,2, com espessura de substrato elétrico de 1,27mm. Houve o uso de duas placas, pois as simulações foram realizadas primeiramente no substrato de FR-4, as quais estavam em falta no laboratório, sendo o substrato Roger 5880 usado como substituto para a fabricação, o que requereu um novo conjunto de simulações. As placas foram escolhidas dessa forma, para que ela possua uma boa estabilidade elétrica e baixas perdas.

Com a placa a ser usada já definida, será agora dado o passo a passo de como projetar acopladores branch-line usando o método matemático apresentado no capítulo anterior.

Uma vez definidas as frequências de operação desejadas, a equação (4.22) é utilizada para a obtenção do comprimento elétrico, o qual é o mesmo para cada segmento de linha de transmissão. Em seguida é necessário definir o valor de  $n$  e  $z_1$  de forma se obter valores satisfatórios para  $z_2$  e  $z_3$  por meio dos conjuntos de equações (4.17) e (4.18) ou (4.19) e (4.20). Por simplicidade, o valor de  $n$  será sempre igual a 1 nesse trabalho.

Definindo um valor para  $Z_0$ , pode-se obter os valores não normalizados para as impedâncias características  $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$  na *main line* e na *branch line*. Para este trabalho o valor de  $Z_0$  será sempre de  $50\Omega$  para a *branch line* e  $50/\sqrt{2}$  para a *main line*.

De posse dos valores que definem os segmentos de linha de transmissão (comprimento elétrico e impedância característica), é necessário apenas obter os parâmetros da microfita, os quais são sua largura  $W$ , espessura  $h$  e comprimento  $l$ , para cada trecho de linha de transmissão do acoplador.

O valor da espessura  $h$  já foi definido na seleção da placa, sendo ele de 1,6mm ou 1,27mm dependendo da placa usada. A largura  $W$  é obtida através do uso das equações (2.26) e (2.27) ou (2.28) e (2.29).

Por fim reorganizando a equação (4.12) é obtida a seguinte equação para o cálculo do valor do comprimento  $l$

$$l = \frac{\theta \cdot c}{2\pi f \sqrt{\epsilon_{re}}}, \quad (5.1)$$

em que o valor da constante dielétrica efetiva  $\epsilon_{re}$  é dado pela equação (2.18) ou (2.20). Como o valor de  $\epsilon_{re}$  depende do valor da largura  $W$  e espessura  $h$ , pode-se perceber da equação (5.1) que apesar do valor de comprimento elétrico  $\theta$  ser igual para cada segmento de linha de transmissão, o valor do comprimento  $l$  será diferente.

### 5.1.1. SIMULAÇÃO DOS ACOPLADORES *BRANCH-LINE*

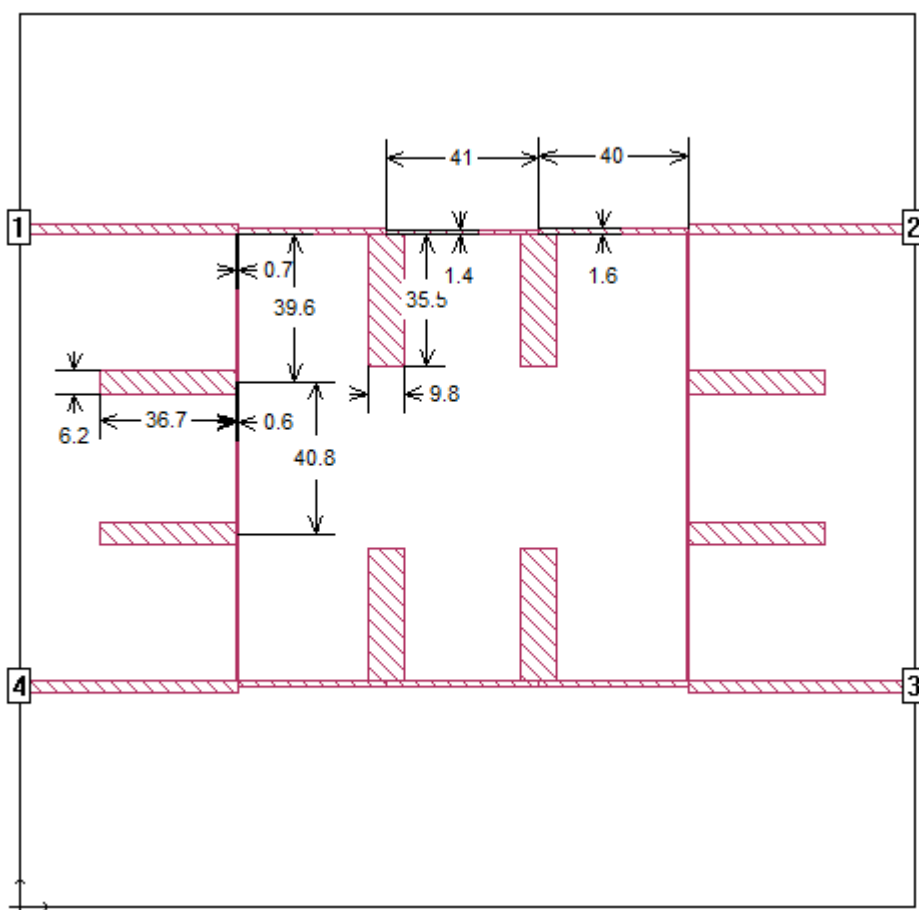
O primeiro acoplador *branch-line* a ser simulado demonstrará a capacidade do método proposto em desenvolver acopladores com elevada razão entre suas duas frequências de operação.

As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 ilustram um acoplador híbrido do tipo *branch-line*, com razão entre as frequências de operação igual a 10, seus parâmetros de espalhamento e a diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$ , respectivamente, obtidos através da simulação de onda completa com o *Sonnet*. Em que sua primeira frequência de operação é 200MHz, com largura de banda fracionária de 25% (50MHz), e sua segunda frequência de operação é 2GHz com

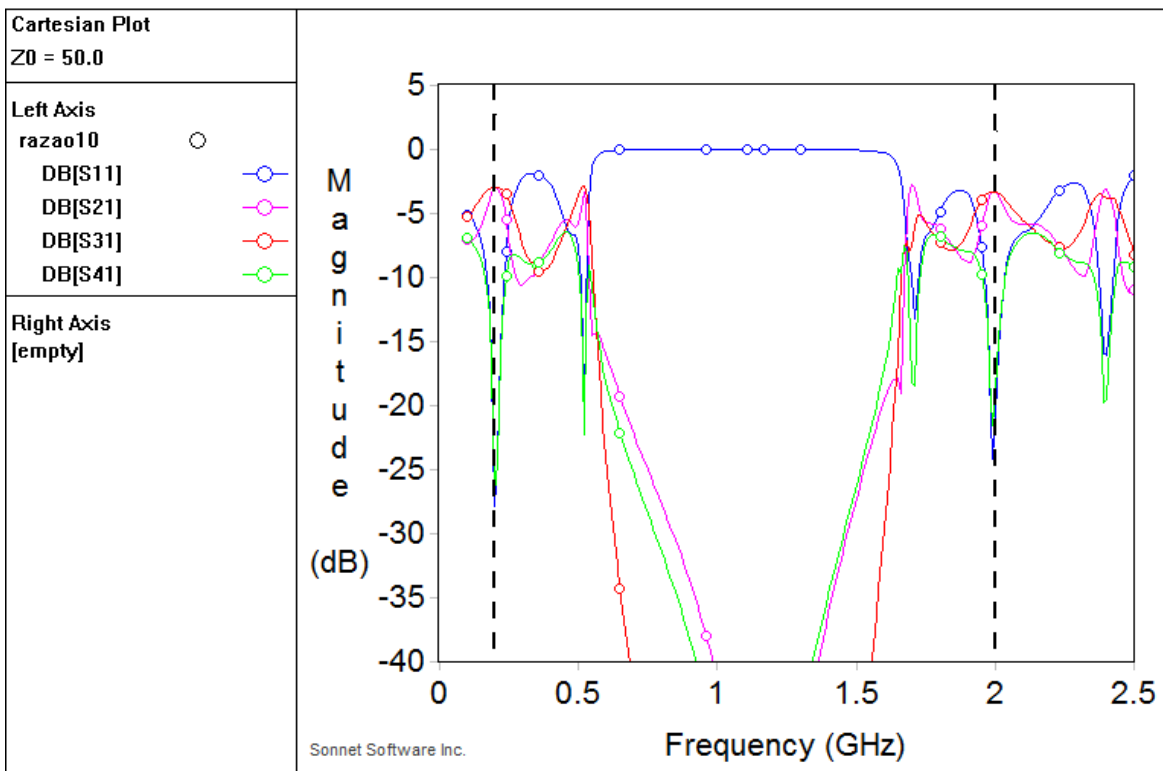


largura de banda fracionária de 2,5% (50MHz). O acoplador foi construído sobre um substrato de FR-4 com 24cmx24cm de dimensão, tendo cada trecho de linha de transmissão do acoplador um comprimento elétrico de 0,286 radianos, com valores de impedância normalizada para  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  de 2, 2,14 e 0,6 respectivamente, para *main line* e *branch line* do acoplador. Da equação (4.27) vê-se que o tamanho da LTA é 55% do tamanho da LT do acoplador convencional. Esse acoplador foi simulado utilizando o software para simulações eletromagnéticas *sonnet*. Apesar de as frequências escolhidas não serem normalmente utilizadas em conjunto, elas são ideais para demonstrar a capacidade do método proposto em fabricar acopladores possuindo uma elevada razão entre as frequências.

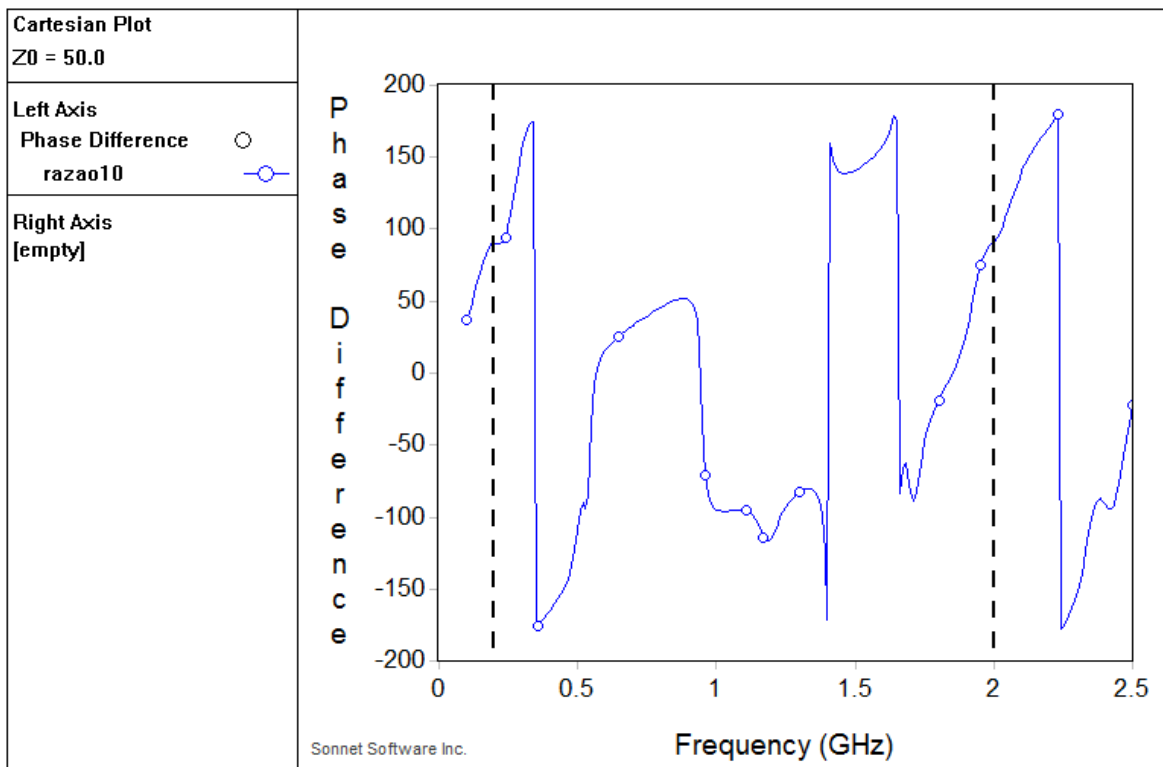
**Figura 5.1-** Acoplador *branch-line* para as frequências 200MHz e 2GHz produzido em substrato FR-4 utilizando da abordagem matemática. As dimensões estão em milímetros.



**Figura 5.2-** Parâmetros de espalhamento em dB para o acoplador da figura 5.1, as linhas tracejadas representam as frequências centrais de operação.



**Figura 5.3-** Diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$  para o acoplador da figura 5.1, as linhas tracejadas representam as frequências centrais de operação.



A tabela 5.1 a seguir contém os valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências de operação para o acoplador da figura 5.1:

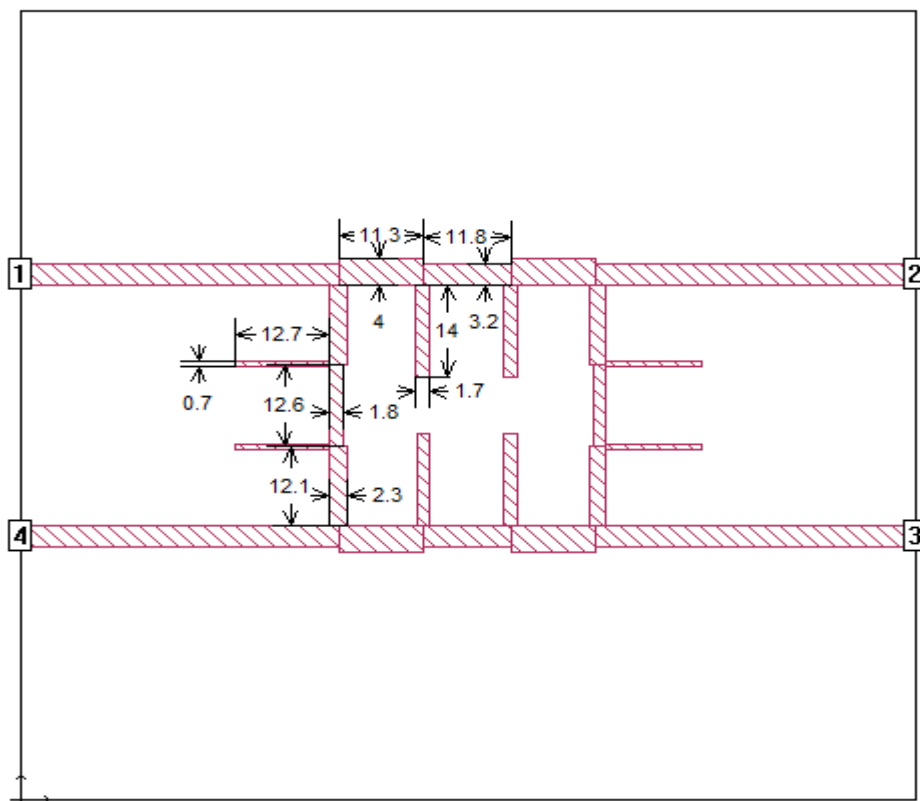
**Tabela 5.1-** Valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências próximas as bandas de operação para o acoplador da figura 5.1.

Frequencia GHz	$S_{11}$ dB	$S_{21}$ dB	$S_{31}$ dB	$S_{41}$ dB
0,18	-12,53867	-3,959311	-3,081725	-13,0454
0,19	-17,04351	-3,378943	-3,003753	-17,03091
0,2	-27,88421	-3,049324	-3,00789	-26,91069
0,21	-24,1101	-3,05236	-3,044316	-24,52793
0,22	-15,45281	-3,444798	-3,0918	-15,89998
0,23	-10,98141	-4,255326	-3,199761	-12,06538
1,97	-12,93457	-4,176942	-3,441532	-13,76742
1,98	-17,61251	-3,627961	-3,37214	-17,63437
1,99	-24,13313	-3,380186	-3,369528	-21,52217
2	-20,84594	-3,40775	-3,412007	-18,76711
2,01	-15,63207	-3,656099	-3,501806	-14,82615
2,02	-12,44776	-4,051297	-3,648349	-12,20421

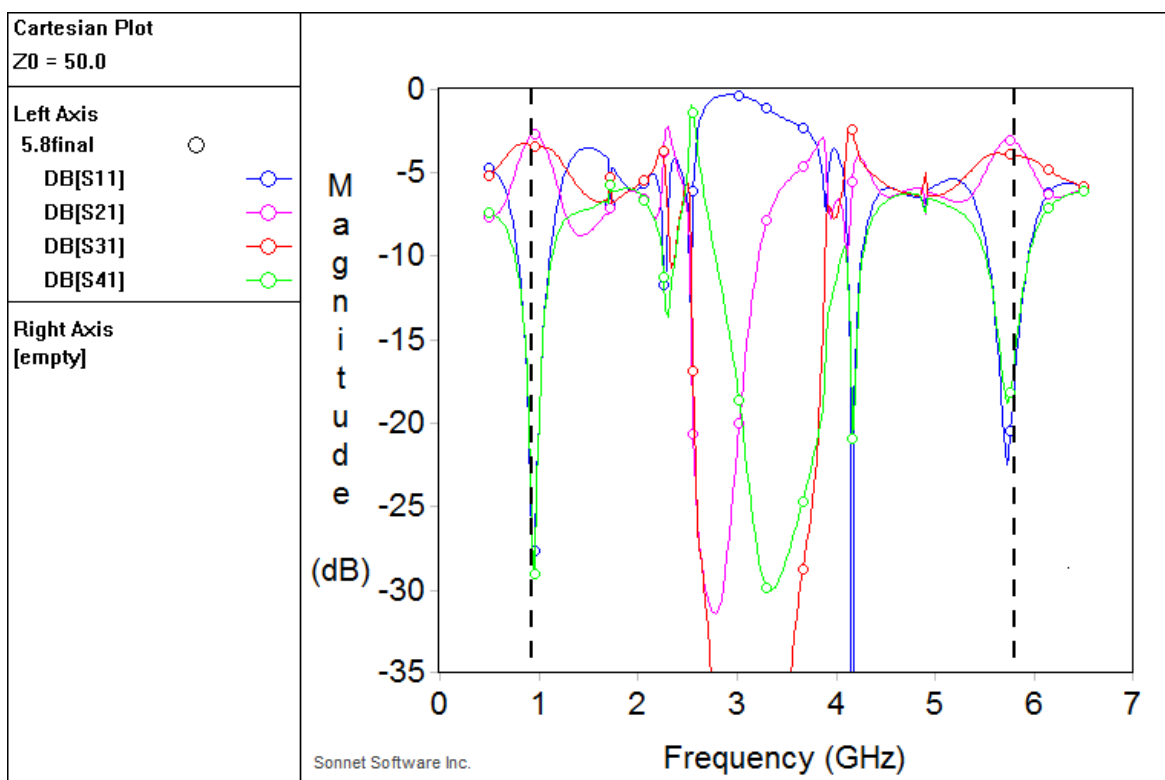
De forma a demonstrar uma aplicação do método proposto em um acoplador viável, será utilizado o *sonnet* novamente para mais uma simulação.

A figura 5.4, 5.5 e 5.6 ilustram o acoplador híbrido do tipo *branch-line*, com razão entre as frequências de operação igual a 6,27, seus parâmetros de espalhamento e a diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$ , respectivamente, obtidos através da simulação de onda completa com o *Sonnet*. Para um acoplador do tipo *branch-line* com banda dupla, onde sua primeira frequência de operação é na banda GSM de 925MHz, com largura de banda fracionária de 31% (280MHz), e sua segunda frequência de operação na banda ISM de 5,8GHz com largura de banda fracionária de 6% (320MHz). O acoplador foi construído sobre um substrato de FR-4 com 12cmx12cm de dimensão, tendo cada trecho de linha de transmissão do acoplador um comprimento elétrico de 0,432 radianos, com valores de impedância normalizada para  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  de 1,2, 1,37 e 1,96 respectivamente, para *main line* e *branch line* do acoplador. Da equação (4.27) é fácil perceber que o tamanho da LTA é 80% do tamanho da LT do acoplador convencional.

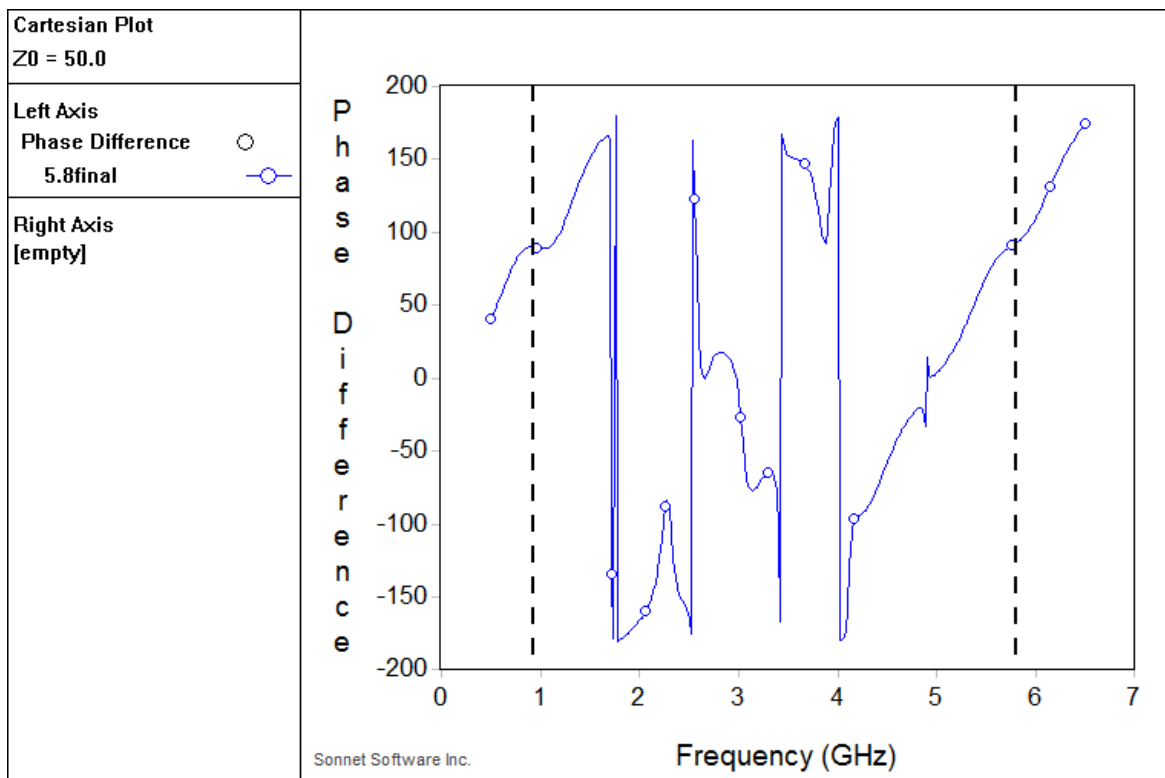
**Figura 5.4-** Acoplador *branch-line* para as frequências 925MHz e 5.8GHz produzido em substrato FR-4 utilizando a abordagem matemática. As dimensões estão em milímetros.



**Figura 5.5-** Parâmetros de espalhamento em dB para o acoplador da figura 5.4, as linhas tracejadas representam as frequências centrais de operação.



**Figura 5.6-** Diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$  para o acoplador da figura 5.4, as linhas tracejadas representam as frequências centrais de operação.



A tabela 5.2 a seguir contém os valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências de operação para o acoplador da figura 5.4:

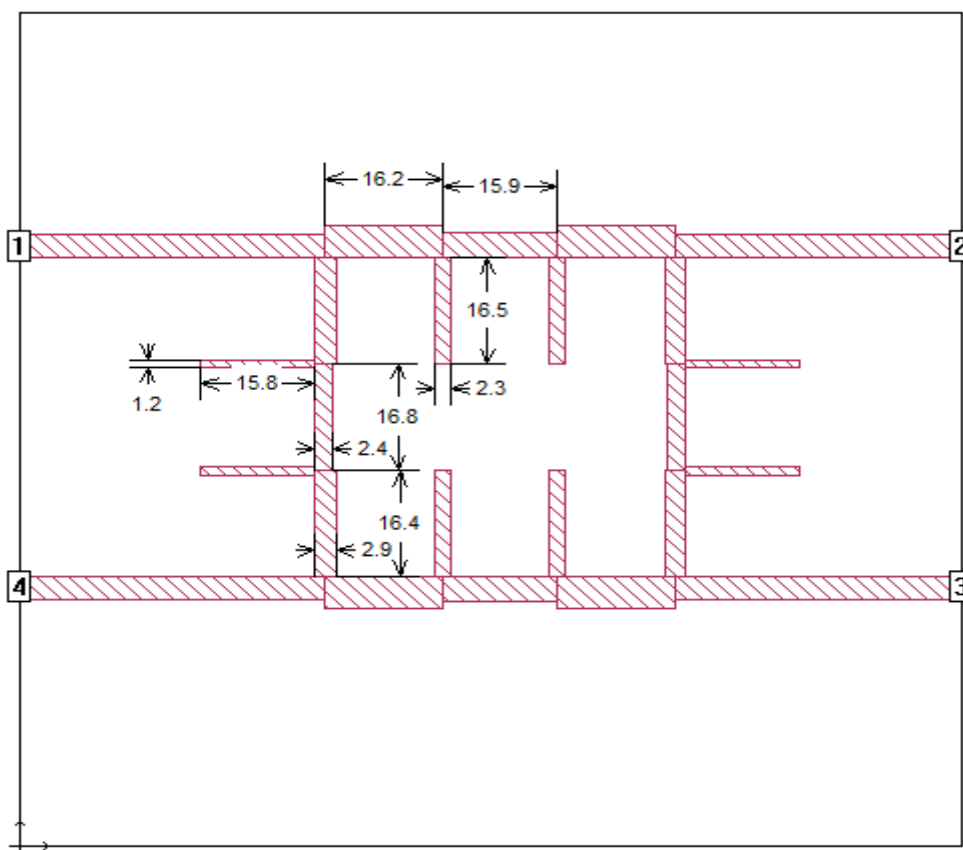
**Tabela 5.2-** Valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências próximas as bandas de operação para o acoplador da figura 5.4.

Frequência GHz	$S_{11}$ dB	$S_{21}$ dB	$S_{31}$ dB	$S_{41}$ dB
0,88	-17,5331	-3,116112	-3,271657	-17,04901
0,9	-20,46054	-2,933289	-3,303082	-19,67505
0,92	-24,42309	-2,802362	-3,339456	-23,45197
0,94	-28,98541	-2,724493	-3,375445	-28,91482
0,96	-27,62168	-2,700054	-3,406966	-29,00547
0,98	-23,1122	-2,729106	-3,431817	-23,51084
1	-19,69213	-2,811553	-3,450017	-19,68878
1,02	-17,11929	-2,947156	-3,463763	-17,02529
5,7	-21,54331	-3,107487	-3,871462	-18,28114
5,72	-22,44129	-3,065553	-3,881383	-18,83171
5,74	-21,98971	-3,059856	-3,885009	-18,74911
5,76	-20,50139	-3,080301	-3,889059	-18,12519
5,78	-18,89932	-3,121324	-3,913476	-17,19632
5,8	-17,30824	-3,183856	-3,935475	-16,0819
5,82	-15,88693	-3,267569	-3,964601	-14,94925

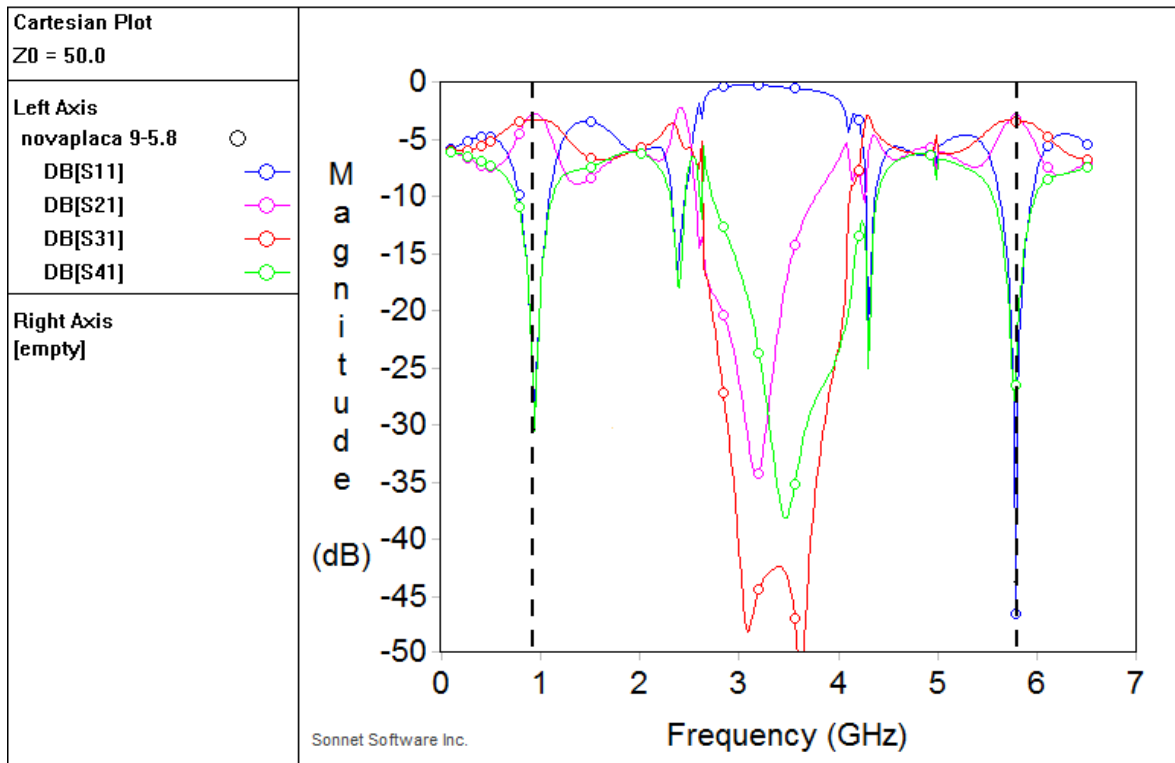
Por fim o *sonnet* foi usado para simulação do acoplador que deverá ser construído em laboratório, o qual possui as mesmas frequências de operação do acoplador apresentado anteriormente.

A figura 5.7, 5.8 e 5.9 ilustram o acoplador híbrido do tipo *branch-line*, com razão entre as frequências de operação igual a 6,27, seus parâmetros de espalhamento e a diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$ , respectivamente, obtidos através da simulação de onda completa com o *Sonnet*. Para um acoplador do tipo *branch-line* com banda dupla, em que sua primeira frequência de operação é na banda GSM de 925MHz, com largura de banda fracionária de 28% (260MHz), e sua segunda frequência de operação na banda ISM de 5,8GHz com largura de banda fracionária de 4% (230MHz). O acoplador foi construído sobre um substrato Roger 5880 com 13cmx13cm de dimensão, tendo cada trecho de linha de transmissão do acoplador um comprimento elétrico de 0,432 radianos, com valores de impedância normalizada para  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  de 1,2, 1,37 e 1,96 respectivamente, para *main line* e *branch line* do acoplador. Da equação (4.27) vê-se que o tamanho da LTA é 80% do tamanho da LT do acoplador convencional.

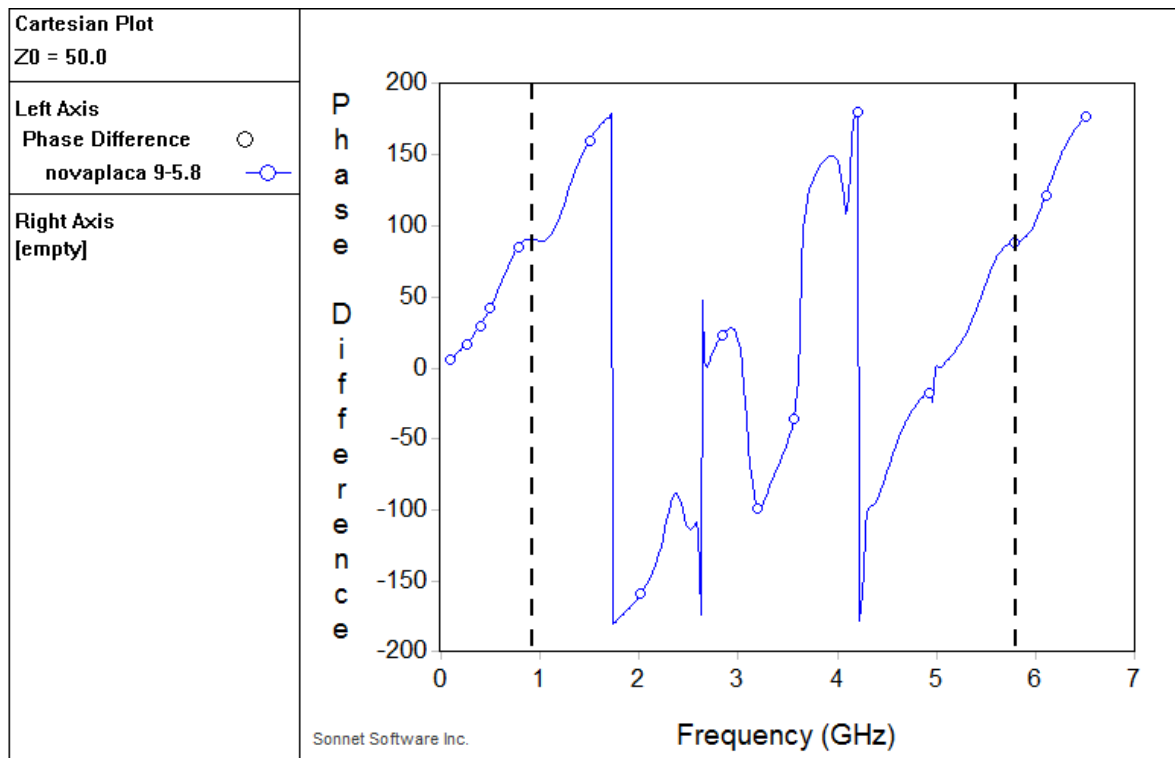
**Figura 5.7-** Acoplador *branch-line* para as frequências 925MHz e 5.8GHz produzido em substrato Roger 5880 através da abordagem matemática. As dimensões estão em milímetros.



**Figura 5.8-** Parâmetros de espalhamento em dB para o acoplador da figura 5.7, as linhas tracejadas representam as frequências centrais de operação.



**Figura 5.9-** Diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$  para o acoplador da figura 5.7, as linhas tracejadas representam as frequências centrais de operação.



A tabela 5.3 a seguir contém os valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências de operação para o acoplador da figura 5.7:

**Tabela 5.3-** Valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências próximas as bandas de operação para o acoplador da figura 5.7.

Frequência GHz	S <sub>11</sub> dB	S <sub>21</sub> dB	S <sub>31</sub> dB	S <sub>41</sub> Db
0,88000000	-18,0086	-3,125206	-3,301418	-17,87346
0,90000000	-21,09733	-2,967704	-3,319843	-20,88663
0,92000000	-25,19196	-2,865773	-3,340056	-25,38468
0,94000000	-28,47732	-2,82144	-3,357131	-30,56097
0,96000000	-25,4591	-2,83614	-3,367992	-26,43437
0,98000000	-21,34525	-2,911086	-3,372089	-21,51297
1,00000000	-18,21377	-3,047264	-3,37164	-18,23047
5,72000000	-18,27693	-3,369938	-3,393784	-20,72897
5,74000000	-21,64611	-3,24957	-3,409165	-24,23423
5,76000000	-28,05817	-3,173399	-3,394169	-27,85004
5,78000000	-46,58395	-3,151535	-3,417258	-26,50076
5,80000000	-29,10921	-3,18526	-3,431829	-22,55384
5,82000000	-22,62065	-3,269201	-3,444462	-19,44966
5,84000000	-18,93136	-3,403019	-3,458433	-17,13433

Todas as simulações foram realizadas adotando uma precisão de 0,1mm, a qual é a mesma precisão da máquina de prototipagem a ser usada na fabricação. Assim sendo foram necessárias aproximações nas dimensões das LTs, as quais podem causar leves alterações no resultado esperado.

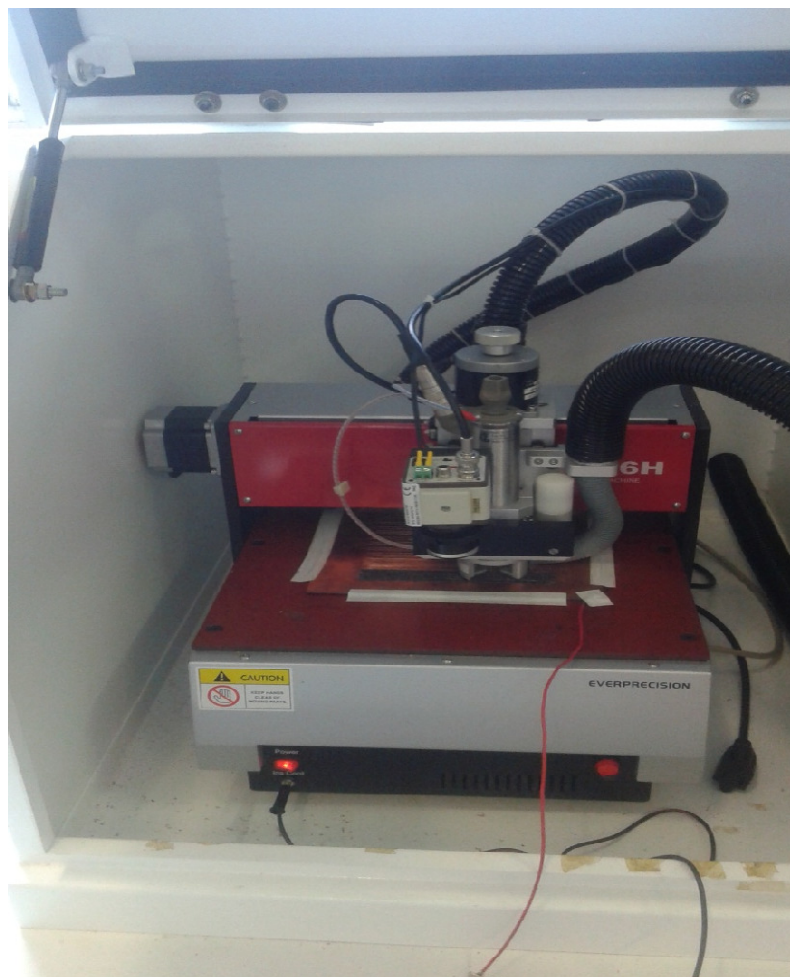
## **5.1.2. FABRICAÇÃO E MEDIÇÃO DOS ACOPLADORES *BRANCH-LINE***

Realizadas as simulações no *sonnet* para os acopladores apresentados na seção anteriores, é hora de demonstrar a fabricação, medição e comparação dos acopladores *branch-line* usando o método proposto. Como dito anteriormente o acoplador fabricado nesse trabalho é o ilustrado na figura 5.7. A geometria do dispositivo é gerada no *sonnet* e exportada, em formato DXF, para a entrada no *software* da máquina de prototipagem de placa de circuito impresso (PCB Prototype Machine) modelo EP2006H do fabricante



Everprecision™, ilustrada na figura 5.10, localizada no Laboratório de Microondas do Grupo de Fotônica, do departamento de eletrônica e sistemas da UFPE.

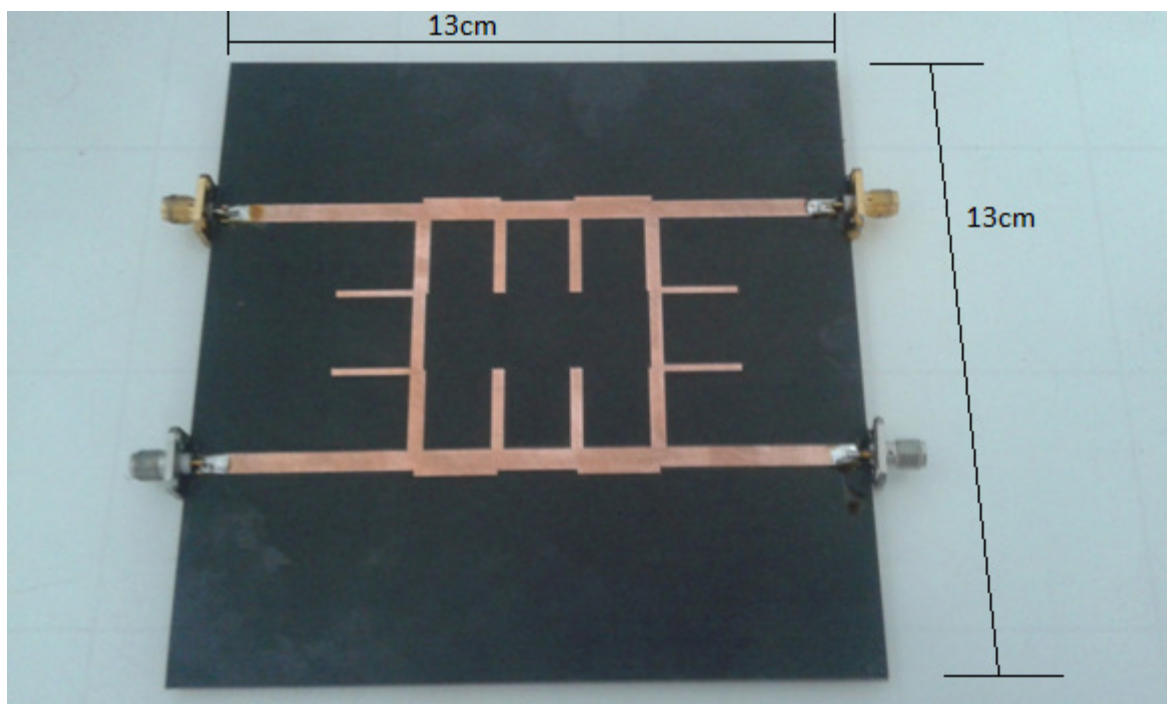
**Figura 5.10-** Máquina de protótipo de placa de circuito impresso.



O acoplador fabricado possui duas bandas de operação sendo elas em 925MHz e em 5,8GHz sendo produzido sobre um substrato Roger 5880 de 13cmx13cm, possuindo constante dielétrica de 2,2, 1,27mm de espessura e metalização de cobre.

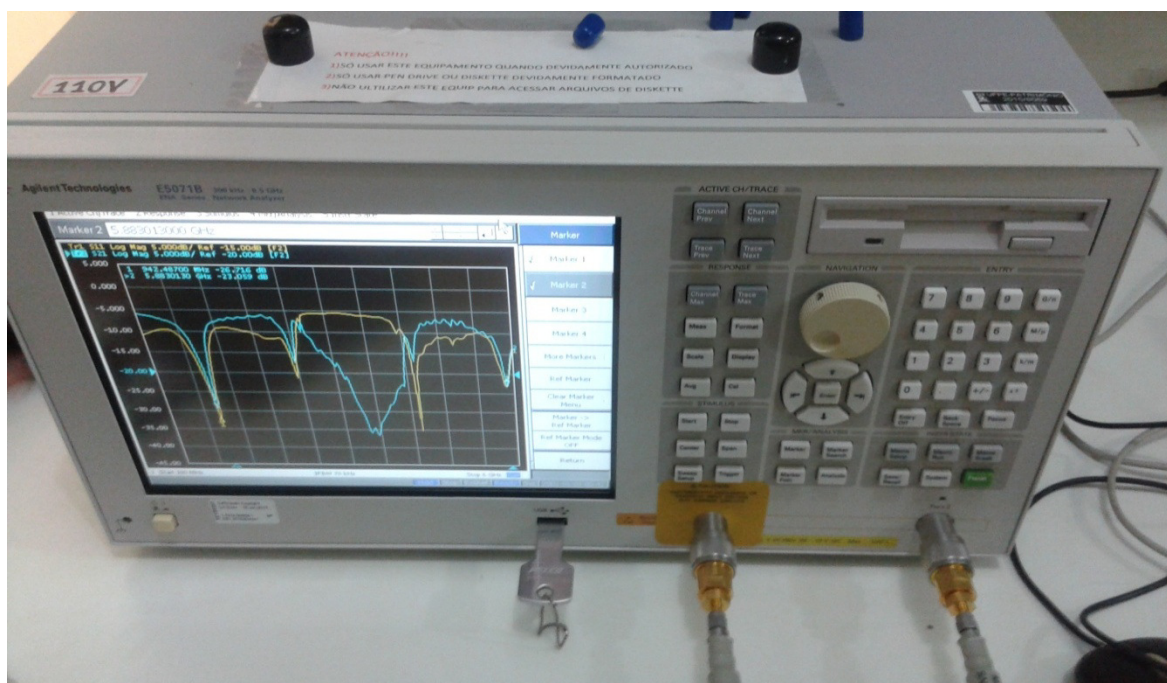
Terminado o processo de fabricação executado pela máquina, que possui precisão de 0.15mm, a placa foi lixada e depois limpa para a retirada dos resíduos de cobre. Foi feita a soldagem dos conectores SMA de 50Ω nas trilhas da linha de transmissão de 50Ω das quatro portas, de forma que o pino central do conector fosse soldado no centro do início dessas trilhas e o seu corpo fosse soldado nas laterais do condutor do plano terra logo abaixo do substrato. A figura 5.11 ilustra o acoplador fabricado após esse processo.

Figura 5.11- Acoplador *branch-line* fabricado.



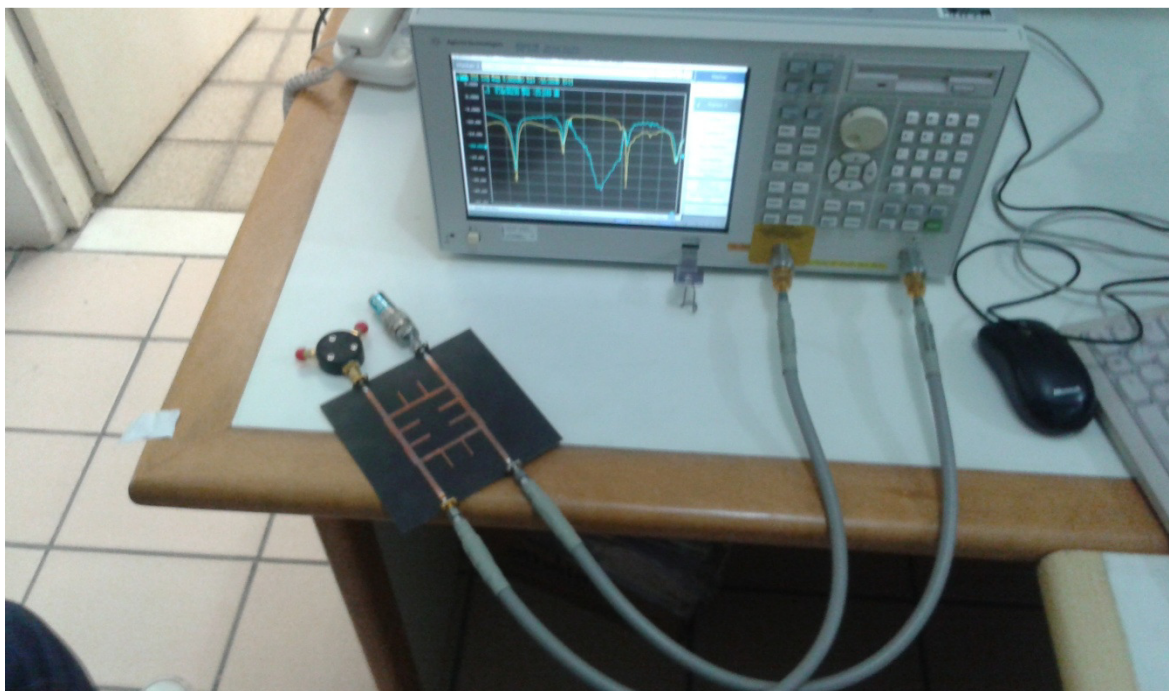
Construído o acoplador, foi feita medição de seus parâmetros de espalhamento por meio de um analisador de rede vetorial (network analyzer) modelo E5071B do fabricante *Agilent Technologies*, ilustrado na figura 5.12, que também está disponível no Laboratório de Microondas.

Figura 5.12- Analisador de rede vetorial.



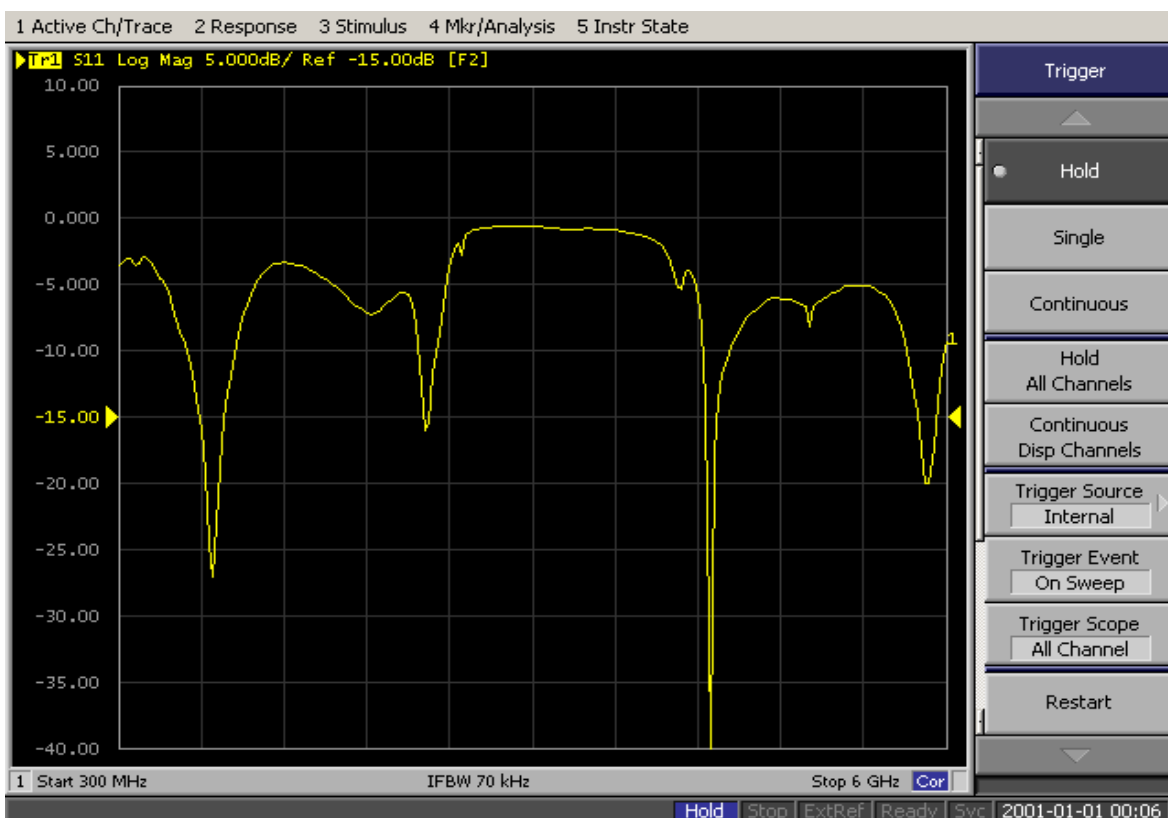
Devido ao modelo do dispositivo, é possível apenas realizar a medição de duas portas por vez, enquanto que as outras duas portas são ligadas a cargas casadas, conforme ilustra a figura 5.13.

**Figura 5.13-** Demonstração do arranjo para medição no analisador de rede vetorial modelo E5071B da *Agilent Technologies*.

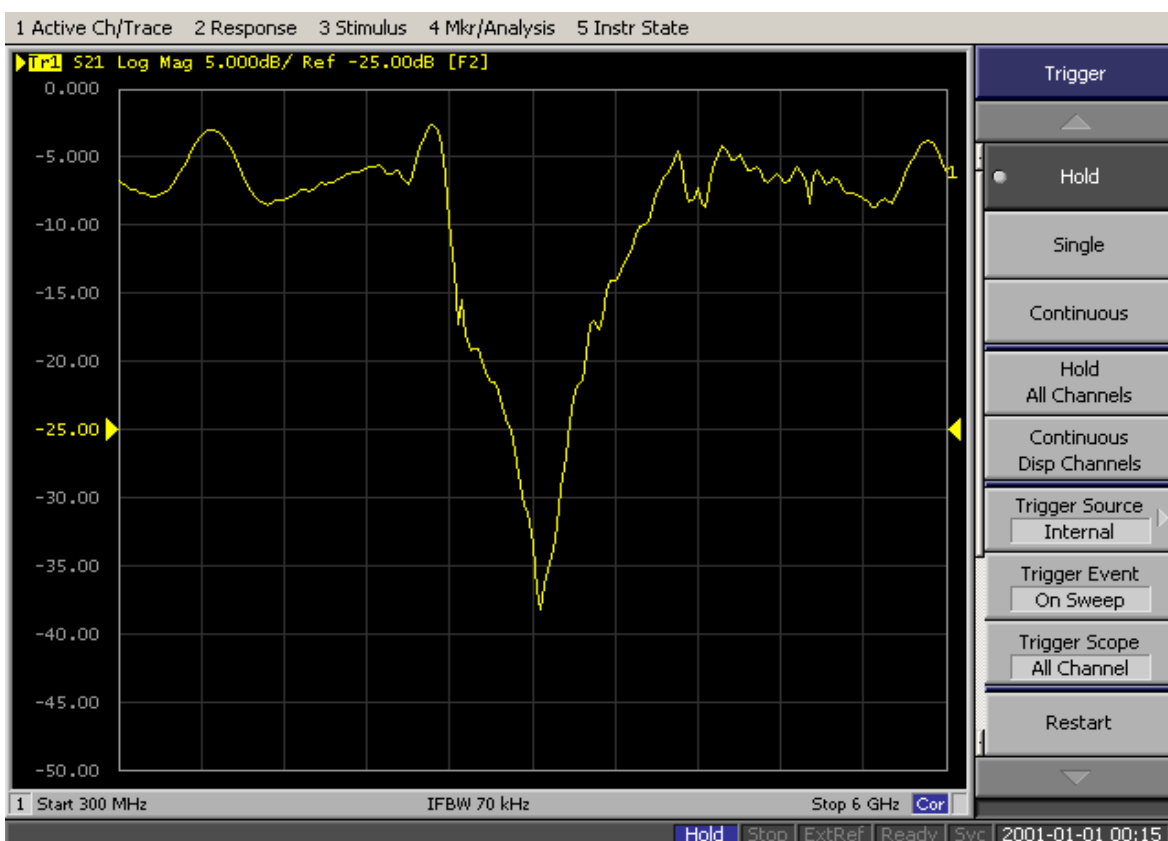


Os resultados obtidos para a magnitude em dB do acoplador, medidos conforme ilustra a figura 5.13, são ilustrados nas figuras 5.14 a 5.17.

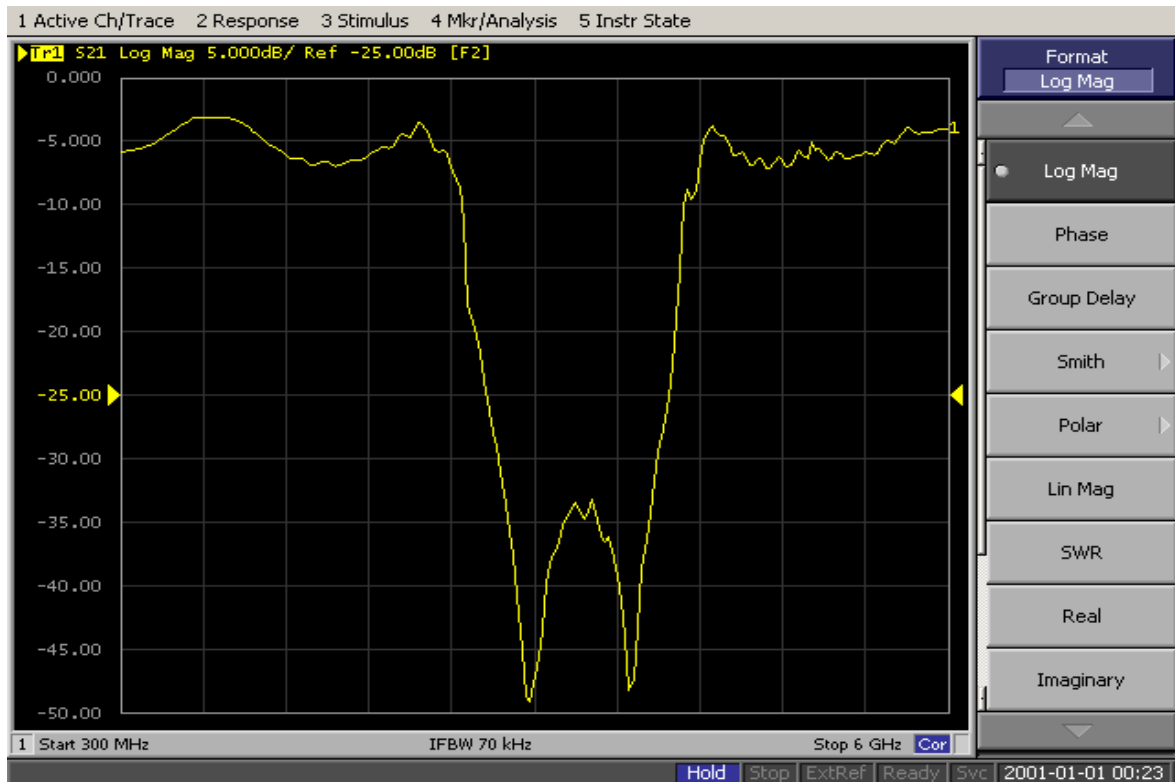
**Figura 5.14-** Gráfico da magnitude em dB para o  $S_{11}$  medido.



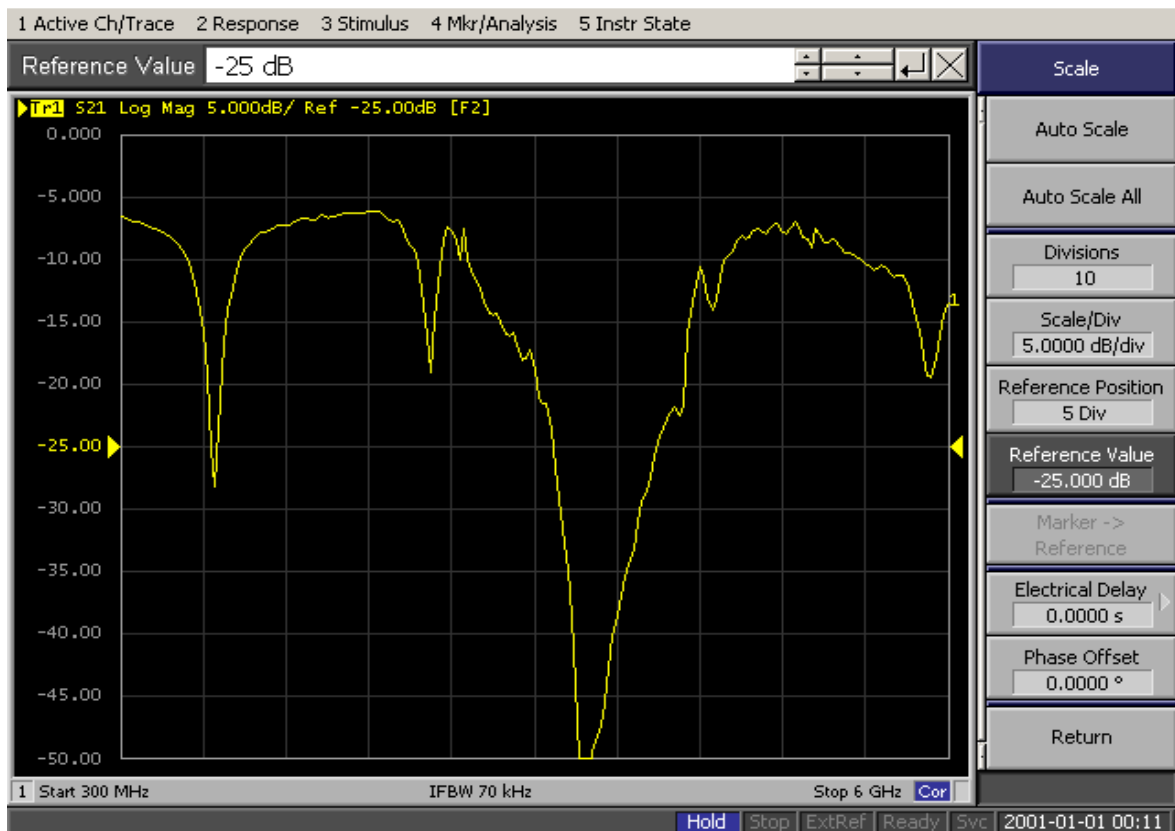
**Figura 5.15-** Gráfico da magnitude em dB para o  $S_{21}$  medido.



**Figura 5.16-** Gráfico da magnitude em dB para o  $S_{31}$  medido.



**Figura 5.17-** Gráfico da magnitude em dB para o  $S_{41}$  medido.



Observando os resultados medidos é fácil perceber que eles têm o mesmo formato da resposta obtida através da simulação. Isso implica que os resultados estão condizentes com o esperado pela abordagem matemática. Porém é possível perceber algumas oscilações nas medições, que apesar de não estarem presentes nos resultados simulados, já são esperadas devido a erros inerentes do processo de fabricação e medição.

As oscilações, que ficam mais evidentes com o aumento da frequência nos resultados para  $S_{21}$ ,  $S_{31}$  e  $S_{41}$ , são provavelmente devido ao casamento não ideal das cargas, durante a calibração, na faixa de frequências medidas, assim as oscilações aumentam de acordo com a frequência.

A tabela 5.4 a seguir contém os valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências de operação para o acoplador medido:

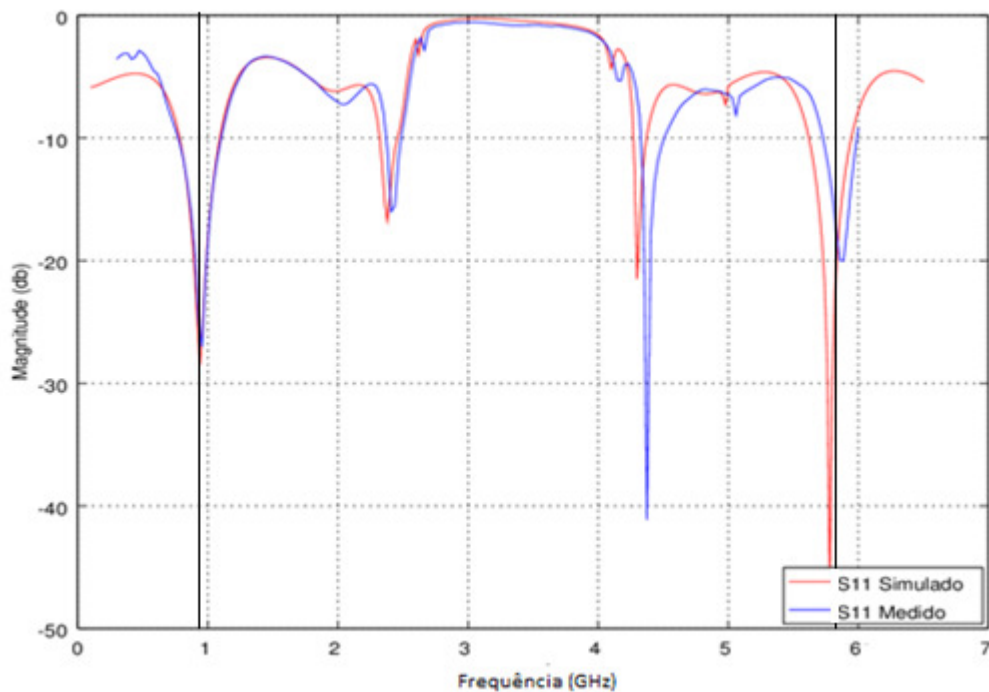
**Tabela 5.4-** Valores dos parâmetros de espalhamento nas frequências próximas as bandas de operação para o acoplador da figura medido.

Frequência GHz	$S_{11}$ dB	$S_{21}$ dB	$S_{31}$ dB	$S_{41}$ dB
0,87000	-15,89831	-3,46374	-3,10640	-15,82174
0,89850	-19,18781	-3,19418	-3,13084	-19,33802
0,92700	-24,52338	-3,03748	-3,14532	-25,20912
0,95550	-27,03416	-3,00934	-3,16883	-28,23901
0,98400	-21,06141	-3,10501	-3,18335	-21,27717
1,01250	-16,80365	-3,38439	-3,18694	-16,91309
5,77200	-12,50773	-5,26365	-4,28909	-14,19490
5,80050	-14,67120	-4,62669	-4,38501	-15,72738
5,82900	-17,40949	-4,11259	-4,36008	-17,66874
5,85750	-19,96581	-3,86471	-4,36859	-19,44072
5,88600	-20,01197	-3,80779	-4,28466	-19,56364
5,91450	-17,27188	-4,06575	-4,21267	-18,02287
5,94300	-14,01913	-4,58958	-4,08880	-16,10462
5,97150	-11,32418	-5,32470	-4,00715	-14,54091
6,00000	-9,19993	-6,25095	-4,07131	-13,39409

Para uma melhor comparação entre fabricação e simulação, os resultados medidos mostrados nas figuras 5.14 a 5.17 também foram salvos em formato CSV. Assim exportando também para o formato CSV os resultados simulados apresentados na figura 5.8, é possível comparar os dois conjuntos de resultados, os da simulação e os da fabricação, assim como comparar a diferença de fase para o  $S_{21}$  e  $S_{31}$  medidos. Com a ajuda do *software octave* foi possível desenvolver um *script* para a comparação dos

resultados, os quais são ilustrados nas figuras 5.18 a 5.22 a seguir. As linhas vermelhas verticais indicam as frequências centrais das duas bandas de operação.

**Figura 5.18-** Magnitude de  $S_{11}$  simulado (vermelho) e medido (azul).



**Figura 5.19-** Magnitude de  $S_{21}$  simulado (vermelho) e medido (azul).

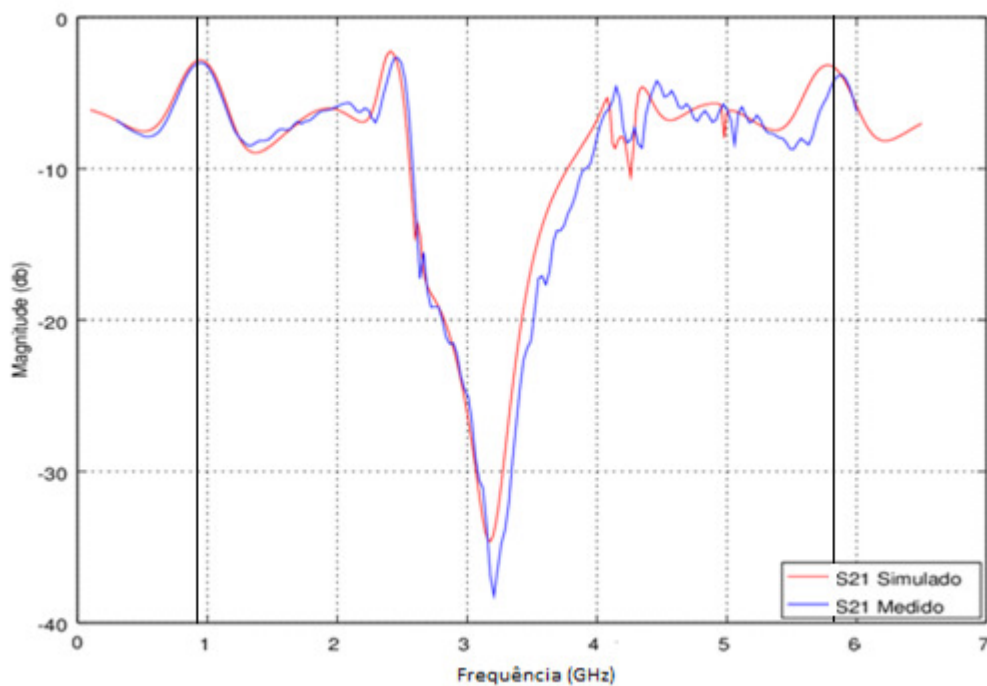


Figura 5.20- Magnitude de  $S_{31}$  simulado (vermelho) e medido (azul).

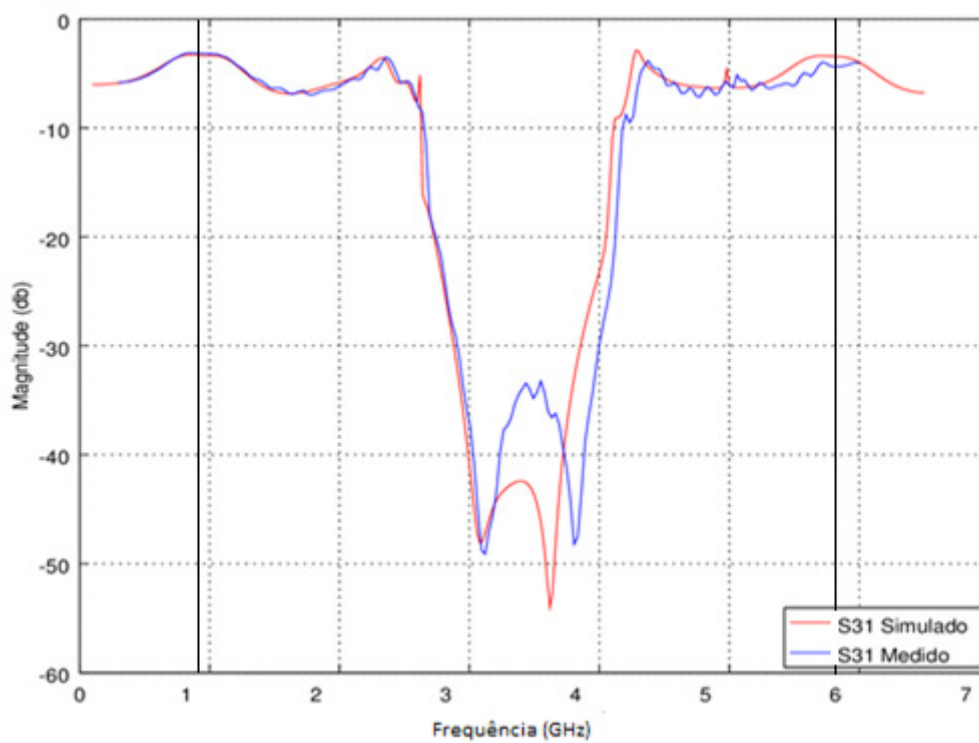


Figura 5.21- Magnitude de  $S_{41}$  simulado (vermelho) e medido (azul).

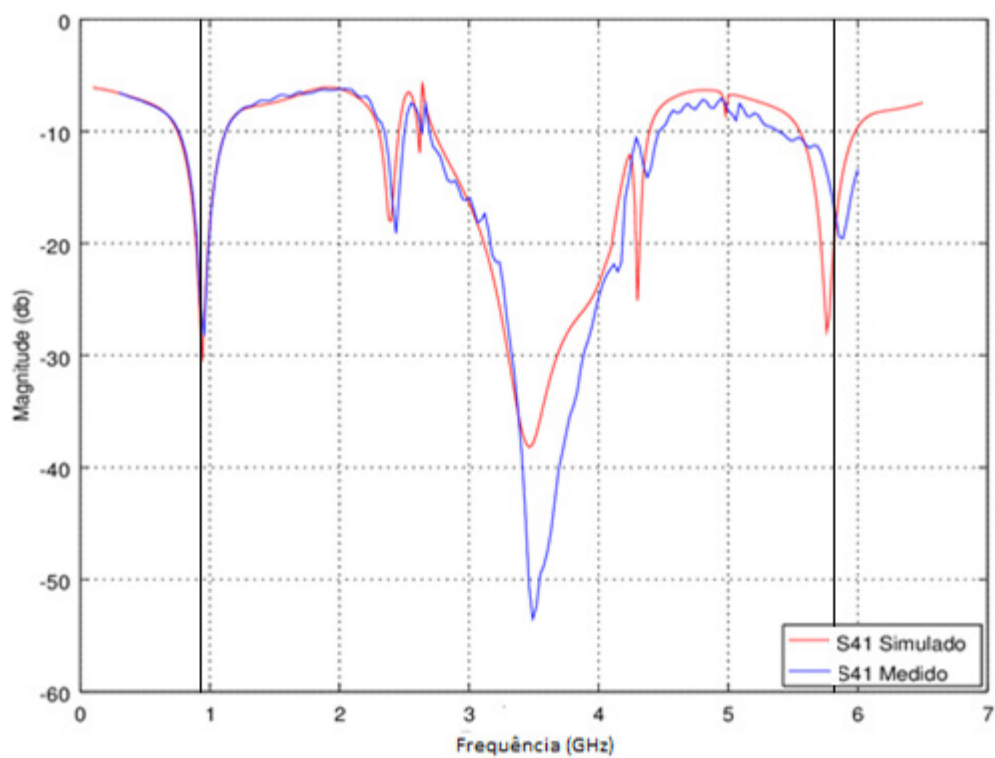
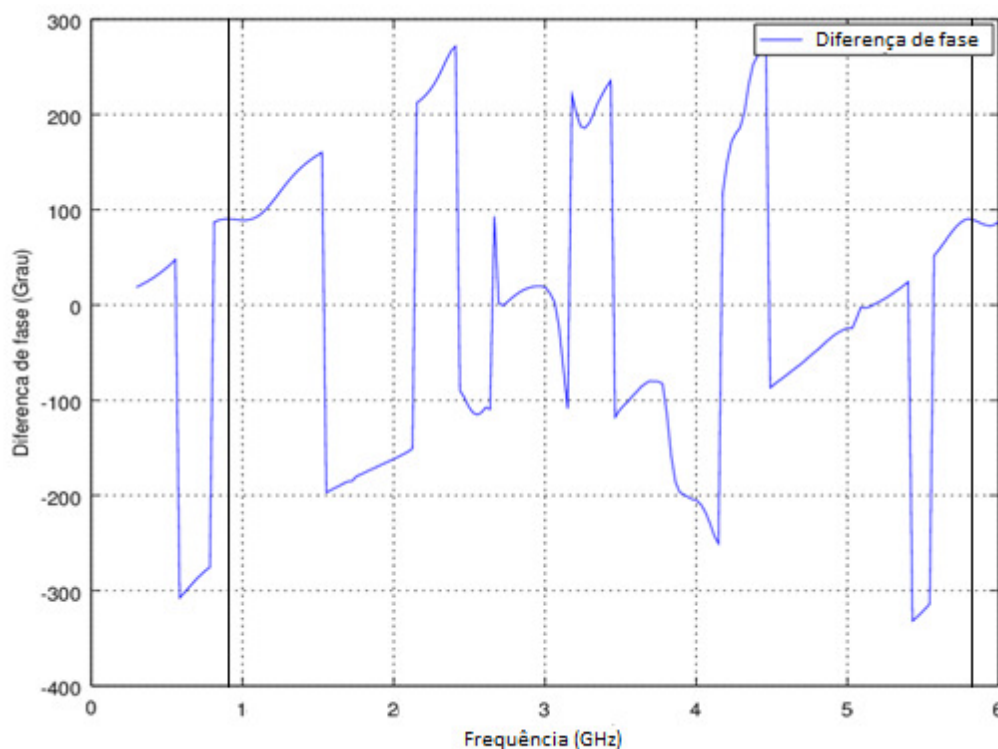




Figura 5.22- Diferença de fase entre  $S_{21}$  e  $S_{31}$  para os valores medidos.



As imagens acima confirmam que os resultados simulados e medidos estão condizentes com o esperado por meio da abordagem matemática, validando assim a abordagem como um novo método para o desenvolvimento de acopladores híbridos. A principal vantagem que essa nova abordagem possui está na sua capacidade de facilmente criar acopladores híbridos com banda dupla, possuindo uma elevada razão entre as duas frequências centrais de operação, a qual pode chegar a ser uma ordem de grandeza maior. Por exemplo o acoplador fabricado possui essa razão igual a 6,27.

Das imagens também é possível perceber que ocorre uma defasagem e uma leve alteração na magnitude da resposta à medida que a frequência aumenta. Isso também é esperado, devido aos erros inerentes ao processo de fabricação e medição utilizados. Diversos fatores podem explicar tais resultados. Primeiramente o não casamento adequado das cargas, que como mencionado anteriormente gera pequenas oscilações na magnitude que se agravam à medida que a frequência aumenta. Outra explicação seria o truncamento de convergência na resolução do problema realizado pelo *sonnet*, pois grande parte dos erros de simulação EM são devidos ao tamanho das células. Também pode ser uma causa, o fato que durante a simulação não foi considerado a espessura da fita metálica e consequentemente, suas perdas. As perdas nos metais ou dielétricos obedecem a

tolerâncias de fabricação, mas podem fazer com que a condição dada pela equação (2.46) seja invalidada, empurrando as curvas de  $S_{21}$  e  $S_{31}$  para baixo e/ou as curvas de  $S_{11}$  e  $S_{41}$  para cima. Outro fator a ser considerado é o processo de soldagem que também pode ter influenciado, podendo surgir descasamentos entre os conectores e as portas de  $50\Omega$ . Por fim o próprio processo de fabricação gera erros, devido ao fato que máquina de prototipagem acaba retirando material dielétrico em excesso da placa, o que consequentemente altera sua permissividade efetiva.

## 6. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se um novo tipo de linha de transmissão artificial (LTA) a qual tem como aplicação proposta a construção de acopladores *branch-line* com banda dupla. O acoplador construído através do uso da LTA apresentada se destaca por permitir uma elevada razão entre as duas frequências de operação enquanto mantém uma boa largura de banda.

Baseado nas técnicas desenvolvidas nessa dissertação foram projetados acopladores para dois conjuntos de frequências diferentes, sendo um para as frequências de 200MHz e 2GHz, o qual foi simulado usando um substrato de FR-4, e outro para as frequências de 925MHz e 5.8GHz simulado usando um substrato de FR-4 e Roger 5880. As simulações confirmaram as características descritas.

Por fim, o segundo acoplador foi fabricado usando um substrato Roger 5880 e medido eletricamente. Os resultados da simulação e medição foram comparados, obtendo-se uma boa concordância entre eles, o que demonstra a validade e eficiência da técnica.

Todos os dispositivos abordados são planares e podem ser fabricados através do uso de microfitas, o que facilita produção em larga escala. Assim, esse trabalho oferece como contribuição uma nova LTA que permite a construção de acopladores *branch-line* com banda dupla os quais são relativamente simples de projetar e fabricar e que são ideais para uso em dispositivos como *modems*, roteadores e aparelhos telefônicos celulares, dentre outros.

## **7. TRABALHOS FUTUROS**

Para trabalhos futuros sugere-se:

- Usar diferentes comprimentos elétricos na abordagem matemática.
- Investigar a possibilidade de obtenção de mais de duas bandas de operação para o acoplador.
- Aplicar a técnica desenvolvida para outros tipos de acopladores.

## ANEXO 1- ALGORITMO DO MAXIMA UTILIZADO PARA OBTER AS EQUAÇÕES (4.9), (4.10) E (4.11)

```
/* [wxMaxima: input start ] */
m1:1/sqrt(1+t1^2)*matrix(
[1,%i*t1*z1],
[%i*t1/z1,1]);
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
m2:1/sqrt(1+t2^2)*matrix(
[1,%i*t2*z2],
[%i*t2/z2,1]);
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
m3: matrix(
[1, 0],
[%i*t3/z3,1]
);
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
mm: m1 . m3 . m2 . m3 . m1;
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
eq1:trigsimp(mm[1,1])=0;
eq2:imagpart(trigsimp(mm[1,2]))=1;
eq3:imagpart(trigsimp(mm[2,1]))=1;
eq4:trigsimp(mm[2,2])=0;
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
tmp:gcd(lhs(eq2), lhs(eq3), lhs(eq1));
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
tmp2:lhs(eq2)/tmp;
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
tmp3:lhs(eq3)/tmp;
/* [wxMaxima: input end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */
tmp4:expand(tmp2-tmp3)=0;
```

```

/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
eq1a: factor(ratsimp(num(lhs(eq1))/sqrt(t2^2+1))) = 0;
eq2a: tmp4;
eq3a: factor(ratsimp(-num(lhs(eq3)) + denom(lhs(eq3)))) = 0;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
st2:solve(eq1a,t2);
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
ratsimp(at(eq2a,[t2=-((t1^2-1)*z1*z2*z3^2+2*t1*t3*z1^2*z2*z3)/((t1*z2^2+t1*z1^2)*z
3^2+(1-t1^2)*t3*z1*z2^2*z3-t1*t3^2*z1^2*z2^2)]));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
factor(%);
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
eq2b:(z1^2*z2^2*z3^2-t1^2*z2^2*z3^2+t1^2*z1^4*z3^2-z1^2*z3^2-2*t1*t3*z1^3*z2^
2*z3-2*t1*t3*z1*z2^2*z3+t1^2*t3^2*z1^4*z2^2-t3^2*z1^2*z2^2)=0;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
st1:solve(eq2b,t1);
/* [wxMaxima: input end ] */

```

## ANEXO 2- ALGORITMO DO MAXIMA UTILIZADO PARA OBTER AS EQUAÇÕES (4.17), (4.18), (4.19) E (4.20)

```

/* [wxMaxima: input start ] */
m1:1/sqrt(1+t^2)*matrix(
[1,%i*t*z1],
[%i*t/z1,1]);
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
m2:1/sqrt(1+t^2)*matrix(
[1,%i*t*z2],
[%i*t/z2,1]);
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
m3: matrix(
[1, 0],
[%i*t/z3,1]
);
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
mm: m1 . m3 . m2 . m3 . m1;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
eq1:factor(ratsimp(mm[1,1]))=0;
eq2:factor(imagpart(ratsimp(mm[1,2])))=1;
eq3:factor(imagpart(trigsimp(mm[2,1])))=1;
eq4:trigsimp(mm[2,2])=0;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
tmp:gcd(lhs(eq2), lhs(eq3), lhs(eq1));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
tmp2:lhs(eq2)/tmp;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
tmp3:lhs(eq3)/tmp;
/* [wxMaxima: input end ] */

```

```

/* [wxMaxima: input start ] */
tmp4:factor(tmp2-tmp3)=0;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
eq1a: factor(ratsimp(num(lhs(eq1)))) = 0;
eq2a: factor(tmp4);
eq3a: factor(ratsimp(-num(lhs(eq3)) + denom(lhs(eq3)))) = 0;
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
factor(eliminate([eq1a,eq2a,eq3a],[z1]));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
solve(z3^2+2*z2*z3-t^2*z2^2,z2);
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
factor(eliminate([eq1a,eq2a,eq3a],[z2]));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
sz3:ratsimp(solve(t*z1^2*z3-sqrt(t^2+1)*z1*z3+t*z3-t^3*z1^3+t*z1,z3));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
sz3a:ratsimp(solve((t^2*z1^4*z3^2+t^2*z1^2*z3^2-z1^2*z3^2+t^2*z3^2-2*t^4*z1^5*z3-2*t^4*z1^3*z3+2*t^2*z1^3*z3+2*t^2*z1*z3+t^6*z1^6-2*t^4*z1^4+t^2*z1^2),z3));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
factor(eliminate([eq1a,eq2a,eq3a],[z3]));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
sz2:ratsimp(solve(t*sqrt(t^2+1)*z2+t^2*z1^2-1,z2));
/* [wxMaxima: input end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
saz2a:ratsimp(solve((t^4*z2^2+t^2*z2^2-t^4*z1^4+2*t^2*z1^2-1),z2));
/* [wxMaxima: input end ] */

```



## ANEXO 3- ALGORITMO DO OCTAVE UTILIZADO PARA A ABORDAGEM COMPUTACIONAL

```

global k
k = 2.663;
do
  x0 = unifrnd(0.6, 2.5, 4, 1);
  x0(1) = unifrnd(0.1, 1.5, 1);

  x1 = fsolve(@solve2, x0);
  z1 = x1(2);
  z2 = x1(3);
  z3 = x1(4);
  t3 = tan(x1(1));
  t1 = -(z1*sqrt((z2.^4+(-z1.^4-
1)*z2.^2+z1.^4)*z3.^4+(2*t3.^2*z1.^2*z2.^4+2*t3.^2*z1.^4*z2.^2)*z3.^2+t3.^4*z1.^4*z
2.^4)-(-t3*z1.^3-t3*z1)*z2.^2*z3)/((z2.^2-z1.^4)*z3.^2-t3.^2*z1.^4*z2.^2);
  t2 = -((t1.^2-1)*z1*z2*z3.^2+2*t1*t3*z1.^2*z2*z3)/((t1*z2.^2+t1*z1.^2)*z3.^2+(1-
t1.^2)*t3*z1*z2.^2*z3-t1*t3.^2*z1.^2*z2.^2);
  theta1 = atan(t1);
  theta2 = atan(t2);
until ((!iscomplex(x1)) & (x1 > 0.2) & (x1 < 2.2) & (!iscomplex(theta1)) &
(!iscomplex(theta2)) & (theta1 > 0.1) & (theta1 < 1) & (theta2 < 1) & (theta2 > 0.1))
x1
theta1
theta2

```

A função acima chama outra função, denominada solve2, que é dada a seguir:

```

function y = solve2 (x)
#
#
#
global k;
y = zeros(3,1);
theta3 =x(1);
z1 = x(2);
z2 = x(3);
z3 = x(4);
t3 = tan(theta3);
t3k = tan(k*theta3);
t1 = -(z1*sqrt((z2.^4+(-z1.^4-
1)*z2.^2+z1.^4)*z3.^4+(2*t3.^2*z1.^2*z2.^4+2*t3.^2*z1.^4*z2.^2)*z3.^2+t3.^4*z1.^4*z
2.^4)-(-t3*z1.^3-t3*z1)*z2.^2*z3)/((z2.^2-z1.^4)*z3.^2-t3.^2*z1.^4*z2.^2);
t1k = tan(k*atan(t1));

```

$$t2 = -((t1.^2-1)*z1*z2*z3.^2+2*t1*t3*z1.^2*z2*z3)/((t1*z2.^2+t1*z1.^2)*z3^2+(1-t1.^2)*t3*z1*z2.^2*z3-t1*t3.^2*z1.^2*z2.^2);$$

$$t2k = \tan(k*\operatorname{atan}(t2));$$

$$y(1) = t1k*t2k*z2.^2*z3.^2+t1k.^2*z1*z2*z3.^2-z1*z2*z3.^2+t1k*t2k*z1.^2*z3.^2-t1k.^2*t2k*t3k*z1*z2.^2*z3+t2k*t3k*z1*z2.^2*z3+2*t1k*t3k*z1.^2*z2*z3-t1k*t2k*t3k.^2*z1.^2*z2.^2;$$

$$y(2) = t2k*z1.^2*z2.^2*z3.^2+t1k.^2*t2k*z2.^2*z3.^2+2*t1k*z1.^3*z2*z3.^2-2*t1k*z1*z2*z3.^2-t1k.^2*t2k*z1.^4*z3.^2-t2k*z1.^2*z3.^2-2*t1k*t2k*t3k*z1.^3*z2.^2*z3+2*t1k*t2k*t3k*z1*z2.^2*z3-2*t1k.^2*t3k*z1.^4*z2*z3-2*t3k*z1.^2*z2*z3+t1k.^2*t2k*t3k.^2*z1.^4*z2.^2+t2k*t3k.^2*z1.^2*z2.^2;$$

$$y(3)=t1k.^2*t2k*\operatorname{sqrt}(t2k.^2+1)*z2.^2*z3.^2+t1k.^2*t2k.^2*z1.^2*z2*z3.^2+t2k.^2*z1.^2*z2*z3.^2+t1k.^2*z1.^2*z2*z3.^2+z1.^2*z2*z3.^2-2*t1k*\operatorname{sqrt}(t2k.^2+1)*z1*z2*z3.^2-t2k*\operatorname{sqrt}(t2.^2+1)*z1.^2*z3.^2+2*t1k*t2k*\operatorname{sqrt}(t2k.^2+1)*t3k*z1*z2.^2*z3-2*\operatorname{sqrt}(t2k.^2+1)*t3k*z1.^2*z2*z3+t2k*\operatorname{sqrt}(t2k.^2+1)*t3k.^2*z1.^2*z2.^2;$$

endfunction

## REFERÊNCIAS

- [1] K.-Y. Lin and S.-S. Liao, "A miniaturized parallel-coupled microstrip filter using over-coupled and stages with symmetrical tapped-line structure," *Microwave and Optical Technology Letters*, 50(9):2271-2274, 2008.
- [2] Paulo N. S Filho, Alexandre Bezearra, Antonio J. de Souza, Belfort, and Marcos T. de Melo. "Coupled Microstrip Compline Filters," *International jornal of RF and Microwave computer-Aided Engineering*, 17:110-114, 2007.
- [3] Alexandre Bezearra, Marcio F.A. de Souza, Fábio R. L. Silva, Bruno G. Oliveira, and Marcos T. de Melo. "GSM Open Loop Duplexer Filter with Internal Stubs," *Microwave and Optical Technology Letters*, 50:2422-2426, 2008.
- [4] Hermano Cabral, Saulo Gonçalves, and Marcos T. de Melo. "A Diplexer for UMTS Applications," In *Proceedings of the IMOC 2009*, pages 215-217, Belem, Brazil, 2009.
- [5] D. M. Pozar, *Microwave engineering* J. Wiley, 2012.
- [6] Lin-Sheng Wu, Bin Xia, Wen-Yan Yin, and Junfa Mao, "Collaborative Design of a New Dual-Bandpass 180 Hybrid Coupler" *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 61, No. 3, March 2013.
- [7] Feng Lin, Qing-Xin Chu and Zhe Lin "A Novel Tri-Band Branch-Line Coupler With Three Controllable Operating Frequencies" *IEEE Microwave And Wireless Components Letters*, Vol. 20, No. 12, December 2010.
- [8] Hualiang Zhang and Kevin J. Chen, "A Stub Tapped Branch-Line Coupler for Dual-Band Operations" *IEEE Microwave And Wireless Components Letters*, Vol. 17, No. 2, February 2007.
- [9] Chao-Hsiung Tseng and Hsiang-Ju Chen, "Compact Rat-Race Coupler Using Shunt-Stub-Based Artificial Transmission Lines" *IEEE Microwave And Wireless Components Letters*, Vol. 18, No. 11, November 2008.
- [10] Kuo-Sheng Chin, Ken-Min Lin, Yen-Hsiu Wei, Tzu-Hao Tseng, and Yu-Jie Yang, "Compact Dual-Band Branch-Line and Rat-Race Couplers With Stepped-Impedance- Stub Lines" *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 58, No. 5, May 2010.
- [11] Kimberley W. Eccleston and Sebastian H. M. Ong, "Compact Planar Microstripline Branch-Line and Rat-Race Couplers" *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 51, No. 10, October 2003

- [12] Bayaner Arigong, Jin Shao, Mi Zhou, Han Ren, Jun Ding, Qianli Mu, Yang Li, Song Fu, Hyoungsoo Kim, and Hualiang Zhang, "An Improved Design of Dual-Band 3 dB 180° Directional Coupler" *Progress In Electromagnetics Research C*, Vol. 56, 153–162, 2015.
- [13] Kwok-Keung M. Cheng and Fai-Leung Wong "A Novel Approach to the Design and Implementation of Dual-Band Compact Planar 90 Branch-Line Coupler" *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 52, No. 11, November 2004.
- [14] Ching-Luh Hsu, Jen-Tsai Kuo and Chin-Wei Chang, "Miniaturized Dual-Band Hybrid Couplers With Arbitrary Power Division Ratios" *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 57, No. 1, January 2009.
- [15] N. Zheng, L. Zhou, and W.-Y. Yin, "A Novel Dual-Band  $\Pi$ -Shaped Branch-Line Coupler With Stepped-Impedance Stubs" *Progress In Electromagnetics Research Letters*, Vol. 25, 11-20, 2011.
- [16] Yu Cao, Jincai Wen, Hui Hong, and Jun Liu, "Design of Planar Dual-Band Branch-Line Coupler with  $\pi$ -Shaped Coupled Lines", *Progress In Electromagnetics Research Letters*, Vol. 55, 113–120, 2015.
- [17] J. S. Hong and M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, J. Wiley, 2001.
- [18] R. E. Collin, *Foundations for microwave engineering*, IEEE Press, 1992.
- [19] R. E. Collin, *Engenharia de microondas*, Guanabara Dois, 1979.
- [20] S. B. Cohn and R. Levy, "History of Microwave Passive Components with Particular Attention to Directional Couplers," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 32, no. 9, pp. 1046-1054, Sept. 1984.
- [21] O'Neill, Naval Air Warfare Center Weapons Dvn, U S Naval Air Systems Command, *Electronic Warfare and Radar Systems Engineering Handbook*, 1997.
- [22] R. Mongia, I. J. Bahl, P. Bhartia, and J. Hong, *RF and microwave coupled-line circuits* Artech House, 2007.
- [23] J. Reed and G. J. Wheeler, "A Method of Analysis of Symmetrical Four-Port Networks," *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-4, 1956.
- [24] J. Bahl, P. Bhartia, *Microwave Solid State Circuit Design* J. Wiley, 2003.
- [25] Hua Wang, Bihua Tang, Yongle Wu, Cuiping Yu, and Yuanan Liu, "A Novel Dual-Band Balanced Power Amplifier Using Branch-Line Couplers with Four Arbitrary Terminated Resistances", *Progress In Electromagnetics Research C*, Vol. 60, 67–74, 2015.
- [26] C.A. Balanis, and P.I. Ioannides, *Introduction to Smart Antennas* Morgan & Claypool Publishers, 2007.

- [27] J. Butler and R. Lowe, "Beam-forming matrix simplifies design of electronically scanned antennas," *Electron. Des.*, vol. 9, no. 8, pp. 1730–1733, Apr. 1961.
- [28] R. J. Mailloux, *Phased array antenna handbook* Artech House, 2005.