

TESE DE MESTRADO

UMA TÉCNICA DE MODELAGEM POR REDES DE PETRI
VOLTADA A AUTOMAÇÃO DA MANUFATURA

TOMAZ DE CARVALHO BARROS

COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CIDADE UNIVERSITÁRIA

RECIFE - BRASIL

- 1990 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS

UMA TÉCNICA DE MODELAGEM POR REDES DE PETRI
VOLTADA A AUTOMAÇÃO DA MANUFATURA

POR

TOMAZ DE CARVALHO BARROS

Tese apresentada à Coordenação
de Pós- Graduação em Engenharia
Elétrica do Centro de Tecnologia da
Universidade Federal de Pernambuco,
em 26 de Outubro de 1990, como parte
dos requisitos para obtenção do
título de Mestre em Engenharia
Elétrica.

Orientador: Prof. David Simonetti Barbalho

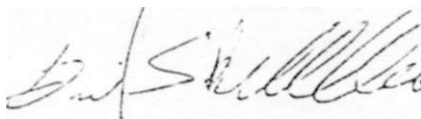
SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS
COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE TESE
DE MESTRADO DE TOMAZ DE CARVALHO BARROS.

TITULO: "UMA TÉCNICA DE MODELAGEM POR REDES DE PETRI VOLTA
DA A AUTOMAÇÃO DA MANUFATURA"

A Comissão Examinadora composta pelos professores:
David Simonetti Barbalho, DES/UFPE, Mauro Rodrigues dos Santos ,
DES/UFPE e João Batista Bezerra, DEE/UFRN, sob a presidência do
primeiro, consideram o candidato Tomaz de Carvalho Barros APROVA
DO COM DISTINÇÃO.

Recife, 26 de outubro de 1990



DAVID SIMONETTI BARBALHO

MAURO RODRIGUES DOS SANTOS

JOÃO BATISTA BEZERRA

V

à minha esposa

JUSSARA

e aos meus filhos

MAXWELL

MARCONI

MAYARA

AGRADECIMENTOS

Ao Chefe do Departamento de Eletrônica e Sistemas, Prof. RICARDO M. CAMPELLO DE SOUZA, pelo incentivo, apoio e amizade.

A meu orientador, Prof. DAVID SIMONETTI BARBALHO, pela amizade, ensinamentos e sobretudo competência na orientação deste trabalho.

Ao Prof. ANGELO PERKUSICH e esposa MARIA LÍGIA B. PERKUSICH, pelo incentivo, amizade e sobretudo pela contribuição na realização deste trabalho.

Aos integrantes da banca:

Prof. J030 BATISTA BEZERRA (DEE/UFRN);

Prof. DAVID SIMONETTI BARBALHO (DES/UFPE);

Prof. MAURO RODRIGUES DOS SANTOS (DES/UFPE);

e aos suplentes .-

Profi. MÁRCIA DE BARROS CORREIA (DI/UFPE);

Prof. ANGELO PERKUSICH (DES/UFPE);

pelo honroso comparecimento, críticas e sugestões.

A Coordenação do Mestrado, em especial ao Prof. MAURO RODRIGUES DOS SANTOS pela amizade e dedicação.

Aos Professores do Mestrado pelos valiosos ensinamentos,
e amizade.

Aos colegas do Mestrado: ÉVIO, MARIO, FREDY (in memoriam),
MIRTES e FERNANDA pela amizade e incentivo.

A Secretaria do Departamento de Eletrônica e Sistemas e
todas aquelas pessoas que indiretamente - contribuíram para a
realização deste trabalho.

Agradeço a minha esposa JUSSARA e aos meus filhos MAXWELL,
MARCONI e MAYARA pelo amor, carinho e compreensão.

Agradeço a meus pais ROQUE (in memoriam) e NÚBIA, pelo
incentivo, amor e dedicação.

Finalmente, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento do
Pessoal de Ensino Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de
Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico (CNPq) pelo apoio
financeiro.

RESUMO

Este trabalho utiliza as Redes de Petri como ferramenta para modelar, validar e implementar o comando, a nível de coordenação, dos Sistemas Flexíveis da Manufatura (FMS). Para ressaltar a metodologia proposta, emprega-se um sistema de transporte do tipo metrô, que corresponde a um sub-sistema particularmente complexo no que se refere aos problemas de sincronização encontrados nos FMS. A técnica de modelagem é baseada em um procedimento estruturado e sistemático do tipo "concatenação de elementos de baixo nível" ("bottom up"). O sistema de transporte escolhido é descrito por suas especificações funcionais na forma de regras operacionais, que definem as restrições impostas aos percursos (elementos de baixo nível) que formam o sistema como um todo. A validação das especificações funcionais é baseada nas técnicas de análise dos invariantes de lugar e de transição das sub-redes obtidas. Desta forma, este procedimento orienta a construção das sub-redes para que sejam executadas corretamente as funções de comando, isto segundo as regras operacionais dos percursos a que elas estejam associadas. Finalmente, é apresentada a implementação deste nível de comando, onde se empregam técnicas de Inteligência Artificial.

ABSTRACT

In this work we use the Petri Nets approach to model, validate and implement a command from the Flexible Manufacturing Systems (FMS), at a coordination level. The model is applied for describing a subway transportation system, which is known to be a rather complex sub-system with respect to synchronization problems found in the FMS; and the modeling technique is based on systematic procedure from bottom up. The subway transportation system is described in terms of functional specifications in the form of operational rules, the latter being used to set restrictions to the paths forming the system as a whole. Validation of the functional specifications is obtained from the simultaneous analysis of invariants of the resulting sub-nets. In this way, the procedure is directed into building the sub-nets for obtaining the correct execution of the command functions, by taking into account the operational rules of the paths to which they are associated. Finally, a coordination level command is implemented, by using artificial intelligence techniques.

CONTEÚDO

CAPITULO 1

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Apresentação	4

CAPITULO

2. UMA INTRODUÇÃO AS REDES DE PETRI	7
2.1. As Redes de Petri e a Teoria Bag	7
2.1.1. Estrutura e Gráfico	8
2.1.2. Marcação e Regras de Execução	12
2.1.3. Mudanças de Estados	17
2.2. As Redes de Petri e a Teoria Matricial	20
2.2.1. A Equação Fundamental	21
2.2.2. Um Exemplo	22
2.3. Sinopse	23

CAPITULO 3

3. OS INVARIANTES DAS REDES DE PETRI	25
3.1. Os Invariantes	25
3.2. Fusão de Elementos	26
3.3. Uma Técnica de Modelagem	28
3.4. Considerações sobre as Propriedades	34

CAPITULO ^

4. DESCRIÇÃO DO SISTEMA PROPOSTO.....	AS
4-1. O Sistema de Transporte.....	
4.2. Seções.....	48
4.3. Vias.....	49
4.4. Conexão.....	50
4.5. Um trecho do Sistema.....	52

C A P I T U L O S

5. MODELAGEM E VALIDAÇÃO DAS ESPECIFICAÇÕES FUNCIONAIS.....	54
5.1. Percursos Unidirecionais.....	55
5.1.1. Seção Simples.....	55
5.1.2. Seção com Duas Entradas.....	56
5.1.3. Seção com Duas Saidas.....	58
5.2. Percursos Bidirecionais.....	59
5.2.1. Via Normal.....	59
5.2.2. Via Bifurcada.....	62
5.2.3. Via em "Y".....	63
5.2.4. Via Terminal.....	66
5.2.5. Conexão.....	68
5.3. O Modelo Global do Comando.....	72

CAPITULOe>

6. IMPLEMENTAÇÃO	76
6.1. Redes de Petri e os Sistemas de Produção	76
6.2. O Motor de Inferência	77
6.3. Aplicação ao Sistema de Transporte	85

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	91
---------------------------------	----

REFERENCIAS	94
-------------------	----

A P Ê N D I C E S

A. OBTENÇÃO DOS INVARIANTES DO MODELO DAS SEÇÕES	97
A.1. Seção Múltipla	97
A.1.1. Invariantes de Lugar	98
A.1.2. Invariantes de Transição	100
A.2. Seção Simples	102
A.2.1. Invariantes de Lugar	103
A.2.2. Invariantes de Transição	103
A.3. Seção com Duas Entradas	103
A.3.1. Invariantes de Lugar	103
A.3.2. Invariantes de Transição	104
A.4. Seção com Duas Saldas	104
A.4.1. Invariantes de Lugar	104
A.4.2. Invariantes de Transição	104

":FMoT.' ' J!'•' •~.\'ir/.'> DO KODI:Í,O D*Í' VJA?	ícs
. . . ::. -rijnte.- de Irinsiçã:	106
.	107
::5n:rr o-, i.vj.-1-r	107
. . . . 1 ; : iir.^os ũ_ 7:	107
B.3. Via en "Y".	108
E . 7 . 1 . In-.^-iir:-:^- d: ^rür	109
7-7.7.. Invüi i a mes- d- : ansiciic	111
B.4. Via Terminal	112
7.^.1. lr.\ ; i:- ^.zrar	112
B.4 . 7 . IriVâriani-jr Ge Transição.	113
C OBTENÇÃO DOS INVARIANTES DO MODELO DA CONEXÃO.	114
C 1 . Conexão.	114
C.1.2. Invariantes: Qt Transição.	114

transição fundida

$$I_p \cdot C = 0 \rightarrow I_p \cdot \begin{array}{c|ccccc} & Ed & Ad & s & Ae & Se \\ \hline & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ & 0 & 0 & C & 1 & -1 \\ & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \begin{array}{l} Md \\ Pd \\ Ld \\ C \\ Me \\ Pe \\ Ce \end{array}$$

lugares

onde C é a matriz de incidência. Resolvendo este sistema, tem-se:

$$\begin{array}{ccccccc} Md & Pd & LD & c & Me & Pe & Ce & \leftarrow \text{lugares} \\ Ipa = [& 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 &] \\ Ipb = [& 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 &] \\ Ipc = [& 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 &]. \end{array}$$

\

--<---lugares fundidos

B.4.2. Invariantes de Transição

De forma semelhante, os invariantes de transição são soluções do sistema de equações lineares do tipo $C \cdot I \ll T = 0$ (ver definição 3.1). Resolvendo este sistema, tem-se: '

$$I_t a = \begin{array}{c|ccccc} & Ed & Ad & S & Ae & Se & \leftarrow \text{transições} \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array} .$$

\

-<--- transição fundida

Observa-se que estes invariantes não foram obtidos diretamente por justaposição e concatenação, uma vez que esta rede é formada simultaneamente pela fusão de lugares e transições.

C. OBTENÇÃO DOS INVARIANTES DO MODELO DA CONEXÃO

Este apêndice é dedicado à obtenção dos invariantes de lugar e transição do modelo da Conexão. A obtenção tem por base os invariantes do modelo das Seções obtidos no apêndice A deste trabalho.

C 1 . Conexão

O modelo da conexão (ver figura 5.7) é formado por composição, a partir do modelo de duas Seções com Duas Entradas R2 e R3, mais o modelo de duas Seções Simples RI e RA, pela fusão dos seguintes lugares:

- . Cel com Ce3 com Ld1 obtendo-se o lugar C1;
- . Lei com Cdl obtendo-se o lugar LI;
- . Cd2 com Cd3 com Le2 obtendo-se o lugar C2;
- . Ld2 com Ce2 obtendo-se o lugar L2.

A obtenção dos invariantes do modelo da Conexão segue os seguintes passos:

- 1) Obter os invariantes de lugar e transição da rede parcial Ri que resulta da composição das redes RI e R2, pela fusão dos seguintes lugares:
 - . Cel cora Ld1 obtendo-se o lugar Ci;
 - . Lei com Cdl obtendo-se o lugar LI.

- . 2) Obter os invariantes de lugar e transição da rede parcial R_j que resulta da composição das redes R_3 e R_4 , pela fusão dos seguintes lugares:
 - . Cd_2 com Le_2 obtendo-se o lugar C_j ;
 - . Ld_2 com Ce_2 obtendo-se o lugar L_2 .

- . 3) Obter os invariantes de lugar e transição da rede global (modelo da conexão) que resulta da composição das redes R_i e R_j , pela fusão dos seguintes lugares:
 - . C_i com Ce_3 obtendo-se o lugar C_1 ;
 - . Cd_3 com C_j obtendo-se o lugar C_2 .

C.1.1. Invariantes de Lugar

Considera-se os invariantes de lugar do modelo de cada Seção. São eles.-

. Sub-rede R_1 :

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Mel} & \text{Pel} & \text{Lei} & \text{Cel} & \leftarrow \text{lugares de } R_1 & \rightarrow \\
 \text{Ip}_0 = 1 & [& 1 & 1 & 1 & 0 &] \\
 \text{Ip}_1 = & [& 1 & 0 & 0 & 1 &] \\
 \text{Ip}_{\ll} = 1 & [& 0 & 0 & 0 & 0 &] . \\
 & & & \backslash & \backslash & & \\
 & & & \text{-----} & \text{<--lugares fundidos} & &
 \end{array}$$

. Sub-rede R_2 :

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{Cd}_1 & \text{Ld}_1 & \text{Md}_1 & \text{Cd}_3 & \text{Md}_3 & \text{PD}_1 & \\
 \text{Ip}_2 = & [& 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 &] \\
 \text{Ip}_3 = & [& 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 &] \\
 \text{Ip}_4 = & [& d & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 &] . \\
 & & & \backslash & \backslash & & & & \\
 & & & \text{-----} & \text{<--lugares fundidos} & & & &
 \end{array}$$

. Sub-rede R3:

$$\begin{array}{cccccc}
 & \text{Ce2} & \text{Le2} & \text{Me2} & \text{Ce3} & \text{Me3} & \text{Pe2} & \leftarrow \text{lugares de R3} \\
 \text{Ip5} = & [& 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0] \\
 \text{Ip6} = & [& 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0] \\
 \text{Ip7} = & [& 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1] \\
 & & \backslash & & \backslash & & & \\
 & & & & & & & \text{-----} \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

. Sub-rede RA:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Ip8} = & \begin{array}{ccc} \text{Md2} & \text{Pd2} & \text{Ld2} \\ \text{c} & \text{1} & \text{1} \end{array} & \begin{array}{ccc} \text{Cd2} & & \\ & \text{1} & \\ & & \text{0} \end{array} & \leftarrow \text{lugares de R4} \\
 \text{Ip9} = & [& 1 & 0 & 0 & 1] \\
 \text{Ip}^* = & [& 0 & 0 & 0 & 0] . \\
 & & & & \backslash & \backslash \\
 & & & & & \text{-----} \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

. Passo 1) Obtenção dos invariantes de lugar da rede Ri.

Aplicando a notação da eq.3.9 e a equação 3.8d, ao invariante Ip3, tem-se:

$$J[\text{Ip}^*, \text{Ip3}] = \text{Ip1}.$$

Nota-se que, pela eq.3.8d, a justaposição de Ip3 é equivalente à justaposição deste invariante com o vetor nulo

Da mesma forma, aplicando a eq.3.8b aos demais invariantes de RI e R2, tem-se:

$$\begin{array}{l}
 J[\text{Ip0}, \text{Ip2}] = \text{Ipj} \\
 J[\text{Ip1}, \text{Ip4}] = \text{Ipk},
 \end{array}$$

onde,

$$\begin{array}{cccccccc}
 & \text{Mel} & \text{Pel} & \text{LI} & \text{Ci} & \text{Md1} & \text{Cd3} & \text{Md3} & \text{Pdl} & < \\
 \text{Ipi} = & \text{c o} & 0 & 0 & \text{d} & 0 & 1 & 1 & 0 &] \\
 \text{Ipj} = & [1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \text{e} & 0 & 0 &] \\
 \text{Ipk} = & [1 & 0 & 0 & \text{í} & 1 & 0 & 1 & 1 &] \bullet \\
 & & & & & & & & & \backslash \\
 & & & & & & & & & \text{---} < \text{--lugares fundidos} \\
 & & & & & & & & & & \text{com a rede Rj}
 \end{array}$$

. Passo 2) Obtenção dos invariantes de lugar da rede Rj.

Analogamente, aplicando as equações 3.8d e 3.8b aos invariantes de R3 e R4, tem-se:

$$\begin{array}{l}
 J[\text{Ip}\ll, \text{Ip6}] = \text{Ipw} \quad (\text{pela eq 3.8d}) \\
 J[\text{Ip8}, \text{Ip5}] = \text{Ipu} \\
 J[\text{Ip9}, \text{Ip7}] = \text{Ipv},
 \end{array}$$

onde,

$$\begin{array}{cccccccc}
 & \text{Md2} & \text{Pd2} & \text{L2} & \text{Cj} & \text{Me2} & \text{Ce3} & \text{Me3} & \text{Pe2} & < \\
 \text{Ipw} = & [\text{o} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 &] \\
 \text{Ipu} = & [1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 &] \\
 \text{Ipv} = & [1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 &] \bullet \\
 & & & & & & & & & \backslash \\
 & & & & & & & & & \text{---} < \text{--lugares fundidos} \\
 & & & & & & & & & & \text{com a rede Ri}
 \end{array}$$

. Passo 3) Obtenção dos invariantes de lugar da rede global.

Aplicando a notação da eq.3.9 e as equações 3.8f, aos invariantes Ipj e Ipu , tem-se:

$$J[\text{Ipj}, \text{Ipu}] = \text{Ipa} \text{ e } \text{Ipb}.$$

De forma semelhante, aplicando agora a eq.3.8b aos

demais invariantes de R_i e R_j , encontra-se:

$$J[I_{pi}, I_{pv}] = I_{pc}$$

$$J[I_{pk}, I_{pw}] = I_{pd},$$

onde,

	lugares da rede global													
	Me1	Pe1	LI	Md1	Md3	Pd1	C1	C2	Md2	Pd2	L2	Me2	Me3	Pe2
$I_{pa} =$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$I_{pb} =$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
$I_{pc} =$	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1
$I_{pd} =$	1	0	0	1	1	1	1	1				0	1	0

\ <--lugares fundidos

C1.2. Invariantes de transição

Aplicando as eq.3.4 aos invariantes de transição do modelo de cada Seção, tem-se:

. Sub-rede R1:

$$E_{e1} A_{e1} S_{e1} \leftrightarrow E_1 \text{ ---transições de R1}$$

$$I_{t1} = [1 \quad 1 \quad 1] = [V_1] .$$

. Sub-rede R2 .-

$$E_{d1} A_{d1} E_{d2} A_{d3} S_{d1} \leftrightarrow E_2 \text{ ---transições de R2}$$

$$I_{t2} = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1] = [V_2]$$

$$I_{t3} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1] = [V_3] .$$

. Sub-rede R3 .-

$$E_{e1} \ A_{e3} \ E_{e2} \ A_{e2} \ S_{e2} \ \leftrightarrow \ E_3 \ \leftarrow \text{transi\c{c}oes de R3}$$

$$I_{t4} = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] * [V_4]$$

$$I_{t5} = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] = [V_5] .$$

. Sub-rede R4:

$$E_{d2} \ A_{d2} \ S_{d2} \ \leftrightarrow \ E_4 \ \leftarrow \text{transi\c{c}oes de R4}$$

$$I_{t6} = [1 \ 1 \ 1] = [V_6] .$$

. Passo 1) Obten\c{c}ao dos invariantes de transi\c{c}ao da rede R_i.

Aplicando as eq.3.5 aos invariantes de R₁ e R₂, tem-se:

$$E_1 \ E_2 \ \leftarrow \text{transi\c{c}oes de R}_i$$

$$I_{t1} = [V_1 \ 0 \ J]$$

$$I_{t2} = [0 \ V_2]$$

$$I_{t3} = [0 \ V_3]$$

onde,

$$E_{e1} \ A_{e1} \ S_{e1} \ E_{d1} \ A_{d1} \ E_{d2} \ A_{d3} \ S_{d1} \ \leftrightarrow \ E_i \ \leftarrow \text{de R}_i$$

$$I_{t1} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] = [V_i \ J]$$

$$I_{t2} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] = [V_j \ 3]$$

$$I_{t3} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] = [V_k \] .$$

Passo 2) Obten\c{c}ao dos invariantes de transi\c{c}ao da rede R_j.

Aplicando as eq.3.5 aos invariantes de R₃ e R₄, tem-se

$$E_3 \ E_4 \ \leftarrow \text{transi\c{c}oes de R}_j$$

$$I_{t4} = [V_4 \ 0 \ 3]$$

$$I_{t5} = [V_5 \ 0]$$

$$I_{t6} = [0 \ V_6 \ 3] ,$$

onde,

$$\begin{array}{l}
 \text{Ee1 Ae3 Ee2 Ae2 Se2 Ed2 Ad2 Sd2} \leftrightarrow \text{Ej} \leftarrow \text{transi\c{c}oes de Rj} \\
 \text{Itw} = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] = [\text{Vw}] \\
 \text{Itu} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] = [\text{Vu}] \\
 \text{Itv} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1] = [\text{Vv}]
 \end{array}$$

. Passo 3) Obten\c{c}o dos invariantes de transi\c{c}o da rede global.

Aplicando as eq.3.5 aos invariantes de Ri e Rj, tem-se:

$$\begin{array}{l}
 \text{Ei Ej} \leftarrow \text{transi\c{c}oes da rede global} \\
 \text{Ita} = [\text{Vi} \quad 0] \\
 \text{Ita} = [\text{Vj} \quad 0] \\
 \text{Itc} = [\text{Vk} \quad 0] \\
 \text{It d} = [0 \quad \text{Vw}] \\
 \text{It e} = [0 \quad \text{Vu}] \\
 \text{It f} = [0 \quad \text{Vv}].
 \end{array}$$

Portanto, os invariantes de transi\c{c}o do modelo da conex\c{a}o s\c{a}o:

$$\begin{array}{l}
 \text{transi\c{c}oes da rede global} \\
 / \\
 \begin{array}{cccccccccccc}
 & \text{Ae1} & \text{Ee1} & \text{Ee2} & \text{Ee3} & \text{Ee4} & \text{Ee5} & \text{Ee6} & \text{Ee7} & \text{Ee8} & \text{Ee9} & \text{Ee10} & \text{Ee11} & \text{Ee12} \\
 \text{Ee1} & \text{Se1} & \text{Ad1} & \text{Ad2} & \text{Ad3} & \text{Sd1} & \text{Ae3} & \text{Ae2} & \text{Ee2} & \text{Se2} & \text{Ad2} & \text{Sd2} & & \\
 \text{Ita} = [& 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\
 \text{Itb} = [& 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\
 \text{Itc} = [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\
 \text{It d} = [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0] \\
 \text{It e} = [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0] \\
 \text{It f} = [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1]
 \end{array}
 \end{array}$$

1. INTRODUÇÃO

O projeto e a implementação do comando dos Sistemas Flexíveis da Manufatura (FMS) é realmente uma tarefa muito difícil e complexa. Para facilitar a execução desta tarefa é usual decompor o comando destes sistemas em cinco níveis de abstração, apresentados em [v'ALL 85]. A figura abaixo ilustra esta decomposição.

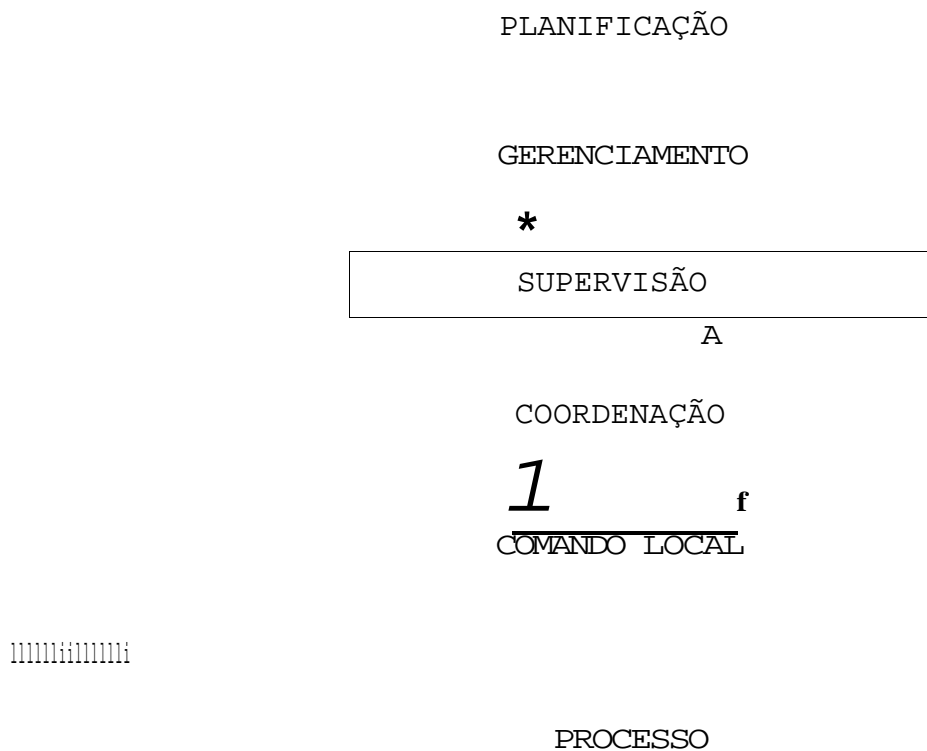


figura 1.1: Níveis hierárquicos de comando dos sistemas FMS

É evidente que, a cerrets funcionalidade do comando global do sistema dependerá da interação cios estes níveis, sendo mais critica nos três últimos iveis (Supervisão. Coordenação e Comando Local) devido as exigências de operação em tempo real. O nível de Comando Local tem c função o controle dos dispositivos ligados diretamente ao processo, por atuadores e sensores, tais como as máquinas ferramentas, esteiras, robôs, etc. O nível de coordenação tem como função a alocação de recursos ou seja, assegurar o correto comportamento de um conjunto de operações, concorrentes ou paralelas, associadas ao processo. O nível de supervisão toma decisões cada vez que, por exemplo, uma máquina ou um dispositivo de transporte seja liberado no final de cada uma destas operações. Estas decisões são baseadas em planejamentos definidos pelos dois níveis mais elevados de comando e armazenadas em base de dados. Estes níveis possuem funções de controle específicas que são associadas ao planejamento e gerenciamento de linhas de produção ou montagem. Estes dois níveis não levam em conta exigências de tempo real.

Devido à complexidade inerente a cada um dos níveis de comando existentes, seria impraticável reunir em um só trabalho a apreciação de todos eles. Aqui será abordado apenas o nível de coordenação do comando de um sistema complexo e este será modelado e validado pelo ferramental das Redes de Petri.

1.1. Objetivos

Os principais objetivos deste trabalho Eão:

. A proposição de uma técnica de modelagem sistemática e

estruturada por Redes de Petri do nível de coordenação
comando de sistemas complexos;

. A validação no modelo global de todas as especificações
funcionais do sistema;

A implementação e operacionalização da Rede de Petri obtida.

O sistema utilizado para ilustrar e comprovar a metodologia proposta é um sistema de transporte de trens do tipo metrô, caracterizado por partes ou percursos básicos bidirecionais do tipo via e conexão. As vias e conexões são formadas por percursos elementares unidirecionais, comuns a todo sistema de transporte inerente aos Sistemas Flexíveis da Manufatura, e que são chamados de seções [BARB 89].

No caso dos sistemas de transporte formados apenas por percursos unidirecionais, é habitual decompor estes tipos de sistemas em partes chamadas seções e células. Este procedimento já foi considerado em outros trabalhos [VALE 85]. Entretanto, será abordado aqui um sistema de transporte mais complexo formado totalmente por partes ou percursos bidirecionais.

O procedimento de modelagem estruturado por Redes de Petri é do tipo "bottom up" [BARB 87], [VALE 85] ou seja, da composição conveniente das sub-redes que descrevem os percursos elementares serão obtidas as sub-redes para os percursos básicos bidirecionais e, a partir destas, a rede global que modela aquele nível do comando.

Vale salientar que o nível de coordenação deste comando

deve ser modelado levando-se em conta as especificações funcionais do sistema. Estas especificações funcionais são traduzidas na forma de regras operacionais as quais descrevem as restrições impostas a cada percurso do sistema. Estas regras devem ser obedecidas a todo instante pelo tráfego de trens para evitar colisões, independentemente dos itinerários escolhidos pelas decisões dos níveis superiores de comando. Do fato anterior, será de grande importância a validação do modelo global, contemplando todas estas regras operacionais, a fim de assegurar a correta operacionalização deste nível de comando. A validação é baseada na análise dos invariantes de todas as sub-redes que modelam o mecanismo de coordenação correspondendo a cada seção e aos demais percursos bidirecionais do sistema.

No que diz respeito à implementação, o modelo global deste nível de comando, pode ser implementado através de recursos de hardware, firmware ou software [BARB 87], [COUR 80], [COUR 83]. Entretanto, devido aos recursos ora disponíveis, será apresentado aqui apenas a implementação por software, empregando-se técnicas de Inteligência Artificial (IA).

1.2. Apresentação

Este trabalho é, na verdade, o resultado de vários esforços no sentido de mostrar, ao longo de seus capítulos, como alcançar o objetivo proposto. Cada capítulo está elaborado de forma gradual e detalhada, a fim de enfatizar todos aqueles pontos que serão relevantes para o correto entendimento dos capítulos seguintes. Todo assunto, dividido em seis capítulos e

três apêndices, está distribuído da seguinte forma:

No Capítulo 2 apresentam-se os conceitos básicos das Redes de Petri. Estes conceitos básicos são pré-requisitos para o estudo dos invariantes de lugar e de transição apresentados no capítulo seguinte. Será visto que as Redes de Petri podem ser definidas sob o ponto de vista da teoria bag ou matricial [PETE SI].

No Capítulo 3 apresentam-se os invariantes de lugar e de transição para as Redes de Petri [MURA 88], [VALE 85]. Mostra-se que os invariantes de uma Rede de Petri R , formada por composição a partir de duas sub-redes R' e R'' , podem ser obtidos diretamente dos invariantes destas sub-redes por justaposição e/ou concatenação [BARB 87]. A composição será feita através da fusão de elementos do tipo lugar e/ou elementos do tipo transição. No final do capítulo serão aplicados os resultados obtidos (Propriedades) através de exemplos ilustrativos.

No Capítulo 4 apresenta-se o sistema proposto, ou seja, o sistema de transporte de trens do tipo metrô. Deve-se ressaltar que a configuração deste sistema utilizará somente cinco tipos de estruturas elementares a serem caracterizadas como vias e/ou conexão [BARB 89]. Entretanto, independentemente do grau de complexidade de qualquer tipo novo de estrutura, este sempre poderá ser formado a partir de elementos ainda mais simples, as seções. Portanto, o procedimento estruturado a ser apresentado servirá, seguramente, para formar outras configurações desejáveis.

No Capítulo 5 apresentam-se os modelos de Redes de Petri (sub-redes) que descrevem os mecanismos de coordenação das vias e da conexão. Apresenta-se também a validação das especificações funcionais das seções, vias e da conexão que formam este sistema, através da análise dos invariantes das sub-redes correspondentes. No final deste capítulo será visto como obter o modelo global do nível de coordenação do comando considerado [BARB 89].

No Capítulo 6 será exemplificada a implementação por software do nível de coordenação do comando para um pequeno trecho do sistema de transporte. O procedimento utiliza técnicas de Inteligência Artificial (IA). Especificamente sistemas baseados em conhecimento, representado por regras de produção. Além dos propósitos de implementação, este capítulo objetiva mostrar a viabilidade do emprego das técnicas de IA aplicadas a modelos de sistemas especificados sob forma de Redes de Petri [FIGU 90], [PERK 90], [SAHR 87].

Na conclusão citam-se algumas perspectivas de trabalhos futuros. Nos Apêndices mostram-se, com detalhes, os procedimentos de obtenção dos invariantes de lugar e de transição do modelo dos componentes elementares do sistema global.

2. UMA INTRODUÇÃO AS REDES DE PETRI

Os conceitos básicos apresentados neste capítulo, são pré requisitos para o estudo dos invariantes de lugar e de transição abordados no capítulo seguinte. Será visto que as Redes de Petri (RdP) podem ser definidas sob os pontos de vista da teoria bag [PETE 81] ou de uma estruturação matricial [BRAN 83].

2.1. As Redes de Petri e a Teoria Bag

A teoria Bag é uma extensão natural da teoria dos conjuntos. Da mesma forma que os conjuntos, um Bag é uma coleção de elementos sobre um certo domínio. Ao contrário dos conjuntos, um Bag permite a múltipla ocorrência de elementos. Por exemplo, seja o domínio $D = \{a, b, c, d\}$ e os seguintes Bags:

$$B1 = \{a, a, b, c\}$$

$$B2 = \{a, b, c\}.$$

O Bag B1 é diferente do Bag B2, pois o elemento "a" ocorre duas vezes em B1 e apenas uma vez em B2.

Dado um elemento "x" e um Bag B, tal que $x \in B$. O número de ocorrências de "x" em B é denotado por $\#[x, B]$. Se restringimos o número de elementos em um Bag, de forma que

$$0 < \#[x, B] < 1,$$

para todo $x \in B$, resulta na teoria dos conjuntos.

2.1.1. Estrutura e Gráfico

A estrutura de uma RdP é definido por seus lugares, suas transições, sua função de entrada e sua função de saída.

Definição 2.1 A estrutura de uma Rede de Petri R é a quádupla $R = \langle P, T; I, O \rangle$;

onde,

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ é um conjunto finito de lugares, $m > 0$;

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ é um conjunto finito de transições, $n > 0$;

$I : T \rightarrow P$ é a função de entrada que associa transições a um bag formado por lugares de entrada;

$O : T \rightarrow P$ é a função de saída que associa transições a um bag formado por lugares de saída.

Da definição 2.1, deduz-se que:

. Um lugar p é um lugar de entrada da transição t se $p \in I(t)$.

. Um lugar p é um lugar de saída da transição t se $p \in O(t)$.

Desde que, $I(t)$ e $O(t)$ são bags de entrada e saída respectivamente, o número de vezes que um lugar de entrada ocorre no bag $I(t)$ é denotado por.-

$$\#[p, I(t)] \quad \text{eq.2.1}$$

da mesma forma, o número de vezes que um lugar de saída ocorre no bag $O(t)$ é denotado por:

$$\#[p, O(t)] \quad \text{eq.2.2}$$

A figura 2.1 mostra a estrutura de uma RdP, onde

$$\begin{aligned}
 P &= \langle P, T; I, 0 \rangle \\
 P &= \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\} \\
 T &= \{t_1, t_2, t_3, t_4\} \\
 K(t_1) &= \{p_1, p_2, p_6\} & O(t_1) &= \{p_1, p_2, p_6\} \\
 I(t_2) &= \{p_2\} & O(t_2) &= \{p_3, p_5\} \\
 K(t_3) &= \{p_3\} & O(t_3) &= \{p_4, p_4, p_6, p_6\} \\
 I(t_4) &= \{p_6\} & O(t_4) &= \{p_5\}
 \end{aligned}$$

figura 2.1: Estrutura de uma RdP.

Observa-se que, um lugar pode ser simultaneamente lugar de entrada e saída de uma mesma transição, bem como lugar de entrada e saída de transições diferentes. Veja, por exemplo, o lugar p_6 , que tem multiplicidade (número de ocorrência de um elemento dentro de um bag) igual a 2 no bag de saída $O(t_3)$. Assim, pela eq.2.2 tem-se:

$$\#[p_6, O(t_3)] = 2$$

e multiplicidade igual a 1 no bag de entrada $I(t_1)$. Portanto, pela eq. 2.1 tem-se:

$$\#[p_6, K(t_1)] = 1.$$

A maior parte da teoria está baseada na definição 2.1 mostrada acima. Entretanto, uma representação gráfica da estrutura de uma RdF é muito importante porque torna visível todos os conceitos estudados na teoria. Um gráfico de uma RdP é simplesmente a representação de sua estrutura na forma gráfica. Este gráfico é formado por círculos, os quais correspondem aos lugares na estrutura R da rede, e por barras, as quais correspondem às transições. O mapeamento entre lugares e transições no gráfico é feito através de arcos direcionados, com alguns arcos dirigidos de transições para lugares e outros dirigidos de lugares para transições. São adotadas as seguintes convenções:

. Se p é um lugar de entrada da transição t então, $p \in I(t)$;



. Se p é um lugar de saída da transição t então, $p \in O(t)$;

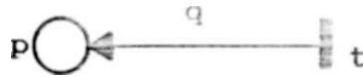


A multiplicidade de um lugar é representada por vários arcos direcionados no gráfico da RdP. Desta forma,

. Se $\# [p, I(t)] = q$, então



. Se $\# [p, O(t)] = q$, então



onde, q representa a quantidade de arcos direcionados.

Do exposto acima, deduz-se que o gráfico da estrutura R , mostrada na figura 2.1 é o seguinte:

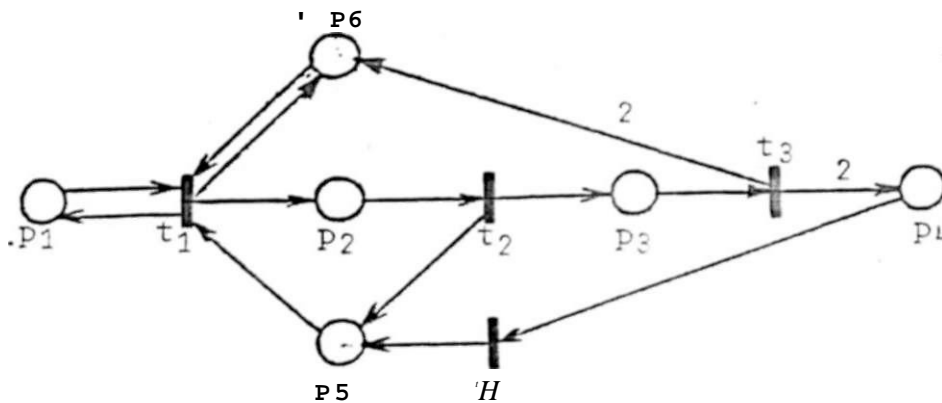


figura 2.2: Gráfico da RdP da figura 2.1.

A partir dos exemplos dados nas figuras 2.1 e 2.2, é fácil de ver que, dada a estrutura R de uma RdP, é possível obter seu gráfico equivalente e vice-versa. Nota-se que, o gráfico de uma RdP pode ser visto como um conjunto que pode ser particionado em dois conjuntos disjuntos, ou seja, um conjunto de lugares, P , e outro conjunto de transições, T , com $P \cap T = \emptyset$.

Pela inversão funcional entre os elementos de P e T podem ser construídas RdP cujas estruturas resultantes mostram entre si, a troca de posição entre lugares e transições. A partir destas observações foi introduzido o conceito de dualidade em

elementos do conjunto dos números naturais, isto é; $M : P \rightarrow N$.

Pode-se também definir a marcação d^{\wedge} uma R de um vetor coluna de dimensão "m", ou seja,

$$M = \begin{matrix} u_1 & p_1 \\ \vdots & \vdots \\ u_m & p_m \end{matrix}$$

onde, "m" é igual ao número de lugares da rede, e cada u_i e N . Cada componente u_i do vetor define o número de fichas no lugar p_i correspondente àquela componente. A partir destas definições, denota-se que o número de fichas de um lugar é:

$$M(p_i) = u_i \quad \text{eq.2.3}$$

As fichas no gráfico de um RdP, são representadas por pequenos pontos "." dentro dos círculos que representam os lugares da rede. O número de fichas que se pode atribuir a cada lugar pode ser ilimitado. Portanto, o número de marcações de uma RdP pode ser também ilimitado. A figura 2.4 mostra o gráfico de uma RdP marcada. Para este exemplo a marcação é:

$$M = \begin{matrix} 1 & | & p_1 \\ 1 & | & p_2 \\ 0 & | & p_3 \\ 0 & | & p_4 \\ 1 & | & p_5 \\ 2 & | & p_6 \end{matrix}$$

Neste ponto, pode-se definir uma RdP marcac.-. seguinte forma:

Definição 2.3 Uma RdP marcada, denotada $R_m = \langle R; Mo \rangle$, é uma RdP de estrutura $R = \langle P, T; I, 0 \rangle$ e uma marcação Mo . Era outras palavras, é a rede $R_m = \langle P, T; I, 0, Mo \rangle$.

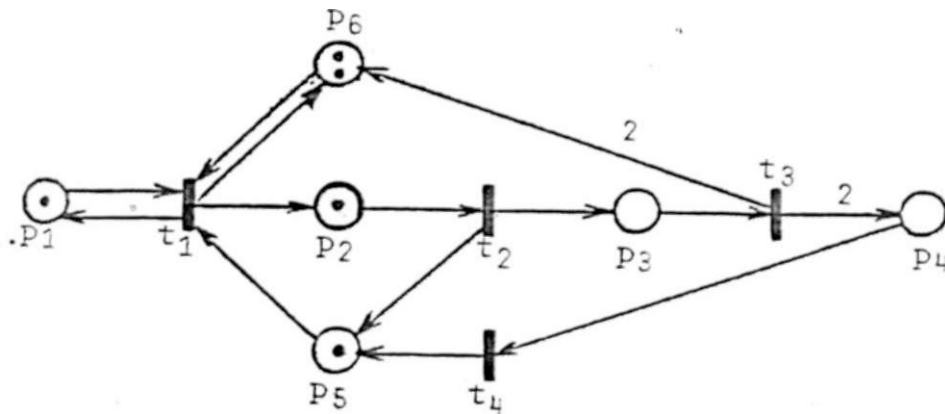


figura 2.4: RdP marcada.

Quando a quantidade de fichas é grande dentro de cada círculo, a convenção, neste caso, é escrever dentro dos círculos um número inteiro positivo que representa aquela quantidade. Este fato é mostrado na figura 2.5 para uma RdP cuja marcação é:

17	p1
15	p2
10	p3
20	p4

A execução de um RdP é controlada pela quantidade e distribuição de fichas em cada lugar da rede. A execução da rede é obtida pelo disparo de transições. O disparo de uma transição

remove fichas de seus lugares de entrada e cria novas fichas, das quais são distribuídas em todos lugares de saída desta transição. A nova quantidade de fichas na rede, dependerá da multiplicidade dos arcos de cada lugar de entrada e de saída da transição. Por outro lado, uma transição somente pode disparar se ela estiver habilitada. Uma transição está habilitada se cada um de seus lugares de entrada contiver uma quantidade de fichas pelo menos igual ao número de arcos direcionados destes lugares para a transição.

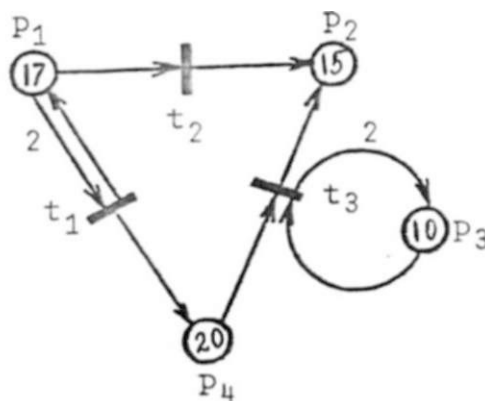


figura 2.5: RdP com grande marcação.

As fichas que habilitam uma transição são chamadas de fichas habilitadoras. Por exemplo, a transição t_1 da RdP da figura 2.5 está habilitada porque é necessário pelo menos duas fichas no lugar p_1 para habilitar t_1 , e este contém 17 fichas.

Definição 2.4 Uma transição $t \in T$ em uma Rede de Petri marcada $R_m = \langle R; M_0 \rangle$, está habilitada se, para todo $p \in P$, tem-se:

$$M_0(p) \geq \sum [p, I(t)]$$

Considere a figura 2.6a, onde a transição t está habilitada. O disparo desta transição removerá uma ficha de cada lugar de entrada p_1 e p_2 , e uma ficha será depositada no lugar de saída p_3 e duas no lugar de saída p_4 , visto que p_4 tem multiplicidade dois (ver figura 2.6b).

Definição 2.5 Uma transição t e T em uma Rede de Petri marcada $R_m = \langle R; M_0 \rangle$ pode ser disparada sempre que ela estiver habilitada. O disparo de t resulta em uma nova marcação M , dada por :

$$M(p) = M_0(p) - \#[p, K t] + \#[p, O(t)]$$



(a) RdP antes do disparo de t .

(b) RdP após o disparo de t .

figura 2.6: Disparo da transição t .

Como um outro exemplo, considera-se novamente a RdP marcada da figura 2.4. De acordo com as regras de execução, somente as transições t_1 e t_2 estão habilitadas para o disparo. Se t_1 e t_2 disparam nesta sequência, resultará nas marcações ilustradas conforme figuras 2.7a e 2.7b.

As regras de execução de uma RdP, são aplicadas sempre que existir transições habilitadas. Assim, a cada disparo de uma

transição, resultará e nova marcação da rede. Diz-se que uma RdP alcançou uma marcação estável se nenhuma transição pode ser disparada, seja porque ela não esteja sensibilizada, seja porque o evento, ao qual ela esteja associada, não se verifique.

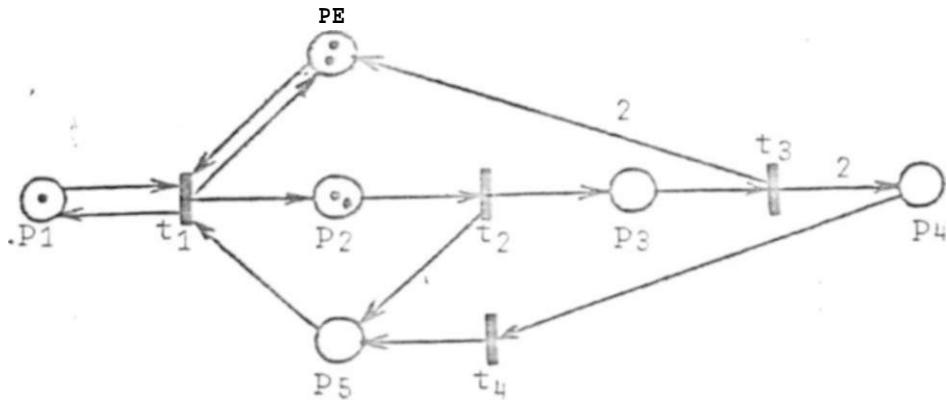


figura 2.7a: RdP após o disparo de t_1 .

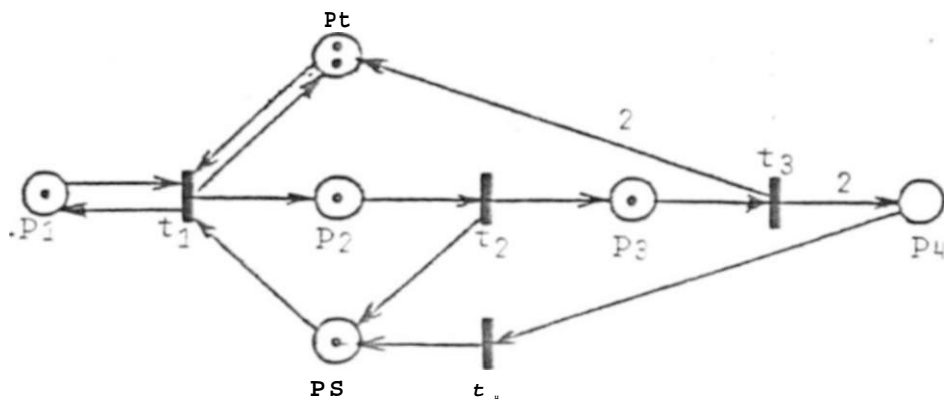


figura 2.7b: RdP após o disparo de t_2 .

2.1.3. Mudanças de Estados

O estado de uma RdP é definido por sua marcação. O

disparo de uma transição resulta em mudança na sua marcação, portanto, em seu estado. A função δ , denotada função de próximo estado, define as mudanças de estados de uma P.dP. Em outras palavras, esta função, quando aplicada a uma marcação inicial M_0 e a uma transição t , gera uma nova marcação M , que resulta do disparo da transição t na marcação inicial M_0 . Se t não está habilitada, então esta função não é definida, caso contrário, se t está habilitada, então $\delta(M_0, t) = M$, onde M corresponde à nova marcação da rede.

Definição 2.6 A função δ , para uma RdP marcada $R_m = \langle R; M_0 \rangle$, é definida se, e somente se,

$$M_0(p) > \#[p, I(t)]$$

para todo $p \in P$ e $t \in T$. Se $\delta(M_0, t)$ é definida, então $\delta(M_0, t) = M$ onde

$$M(p) = M_0(p) - \#[p, I(t)] + \#[p, O(t)]$$

para todo $p \in P$ e $t \in T$.

Dados uma Rede de Petri e uma marcação inicial M_0 , o disparo da transição t_{j_0} em M_0 resulta uma nova marcação M_1 , onde $M_1 = \delta(M_0, t_{j_0})$. O disparo da transição t_{j_1} em M_1 , resulta em $M_2 = \delta(M_1, t_{j_1})$. Este procedimento pode continuar até que seja alcançada uma marcação em que nenhuma transição esteja habilitada. Neste ponto, a função δ é indefinida e a execução da RdP deve parar (estado estável). Observa-se que duas seqüências são obtidas a partir da execução de uma RdP: uma seqüência de marcações ($M_1, M_2, M_3, \dots, M_i, \dots$) e outra de disparos de

transições $o = (t_{j0}, t_{j1}, t_{j2}, \dots, t_{jk}, \dots)$. Estas duas seqüências estão relacionadas por:

$$M_{\leftarrow i} = \hat{O}(M, t_{j,k}) \quad \text{eq.2.4}$$

para $k = 0, 1, 2, \dots$ e "j" é qualquer inteiro tal que $1 < j < n$, isto é, representa o índice da transição disparada.

Tem-se que t_{jk} corresponde à transição t_j que dispara na $(k+1)$ -ésima ordem dentro da seqüência a . Portanto, o primeiro índice "j" indica a transição, enquanto que o segundo índice "k" a ordem de disparo. Em outras palavras, uma dada seqüência c pode ser formada de transições distintas ou repetidas. Como exemplo, considera-se a seqüência $o = (t_1, t_4, t_3, t_2, t_2, t_4, \dots)$. Usando a notação acima tem-se:

$$o = (t_{10}, t_{41}, t_{32}, t_{23}, t_{24}, t_{45}, \dots)$$

logo, t_{10} é a transição t_1 que dispara na primeira ordem, t_{41} é a transição t_4 que dispara na segunda ordem, t_{32} é a transição t_3 que dispara na terceira ordem, e assim por diante. Pode-se estender o conceito da função \hat{O} , associando-se a marcação inicial M_0 e a seqüência de disparos de transições $o = (t_{j0}, \dots, t_{jk})$, à nova marcação M da seguinte forma:

$$M = \hat{O}(M_0, a) = \hat{O}(M_0, t_{j0}, t_{j1}, \dots, t_{jk}) \quad \text{eq.2.5}$$

A marcação final M é então o resultado do disparo de t_{j0} , depois t_{j1} e assim por diante, até o disparo de t_{jk} . Nota-se que, $\hat{O}(M_0, a) = M$ somente é definida, se cada transição está habilitada para o disparo na ordem determinada pela seqüência o .

$$M_0 > C^- \cdot s(t_j)^T. \quad \text{eq.2.6}$$

O resultado do disparo de t_j na marcação inicial M_0 é a nova marcação $M = \delta(M_0, t_j)$, onde, de acordo com a definição 2.6 e a equação 2.6, tem-se:

$$\begin{aligned} M = \delta(M_0, t_j) &= M_0 - C^- \cdot s(t_j)^T + C^* \cdot s(t_j)^T \\ &= M_0 + (C^* - C^-) \cdot s(t_j)^T \end{aligned} \quad \text{eq.2.7}$$

logo,

$$M = \delta(M_0, t_j) = M_0 + C \cdot s(t_j)^T \quad \text{eq.2.8}$$

onde, a matriz

$$C = C^* - C^- \quad \text{eq.2.9}$$

é conhecida como a matriz de incidência de uma RdP.

2.2.1. A Equação Fundamental

Considerando a seqüência $\alpha = (t_{j0}, t_{j1}, t_{j2}, \dots, t_{jk})$, e aplicando agora a eq.2.8, sucessivamente, para o disparo de cada transição na seqüência α , tem-se.-

$$M = \delta(M_0, \alpha) = M_0 + C \cdot \{s(t_{j0})^T + s(t_{j1})^T + \dots + s(t_{jk})^T\}$$

ou

$$M = \delta(M_0, \alpha) = M_0 + Cs, \quad \text{eq.2.10}$$

onde o vetor $s = s(t_{j0})^T + s(t_{j1})^T + \dots + s(t_{jk})^T$ é chamado vetor disparo ou vetor característico da seqüência α , e suas componentes representam o número de vezes que cada transição dispara na seqüência α . A equação 2.10 é a equação fundamental

das Redes de Petri.

2.2.2. Um Exem]

Para exemplificar a aplicação da eq.2.10, considera-se a RdP marcada da figura 2.8.

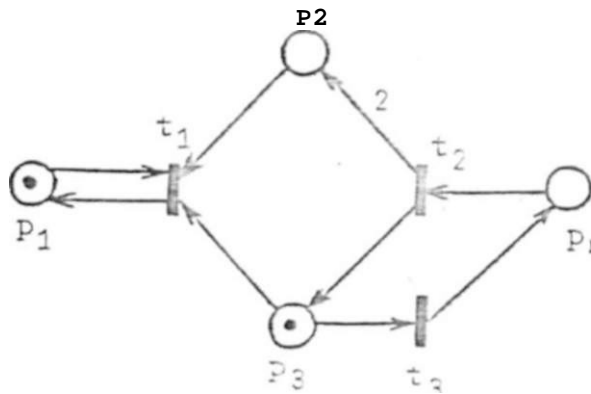


figura 2.8: RdP do exemplo.

As matrizes $C\sim$ e C^* daquela RdP são:

$$\begin{array}{ccc|c}
 t1 & t2 & t3 & \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & p1 \\
 1 & 2 & 0 & P2 \\
 1 & 0 & 1 & P3 \\
 0 & 1 & 0 & p4
 \end{array}
 \quad + \quad
 \begin{array}{ccc|c}
 t1 & t2 & t3 & \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & p1 \\
 0 & 2 & 0 & P2 \\
 0 & 1 & 0 & P3 \\
 0 & 0 & 1 & p4
 \end{array}$$

Portanto, conforme eq.2.9, a matriz de incidência desta RdP é

$$\begin{array}{ccc|c}
 t1 & t2 & t3 & \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & p1 \\
 -1 & +2 & 0 & P2 \\
 -1 & +1 & -1 & P3 \\
 0 & -1 & +1 & p4
 \end{array}$$

representação é definida através de funções, enquanto que a segunda por matrizes. Os conhecimentos aqui apresentados serão relevantes para o desenvolvimento dos demais capitulos, principalmente do próximo, quando serão abordados os invariantes de lugar e de transição no contexto das Redes de Petri.

invariante de transição de R se, e somente se, $C \cdot IJ = 0$.

Em outras palavras, um invariante de transição é definido por um vetor de dimensão igual ao número de transições da rede, onde cada componente indica o número de vezes que a transição correspondente deve ser disparada. Cada invariante associa um conjunto de transições cuja seqüência de disparos não modifica a marcação da rede (veja eq.2.10 com $M = M_0$).

Definição 3.2 Um vetor lugar $I_p : F \rightarrow Z$ é dito um invariante de lugar de R se, e somente se, $I_p \cdot C = 0$.

Em outras palavras, um invariante de lugar é definido por um vetor de dimensão igual ao número de lugares da rede, onde cada componente associa um peso a um lugar. Estes pesos definem a ponderação a ser feita para que a soma das fichas contidas nos lugares seja uma constante, isto independentemente dos disparos das transições. Desta forma, tem-se:

$$p_1 \quad p_i \quad p_m \leftarrow \text{lugares de R}$$

$$I_p = [a_1, \dots, a_i, \dots, a_m],$$

onde I_p é um invariante de lugar de R. Então,

$$a_1 \cdot M(p_1) + \dots + a_i \cdot M(p_i) + \dots + a_m \cdot M(p_m) = K, \quad \text{eq.3.1}$$

onde K é uma constante que é determinada pela marcação inicial da rede.

3.2. Fusão de Elementos

Um elemento de uma Rede de Petri será considerado aqui

TO um lugar ou uma transição. A técnica de fundir elementos do tipo, quer sejam lugares quer sejam transições, possibilita, de forma sistemática e estruturada, a construção de redes de grande dimensão. As figuras 3.1a e 3.1b ilustram esta técnica, quando aplicada a duas sub-redes R' e R'' .

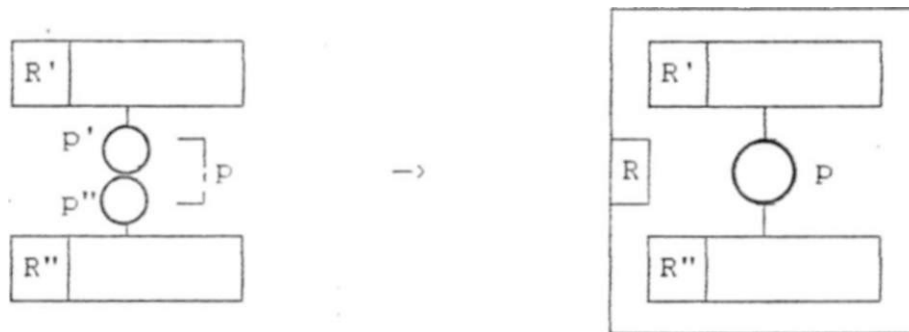


figura 3.1a: Rede R formada pela fusão de lugares.

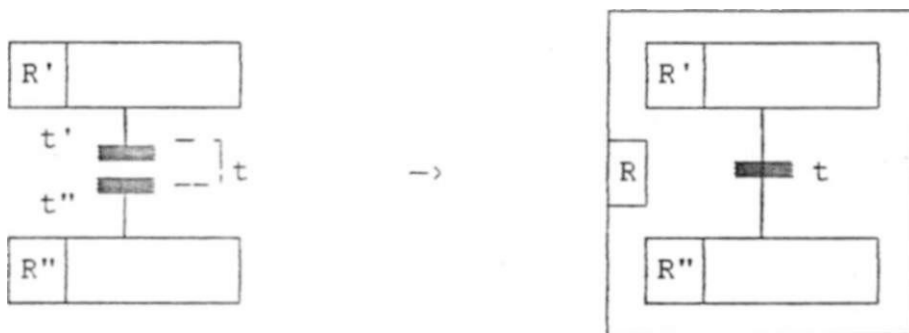


figura 3.1b: Rede R formada pela fusão de transições.

Os arcos tracejados nestas figuras indicam quais os elementos do mesmo tipo, pertencentes às sub-redes R' e R'' que estão envolvidos no processo de fusão. Considerando esta notação, a figura 3.1a mostra a fusão de elementos do tipo lugar, enquanto que a figura 3.1b a fusão de elementos do tipo transição. Nota-se que os elementos do mesmo tipo desaparecem na fusão, dando origem

primeiros lugares de R". Então a matriz de incidência C da rede global R toma a seguinte forma, conforme mostra a figura abaixo.

$$\begin{matrix}
 \mathbf{v}_1 \dots \dots \dots \mathbf{v}_m & \mathbf{t}_1 & \dots & \mathbf{t}_m \\
 C(1,1) \dots \dots \dots C(m,n') & & & \mathbf{P}^1 \\
 \\
 C(1',1) \dots \dots \dots C(i-k,n') & & & \\
 C(i-k+1,1) \dots \dots \dots C(i-k+1,n') & \mathbf{C}^-(i,k) & \dots & \mathbf{C}^-(i,n') & \mathbf{P}^V - \mathbf{b}_1 & \mathbf{P}^1 \\
 \\
 C^-(i,1) \dots \dots \dots C^-(i,n') & \mathbf{C}^-(k,1) & \dots & \mathbf{C}^-(k,n') & \mathbf{P}^V - \mathbf{b}_k & \mathbf{P}^1 \\
 \\
 & \mathbf{C}^-(k+1,1) & \dots & \mathbf{C}^-(k+1,n') & & \\
 \\
 & & & \mathbf{C}^-(i',1) & \dots & \mathbf{C}^-(i',n') & \mathbf{P}^V
 \end{matrix}$$

figura 3.2: Matriz C de uma rede R obtida pela fusão de k lugares de R' e R".

Como os invariantes de transição da rede R são dados pela solução das equações $C \cdot I^* = 0$, logo este sistema pode ser analisado da seguinte forma:

- $$C(j,1) \cdot B_i + \dots + C(j,n') \cdot \mathbf{3A}^- = 0$$

onde $j = 1, 2, \dots, m' - k$ eq.3.2a

- $$[C^-(m'-k+j,1) \cdot \mathbf{3i} + \dots + C^-(m'-k+j,n') \cdot \mathbf{BA}^- - \mathbf{3} + [C^-(j,1) \cdot \mathbf{3} + \dots + C^-(j,n') \cdot \mathbf{0}^{\wedge}] = 0$$

onde $j = 1, 2, \dots, k$ eq.3.2b

- $$C^-(j,1) \cdot \mathbf{Pi}' + \dots + C^-(j,n') \cdot \mathbf{0}^{\wedge} = 0$$

onde $j = (k+1), \dots, m''$. eq.3.2c

Nota-se que os invariantes de transição de R', são

soluções das equações 3.2a e 3.2b, bastando para isso que os valores das incógnitas $(\alpha^1, \dots, \alpha^n)$ sejam todos nulos. Da mesma forma, os invariantes de transição de R'' , são soluções das equações 3.2c e 3.2b caso os valores das incógnitas $(\beta^1, \dots, \beta^n)$ sejam todos nulos. Isto quer dizer que, todos os invariantes de transição de R' e de R'' estão presentes, respectivamente, nos invariantes de transição de R da forma

$$(\beta^1 \alpha^1, \dots, \beta^n \alpha^n, 0, \dots, 0)$$

n'' zéros

$$(0, \dots, 0, \beta^1 \alpha^1, \beta^2 \alpha^2, \dots, \beta^n \alpha^n).$$

n zeros

Estes, são obtidos, evidentemente, pela concatenação dos invariantes de R' e R'' com vetores nulos com dimensão e posicionamento adequados à construção de R , implícita em "C" da figura 3.2. Eventualmente, outros invariantes de transição existem para R , que têm a forma

e são soluções das eq.3.2.

Considerando o caso dos invariantes de lugar que são obtidos pela solução da equação $I_p.C = 0$, tem-se:

$$\sum_{i=1}^{m'} C^d(i, j) \cdot a_i + \dots + C^d(m', j) \cdot a_{m'} = 0,$$

onde $j = 1, 2, \dots, n'$. eq.3.3a

$$\sum_{i=1}^{m''} C''(i, j) \cdot a_i + \dots + C''(m'', j) \cdot a_{m''} = 0,$$

onde $j = 1, 2, \dots, n''$. eq.3.3b

onde $j = 1, 2, \dots, k$.

eq.3.3c

Nestes três grupos de equações, o primeiro (eq.3.3a) contém um número de equações igual ao número de transições de R' , o segundo (eq.3.3b) ao número de transições de R'' e o terceiro (eq.3.3c) às $2k$ incógnitas correspondendo aqueles lugares fundidos que intervêm em todas as equações. Observa-se que as equações 3.3a e 3.3b são verificadas se, e somente se, as condições impostas pelas eq.3.3c forem verdadeiras, isto é, se todos os valores das $2k$ incógnitas associados aos lugares fundidos forem idênticos dois a dois. De acordo com os valores destas incógnitas tem-se dois casos a considerar.-

1) $a_j = 0$ ou $a_j \neq 0$, para todo $j = 1, 2, \dots, k$

Neste caso, todos os invariantes de lugar de R' e de R'' são, respectivamente da forma

$$(a_i \ a_i \ \dots \ 0 \ \dots \ 0)$$

"k zeros

$$\langle 0 \ \dots \ 0 \ a^x \ \dots \ a' \rangle$$

- I
k zeros

Assim, os invariantes de lugar de R serão da forma

$$\langle \langle J \ a_i \ \dots \ \langle f \cdot - \ , \underline{\quad} \ \underline{\quad} \ \langle 2^* \rangle \ \langle Z^{**} \ \dots \ a \rangle \rangle \rangle$$

k zeros

obtidos pela justaposição dos invariantes de lugar de R' e R''

. 2) $a^{.-K^j} = Q_j \neq 0$, p ra todo $j = 1, 2, \dots, k$

Se o valor c_s pelo menos uma dessas incógnitas não   nulo, então   necessário encontrar pelo menos um invariante de lugar de R' e pelo menos um outro de R'' para os quais estas $2k$ incógnitas sejam idênticas duas a duas, para se construir um invariante de lugar de R por justaposi o dos invariantes de lugar de R' e R'' .

Em ambos os casos, o sistema de equa es fornece os invariantes de lugar da rede R , obtidos por justaposi o dos invariantes de R' com os invariantes de R'' . Se não for encontrado um invariante de R' e outro de R'' que satisfaçam   eq.3.3c, então estes invariantes desaparecem na rede global R .

Devido   dualidade existente entre os elementos de tipos diferentes de uma Rede de Petri, ou seja, entre lugares e transi es, o ato de fundir elementos do mesmo tipo de duas redes R' e R'' , resultando na rede R , conduz   seguintes considera es e propriedades abaixo:

• Considera es:

- . O **elemento dual**, na fusão de elementos do tipo transi o   considerado **lugar** da rede;
- . O **elemento dual**, na fusão de elementos do tipo lugar   considerado **transi o** da rede;

» Propriedades:

Propriedade_E1: Todos os invariantes de elemento dual de R' e de

R'' são invariantes de elemento dual de R , estes são obtidos por concatenação. Eventualmente novos invariantes de elemento dual podem aparecer para R .

Propriedade_E2: Todos os invariantes de elemento de R' e R'' , para os quais os valores das "k" incógnitas associadas aos elementos fundidos são zero, serão invariantes de elemento de R . Estes são obtidos por justaposição.

Propriedade_E3.- Se existe um invariante de elemento de R' e um invariante de elemento de R'' tal que os pesos associados aos elementos fundidos sejam idênticos dois a dois, então a justaposição destes invariantes é um invariante de R (a Propriedade_E2 é de fato um caso particular).

Propriedade_E4: Todo invariante de elemento de R resulta da justaposição de um invariante de elemento de R' com um invariante de elemento de R'' pela Propriedade_E2 ou Propriedade_E3. Eventualmente invariantes de R' e R'' podem desaparecer na rede global R .

Estas propriedades são válidas sempre que uma Rede de Petri R é formada por composição, a partir de duas sub-redes R^* e P'' , somente pela fusão de lugares ou de transições. Entretanto, se R é formada, simultaneamente pela fusão de lugar e transição, pode-se avaliar sua matriz de incidência C e aplicar as definições 3.1 e 3.2 para obter todos seus invariantes.

3.4. Considerações sobre as Propriedades

. Propriedade_El.

Para evidenciar o emprego desta propriedade, considere a rede R do parágrafo 3.3 e os seguintes casos:

. R é formada pela fusão de lugar: -->Elemento dual = transição.

A Propriedade_El aqui garante que todos os invariantes de transição de R' e de R" são invariantes de transição de R, estes são obtidos por concatenação. Eventualmente novos invariantes de transição podem aparecer para R.

. R é formada pela fusão de transição: -->Elemento dual = lugar.

Da mesma forma, a Propriedade_El assegura que todos os invariantes de lugar de R' e de R" são invariantes de lugar de R, estes são obtidos por concatenação. Eventualmente novos invariantes de lugar podem aparecer para R.

Em outras palavras esta propriedade afirma que: Na fusão de elementos, todos os invariantes de elemento dual de duas sub-redes são conservados na nova rede, isto é na rede global.

Vê-se que em ambos os casos, os invariantes de elemento dual de R foram obtidos por concatenação, a partir dos invariantes de elemento dual de cada sub-rede R' e R".

Considerando agora dois invariantes de elemento dual representados da seguinte forma:

Sub-rede R':

$$I' = \begin{bmatrix} E' & \text{---} \text{elementos duais de R'} \\ & V' \end{bmatrix} \quad \text{eq.3.4a}$$

nesta notação, V representa todos os valores de II que estão associados ao conjunto de elementos duais E' de R';

. Sub-rede R":

$$I'' = \begin{bmatrix} E'' & \text{---} \text{elementos duais de R''} \\ & V'' \end{bmatrix} \quad \text{eq.3.4b}$$

da mesma forma, V'' representa todos os valores de 1^ que estão associados ao conjunto dos elementos duais E'' de R''.

Se a rede R é formada pela fusão de lugares, então E' e E'' representam transições, caso contrário, representam lugares de cada sub-rede. Pela Propriedade_E1, pode-se obter agora facilmente os invariantes de elemento dual de R, basta fazer a concatenação de cada um destes invariantes.

A concatenação de 1^, resulta em um invariante da rede R, que tem a seguinte forma:

$$I' = \begin{bmatrix} E' & E'' & \text{---} \text{elementos duais de R} \\ & V & 0 \end{bmatrix} \quad \text{eq.3.5a}$$

analogamente, a concatenação de 1^ é o invariante

$$I'' = \begin{bmatrix} E' & E'' & \text{---} \text{elementos duais de R} \\ & 0 & V'' \end{bmatrix}. \quad \text{eq.3.5b}$$

Observa-se que a forma dos invariantes nas equações 3.5 deriva simplesmente do resultado da análise das equações 3.2 do parágrafo anterior.

Exemplo 3.1 Sejam os seguintes invariantes de transição pertencentes a duas sub-redes R_i e R_j :

. Sub-rede R_i :

$t_a t_b t_c$ <—transições de R_i

$$I t 1 = [1 \ 0 \ 1]$$

$$I t 2 = [1 \ 2 \ 1]$$

. Sub-rede R_j :

$t_x t_y t_z$ <—transições de R_j

$$I t 3 = [1 \ 1 \ 1] .$$

Seja R_x uma Rede de Petri formada a partir de R_i e R_j pela fusão de lugares. Será visto como obter os invariantes de transição da rede R_x . Dado que R_x é formada pela fusão de lugares, então, pela Propriedade_E1, todos os invariantes de transição de R_x são obtidos por concatenação, a partir dos invariantes de transição de R_i e R_j . Usando a notação das eq.3.4, tem-se:

. Para R_i .-

$t_a t_b t_c$ <--> E_i <—transições de R_i

$$I t 1 = [1 \ 0 \ 1] = [V_1]$$

$$I t 2 = [1 \ 2 \ 1] = [V_2]$$

. Para R_j :

$t_x t_y t_z$ <--> E_j <—transições de R_j

$$I t 3 = [1 \ 1 \ 1] = [V_3]$$

Empregando agora as eq.3.5, obtém-se todos os invariantes de transição de R_x , são eles:

$$\begin{array}{l}
 E_i \quad E_i \quad \langle \text{---} \rangle \quad t_a \quad t_b \quad t_c \quad t_x \quad t_y \quad t_z \quad \langle \text{---} \rangle \text{transi\c{c}oes de } R_x \\
 I_{t_a} = [V \ 1 \ 0] = [1 \ 0 \quad 1 \ 0 \ 0 \ \ddot{u}] \\
 I_{t_b} = [V_2 \quad 0] = [1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \\
 I_{t_c} = [0 \ V_3] = \mathbf{C} \ [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ \mathbf{1}]
 \end{array}$$

Observa-se que todos os invariantes de transi\c{c}ao de R_i e R_j foram conservados na rede global R_x .

. Propriedades E_2 , E_3 e E_4

Para exemplificar o emprego destas propriedades, considera-se ainda a rede R do par\u00e1grafo 3.3 e os seguintes casos.-

. R \u00e9 formada pela fus\u00e3o de lugar: -->Elemento = lugar.

A Propriedade_ E_4 aqui garante que todos os invariantes de lugar de R resulta da justaposi\c{c}ao de um invariante de lugar de R' com um invariante de lugar de R'' pela Propriedade_ E_2 ou Propriedade_ E_3 .

. R \u00e9 formada pela fus\u00e3o de transi\c{c}ao: -->Elemento = transi\c{c}ao.

De forma semelhante, a Propriedade_ E_4 , assegura que todos os invariantes de transi\c{c}ao de R s\u00e3o obtidos como no caso anterior.

Veja que em ambos os casos, os invariantes de elemento de R foram obtidos por justaposi\c{c}ao, a partir dos invariantes de elemento de cada sub-rede R' e R'' .

Considera-se agora dois invariantes de elemento

representados da seguinte forma:

. Sub-rede R' :

$$l_i = [\begin{matrix} E_i & \leftarrow \text{elementos de } R' \\ V_i & v_i \end{matrix}] \quad \text{eq.3.6a}$$

nesta notação, V_i representa aqueles valores de l_i associados aos $(m'-k)$ primeiros elementos E_i de R' , e v_i significa os valores de l_i relacionados aos k últimos elementos fundidos E^* de R' .

. Sub-rede R'' :

$$! \bullet - C \text{ VS } \begin{matrix} E_i & E^* & \leftarrow \text{elementos de } R'' \\ V_i & v_i \end{matrix}] \quad \text{eq.3.6b}$$

da mesma forma, v_i são valores de l^* ligados aos k primeiros elementos fundidos E_i de R'' , e V_i são valores de l^* associados aos $(m''-k)$ últimos elementos E_i de R'' .

Se R é formada pela fusão de lugares, então E_i e E^* na eq.3.6a, são lugares de R' , caso contrário representam transições. Este mesmo raciocínio é válido para o invariante da eq.3.6b. Pelas Propriedades E2 ou E3, pode-se obter agora facilmente um invariante de R , basta fazer a justaposição destes invariantes. Das propriedades sabe-se que, a justaposição de l_i e l_i^* somente é possível, se, e somente se, os valores das incógnitas associados aos $2k$ elementos fundidos forem idênticos dois a dois nestes invariantes, ou seja, se existirem w' e w'' e Z tal que a equação abaixo seja verdadeira.

$$W^* \cdot V_i \ll w'' \cdot V_i^* \quad \text{eq.3.7}$$

Dependendo dos valores representados por V_i e V_f ,
tem-se os seguintes casos a considerar:

. 1) Se $V_i \neq 0$ e $V_f \neq 0$.

Se os valores das incógnitas associados aos $2k$ elementos fundidos não forem idênticos dois a dois, somente é possível fazer a justaposição destes invariantes se existirem w' e w'' e Z tal que:

$$\bullet \quad V_i = w'' \cdot V_f = V^*.$$

Caso existam, pela Propriedade_E3, a justaposição resulta em um invariante de elemento de R , que possui a seguinte forma:

$$I_e = \begin{bmatrix} E_i & E^* & E_f \\ w' \cdot V_i & V^* & w'' \cdot V_f \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{elementos de } R \\ \text{elementos fundidos} \end{array} \quad \text{eq.3.8a}$$

Em particular, se $V_f = 0$, então

$$I_e = \begin{bmatrix} E_i & E^* & E^* \\ V_i & V_k & v_i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{elementos de } R \\ \text{elementos fundidos} \end{array} \quad \text{eq.3.8b}$$

definido para $w' = w'' = 1$.

. 2) Se $V_i = 0$ e $V_f \neq 0$.

Se os valores das incógnitas associados aos k elementos fundidos em apenas um dos invariantes são nulos, a eq.3.7 é verificada para $w' = 1$ e $w'' = 0$, pois

$$(w'' = 1) \cdot 0 = (w'' \cdot 0) \cdot V_k = 0 \rightarrow V^* = 0.$$

Substituindo estes valores na eq.3.8a tem-se pela Propriedade_E2 o seguinte invariante de elemento de R:

$$I_e = \begin{bmatrix} V_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{EI} \leftarrow \text{elementos de R} \\ \text{elementos fundidos} \end{matrix} \quad \text{eq.3.8c}$$

Na verdade, para $w'' = 0$ é feita a justaposição de I_e com um vetor nulo, denotado I_{p^*} , por isso a eq.3.8c depende somente dos valores V_i deste invariante.

. 3) Se $V_k \neq 0$ e $V^* = 0$.

Por analogia ao caso anterior, R possui o seguinte invariante de elemento:

$$I_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{EI} \leftarrow \text{elementos de R} \\ \text{VI} \\ \text{elementos fundidos} \end{matrix} \quad \text{eq.3.8d}$$

definido para $w' = 0$ e $w'' = 1$. Veja que I_e não depende dos valores V_i do primeiro invariante, pois, para $w' = 0$, este se torna um vetor nulo.

. A) Se $V_i = 0$.

Se os valores das incógnitas associados aos $2k$ elementos fundidos em ambos os invariantes são nulos, a eq.3.7 é verificada para todo w' e w'' e z , pois

$$w' \cdot 0 = w'' \cdot 0 = 0 \rightarrow v_k = 0.$$

Substituindo estes valores na eq.3.8a tem-se, pela Propriedade_E2 o seguinte invariante de elemento de R:

$$I_e = \begin{bmatrix} \mathbf{VI} & 0 & \mathbf{C} \\ \mathbf{EK} & \mathbf{E}^{\wedge} & \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{elementos de R} \\ \backslash \\ \text{elementos fundidos} \end{array} \quad \text{eq.3.8e}$$

obtido para $w' = w'' = 1$. Entretanto, este invariante (eq.3.8e) é o resultado da combinação linear dos invariantes dados nas equações 3.8c e eq.3.8d, pois

$$[V \quad 0 \quad V^{\wedge}] = [V^*, \quad 0 \quad 0] + [0 \quad 0 \quad V^{\wedge}] .$$

Portanto neste case, os dois invariantes de elemento

$$\begin{array}{l} I_{e1} = \begin{bmatrix} \mathbf{V1} & 0 & 0 \\ \mathbf{E1} & \mathbf{EK} & \mathbf{E}^{\wedge} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{elementos de R} \\ \backslash \\ \text{elementos fundidos} \end{array} \\ I_{e2} = [0 \quad 0 \quad V^{\wedge}] \end{array} \quad \text{eq.3.8f}$$

são também invariantes de R.

Será empregada a seguinte notação para expressar a justaposição de invariantes:

$$JCU, H1 = I_e, \quad \text{eq.3.9}$$

onde I_e é um invariante de elemento da rede R obtido a partir das equações 3.8. Observa-se que a forma dos invariantes nestas equações derivam simplesmente do resultado da análise das equações 3.3 do parágrafo anterior.

Exemplo 3.2 Sejam os seguintes invariantes de lugar das sub-redes

Ri e Rj do exemplo 3.1:

. Sub-rede Ri:

$$\begin{array}{cccc}
 p_a & p_b & p_c & p_d & \longleftarrow \text{lugares de Ri} \\
 I_{p1} & = & [& 1 & 2 & 1 & 2 &] \\
 I_{p2} & = & [& 1 & 1 & 0 & 0 &] \\
 & & & & \backslash & \backslash & & \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

. Sub-rede Rj:

$$\begin{array}{ccc}
 p_x & p_y & p_z < \\
 I_{p3} & = & [& 2 & 4 & 7 &] \\
 I_{p4} & = & [& 3 & 2 & 1 &] \\
 I_{p5} & = & [& 0 & 0 & 1 &] \\
 & & \backslash & \backslash & & & \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

Supondo que a rede Rx do exemplo 3.1 seja formada pela fusão dos seguintes lugares:

- . pc com px obtendo-se o lugar pu.
- pd com py obtendo-se o lugar pv.

Neste exemplo, deseja-se determinar a justaposição dos seguintes invariantes:

- (a) I_{p1} com I_{p3} (b) I_{p1} com I_{p4} (c) I_{p1} com I_{p5}
- (d) I_{p2} com I_{p3} (e) I_{p2} com I_{p4} (f) I_{p2} com I_{p5}

Usando a notação das eq.3.6, tem-se:

. Sub-rede Ri:

$$\begin{array}{cccc}
 p_a & p_b & p_c & p_d & \longleftrightarrow & E_{e1} & E_{k1} & \longleftarrow \text{lugares de Ri} \\
 I_{p1} & = & w_1 \cdot [& 1 & 3 & 1 & 2 &] & = & w_1 \cdot [& V_{e1} & V_{k1} &] \\
 I_{p2} & = & w_2 \cdot [& 1 & 1 & 0 & 0 &] & = & w_2 \cdot [& V_{e2} & V_{k2} &] \\
 & & & & \backslash & \backslash & & & & & & & \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

. Sub-rede Rj:

$$\begin{aligned}
 & \text{px py pz} \text{ <-----> Ekj Eej <-----lugares de Rj} \\
 \text{Ip3} &= \text{w3.} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \end{bmatrix} = \text{w3.} \begin{bmatrix} \text{Vk3} & \text{Ve3} \end{bmatrix} \\
 \text{Ip4} &= \text{w4.} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ c H4.} \begin{bmatrix} \text{Vk4} & \text{Ve4} \end{bmatrix} \\
 \text{Ip5} &= \text{w5.} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ s wS.1} \begin{bmatrix} \text{Vk5} & \text{Ve5} \end{bmatrix} \\
 & \qquad \qquad \qquad \backslash \quad \backslash \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{lugares fundidos}
 \end{aligned}$$

(a) Multiplicando-se Ip1 por $w1 = 2$ e Ip3 por $w3 = 1$, tornam-se os pesos associados aos lugares fundidos idênticos dois a dois nestes invariantes. Aplicando a eq.3.8a, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \text{pa pb pu pv pz} \\
 \text{J}[\text{Ip1}, \text{Ip3}] = \text{Ipa} \text{ --> } \text{Ipa} &= \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix} \\
 & \qquad \qquad \qquad \backslash \quad \backslash \text{lugares fundidos}
 \end{aligned}$$

(b) Como não existem $w1$ e $w4$ e Z tal que a eq.3.7 seja verdadeira, então não é possível fazer a justaposição destes invariantes.

(c) Multiplicando-se Ip1 por $w1 = 0$ e Ip5 por $w5 = 1$, tornam-se os pesos associados aos lugares fundidos idênticos dois a dois nestes invariantes. Aplicando a eq.3.8d, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \text{pa pb pu pv pz} \\
 \text{J}[\text{Ip1}, \text{Ip5}] = \text{Ipb} \text{ --> } \text{Ipb} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \qquad \qquad \qquad \backslash \quad \backslash \text{lugares fundidos}
 \end{aligned}$$

ou $\text{J}[\text{Ip}^*, \text{Ip5}] = \text{Ipb}$, onde Ip^* é um vetor nulo.

(d) Analogamente, empregando a equação 3.8c, tem-se.-

pa pb pu pv pz

$J[Ip2, Ip3] = Ipc \rightarrow Ipc = [\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & \underline{\quad} & \underline{\quad} & & \end{matrix}]$ lugares fundidos

obtido para $w2 = 1$ e $w3 = 0$.

(e) Resultado idêntico ao obtido no itera (d).

(f) Como os valores associados aos lugares fundidos em ambos os invariantes são nulos, aplica-se as equações 3.8f para obter os demais invariantes de Rx. Estes são os mesmos invariantes obtidos nos itens (c) e (d).

Assim Rx possui o seguinte conjunto de invariantes de lugar:

	pa	Pb	pu	pv	pz	<--- lugares de Rx
$Ipa = [$	2	6	2	4	7]
$Ipb = [$	0	0	0	0	1]
$Ipc = [$	1	1	0	0	0]
			\backslash	\backslash		lugar fundidos

Com a apresentação destes exemplos, acredita-se que o objetivo deste capítulo tenha sido alcançado. Ressalte-se que este serviu para mostrar como obter invariantes de uma rede global sem que seja necessário recorrer à resolução de sistemas de equações, em geral de grande dimensão. Esta vantagem torna, sem dúvida, o uso dos invariantes uma ferramenta bastante atraente no que se refere à análise de modelos de sistemas complexos especificados por Redes de Petri.

4. DESCRIÇÃO DO SISTEMA PROPOSTO

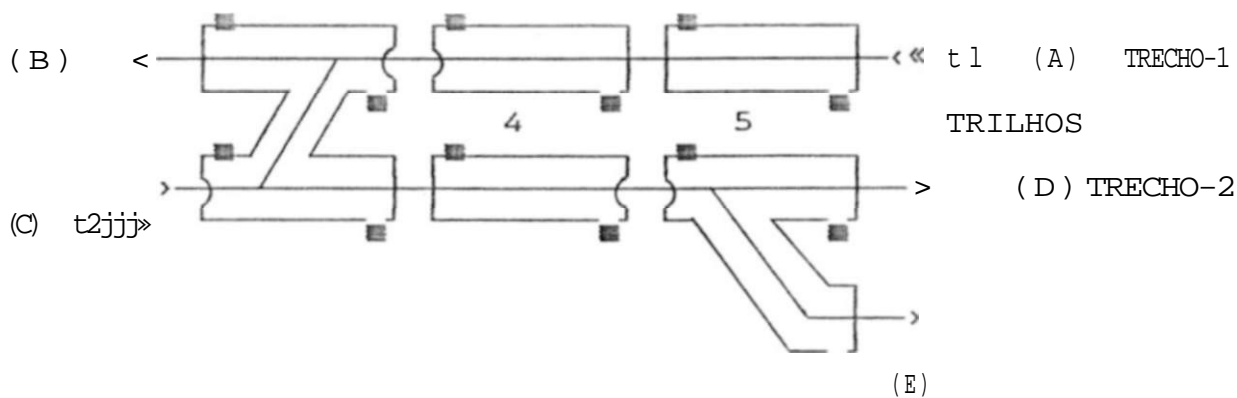
Neste capítulo, apresenta-se o sistema proposto, isto é, o sistema de transporte de trens do tipo metrô. Este sistema é formado totalmente por partes ou percursos bidirecionais do tipo Via e Conexão. As Vias e Conexões são construídas a partir de partes elementares, unidirecionais, comuns a todo sistema de transporte, e que serão chamadas de Seções.

Todas as partes ou percursos do sistema são caracterizados por suas especificações funcionais, as quais são traduzidas na forma de regras operacionais. Estas regras devem ser obedecidas a todo instante pelo comando de coordenação do sistema de transporte para evitar, a todo custo, colisões, independentemente dos itinerários escolhidos pelas decisões dos níveis mais elevados de comando.

No caso de percursos unidirecionais, é habitual decompor o sistema em partes chamadas Seções e Células. Este procedimento já foi proposto em outras publicações [VALE 85], [BARB 87].

4-1. O Sistema de Transporte

A figura 4.1 mostra um trecho do sistema, construído a partir de três tipos de Vias e uma Conexão.



Sensor direito : -_J	Via Simples : 3
Sensor esquerdo.- j-ö-	Via em "Y" : 5
Conexão : 1	Via Bifurcada: 2 e 4

figura 4.1: Trecho do sistema proposto.

Considera-se a seguinte situação:

- . o trem t1, representado por «jj|t1, desloca-se no TRECHO-1 no sentido da esquerda, isto é, parte de (A) com destino a (B);
- . o trem t2, representado por t2|||», movimenta-se no TRECHO-2 no sentido da direita, isto é, parte de (C) com destino a (D) ou (E).

Na situação de tráfego livre, ou seja, sem congestionamentos ou defeitos ao longo dos TRECHOS-1 e 2, os trens devem chegar aos seus respectivos destinos sem maiores problemas e, somente neste caso, as Vias comportara-se como percursos unidirecionais.

Considera-se agora, por exemplo, a ocorrência de uma congestionamento ou defeito na Via-4 do TRECHO-2 (ver figura 4.2).

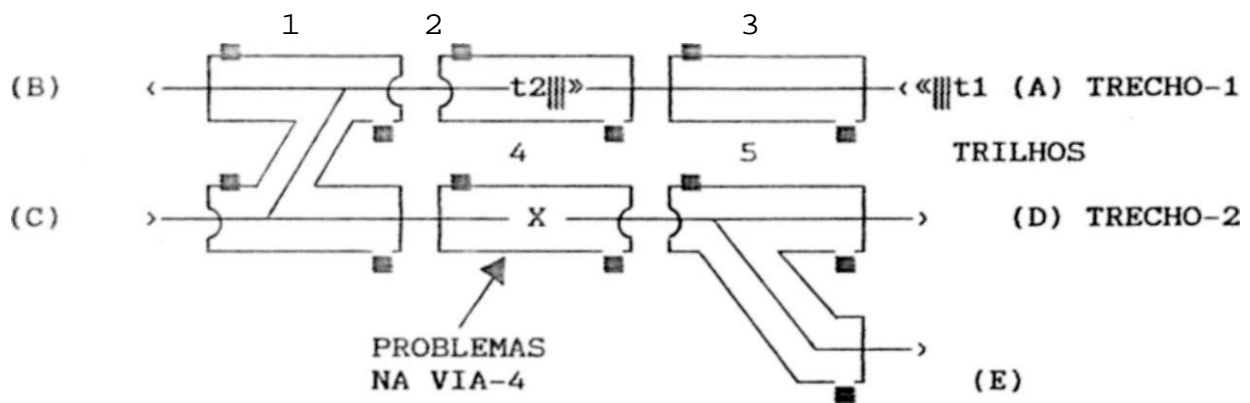


figura 4.2: A troca de trechos por t2.

Este problema, poderia impedir o trem t2, que parte de (C), chegar ao destino (D) ou (E), como previsto anteriormente. Presume-se que o sistema deva ser concebido de forma a garantir o melhor fluxo de trens possível, bem como evitar o bloqueio do tráfego devido a uma falha. Assim é permitido ao trem t2, através da Conexão, a passagem do TRECHO-2 para o TRECHO-1 por um determinado intervalo de tempo, e depois retornar ao seu trecho de origem. Esta troca aumenta, consideravelmente, o risco de colisões e deve ser feita dentro do mais alto grau de segurança, porque, durante esta operação, todo TRECHO-1 torna-se um trecho bidirecional, uma vez que é suposto o movimento do trem t1 no sentido contrário ao movimento do trem t2. Para assegurar este alto grau de segurança, e em qualquer situação, são impostas regras operacionais rígidas a cada parte ou percurso do sistema. Tais regras devem ser obedecidas, a todo instante, pelo tráfego de trens, independentemente dos itinerários escolhidos pelas decisões dos níveis superiores de comando. Para auxiliar na manutenção destas regras, são instalados sensores no final de cada Via e Conexão, representados por " -_J " e " [-•- ", vistos

na figura 4.1. Estes sensores são operados da seguinte forma:

- - : Sg0 sensibilizados se o movimento do trem é no sentido da direita;
- : Sg0 sensibilizados se o movimento do trem é no sentido da esquerda.

A finalidade destes sensores é informar ao nível de coordenação do comando, a tempo hábil, a presença de um trem próximo ao final de cada Via ou Conexão. Evidentemente, este nível deve ser implementado de forma a garantir todas as regras operacionais referentes a qualquer parte ou trecho do sistema.

Visto que é permitido aos trens a troca de Vias, todo sistema é então formado por partes ou percursos bidirecionais do tipo Via e Conexão. As Vias e Conexões são contruídas a partir de partes elementares, unidirecionais, comuns a todo sistema de transporte, e que serão chamadas de Seções. A seguir, descreveremos cada uma dessas partes.

4.2. Seções

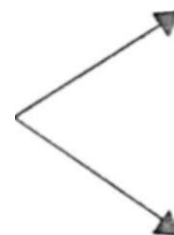
Será considerado como Seção um percurso unidirecional que pode ser de tres tipos (ver figura 4.3):

- . Seção Simples.
- . Seção com Duas Entradas.
- . Seção com Duas Saídas.

A especificação funcional de uma Seção deve obedecer à seguinte regra operacional:

⇔ : Dentro de uma Seção somente é permitido, no máximo, um trem parado ou em movimento.

>



a) Simples; b) Duas Entradas; c) Duas Saídas;

figura 4.3: Tipos de Seções.

4.3. ^{Vias}

Será considerado como Via um percurso bidirecional que pode ser de quatro tipos:

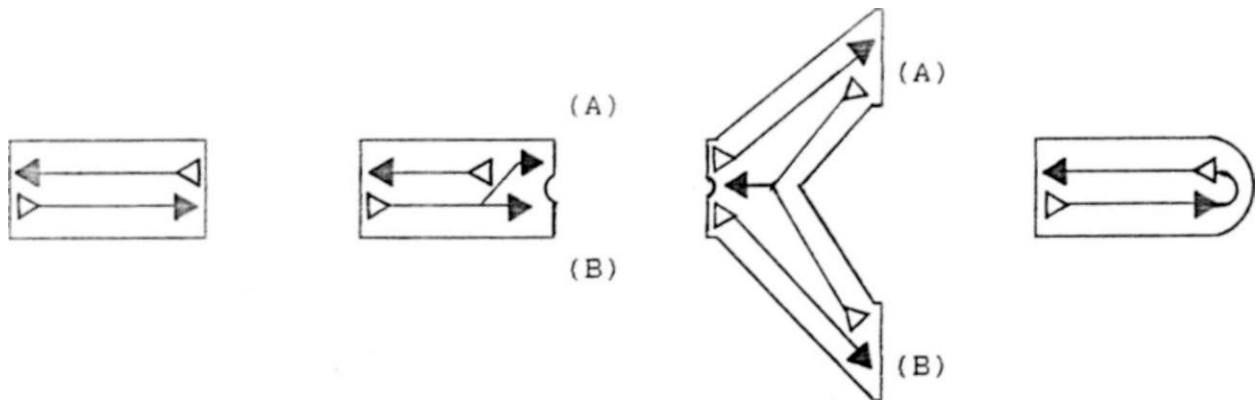
- . Via Normal.
- . Via Bifurcada.
- . Via em "Y".
- . Via Terminal.

A especificação funcional de uma Via deve obedecer à seguinte regra operacional:



- Dentro de uma Via somente é permitido, no máximo, um trem em movimento.

As Vias são compostas por Seções como mostra a figura 4.4.



a) Via Normal; b) Via Bifurcada; c) Via em "Y"; d) Via Terminal;

figura 4.4: Tipos de Vias.

4.4. Conexão

Será considerado como Conexão um percurso bidirecional que permite ao trem, com o mais alto grau de segurança, a troca de uma Via para outra. Ela é formada por duas Seções Simples e duas Seções com Duas Entradas conforme ilustra a figura 4.5.

A especificação funcional de uma Conexão deve obedecer à seguinte regra operacional:



: Dentro de uma Conexão, somente é permitido, no máximo um trem em movimento durante a troca de Via.

O percurso bidirecional, que liga duas Vias de uma Conexão, é chamado travessão (TRV). As duas Conexões mostradas na figura 4.5 têm as mesmas funções. Entretanto, elas apenas diferem entre si na configuração do travessão. Observe que podemos usar a Conexão (b), embora não esteja representada na

situação da figura 4.2, para retornar o trem t2 ao seu trecho de origem.

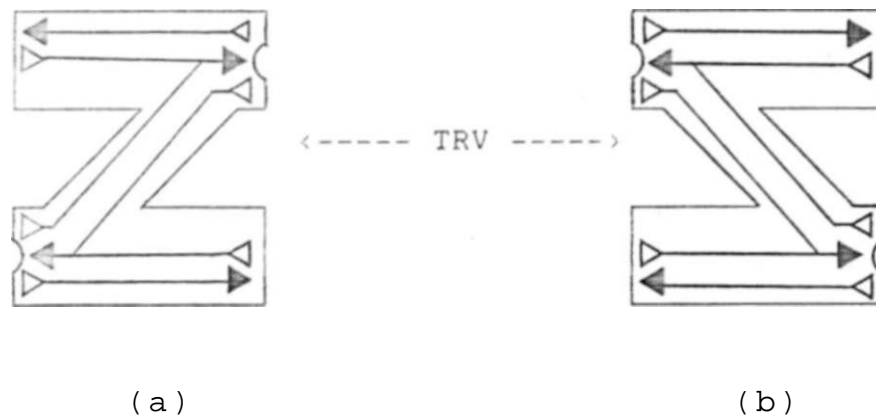


figura 45: Conexão.

Fisicamente, o comprimento do travessão é normalmente menor do que o comprimento do trem, enquanto que o comprimento das Vias é muito maior. Esta construção presume que o trem fica situado totalmente dentro de uma das Vias e longe do travessão, isto após o mesmo ter efetuado uma troca de Vias. Caso contrário, a frente do trem ficaria localizada no final de uma Via e a parte trazeira na sua Via de origem. Esta situação indesejável, aumentaria o risco de colisões além de bloqueiar o fluxo normal de trens em ambos os sentidos, principalmente em trechos nas proximidades da Conexão. Em face destes problemas, somente será considerado aqui Conexões que satisfaçam às exigências físicas acima mencionadas.

Observa-se que, quando não ocorre a troca de Vias, isto é, a passagem de um trem pelo travessão, a Conexão pode ser vista como duas Vias Normais independentes. Somente neste caso, é

permitido mais de um trem em movimento dentro da Conexão.

4.5. Um Trecho do Sistema

A figura 4.1 mostra um pequeno trecho do sistema proposto formado de percursos bidirecionais. Evidentemente, um trecho maior, ou o sistema completo, é formado por um número maior de Vias e Conexões.

»

•Uma forma alternativa de representar o trecho da figura 4.1 é ilustrada na figura 4.6. Esta representação, além de ressaltar o procedimento de formação estruturado das Vias e Conexões, mostra, com mais detalhes, todos os possíveis itinerários que podem ser seguidos por um trem.

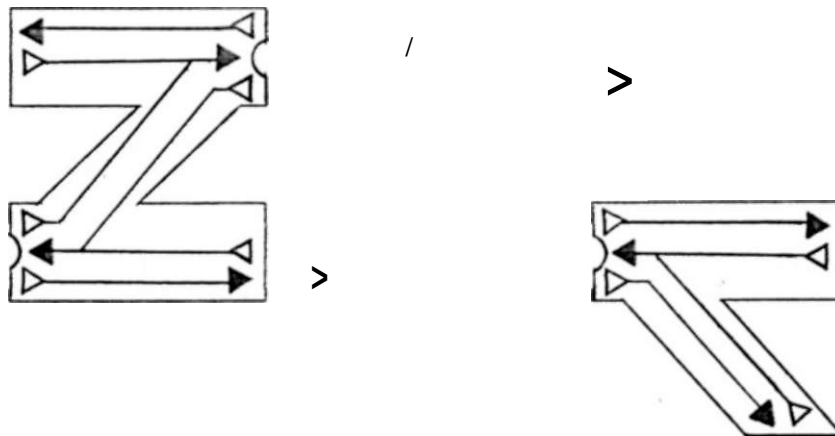


figura 4.6 Trecho da figura 4.1.

Deve ser destacado que o sistema de transporte aqui proposto possui apenas quatro tipos de Vias e um tipo de Conexão, conforme mostra as figuras 4.4 e 4.5. Entretanto, dependendo de sua configuração, é possível compor um sistema a partir de um número maior de tipos de Vias e Conexões.

São várias as configurações de sistemas de transporte existentes, mas todos podem ser formados por Vias e Conexões. Independentemente do grau de complexidade do sistema, estes percursos bidirecionais são formados de Seções. Portanto, todas obedecem ao mesmo princípio de formação. Infelizmente, seria impraticável reunir em um único trabalho a abordagem de todas as configurações possíveis. Entretanto, acredita-se que o procedimento de formação estruturado aqui apresentado servirá não somente para a formação de sistemas de transportes cada vez mais complexos como também sugerir a formação de outros tipos de sistemas.

5. MODELAGEM E VALIDAÇÃO DAS ESPECIFICAÇÕES FUNCIONAIS

Este capítulo é dedicado à modelagem estruturada por Redes de Petri do mecanismo de coordenação das Seções, Vias e Conexão que formam o sistema de transporte abordado no capítulo anterior. Apresenta-se também a validação das suas especificações funcionais através da análise dos invariantes de cada sub-rede.

O procedimento de modelagem estruturado segue os seguintes passos:

- a) estabelecimento das Redes de Petri para cada um dos tipos de seção, garantindo a regra operacional $\langle R1 \rangle$;
- b) estabelecimento das Redes de Petri para cada uma das Vias, garantindo a regra operacional $\langle R2 \rangle$ sem que $\langle R1 \rangle$ seja violada;
- c) estabelecimento das Redes de Petri para as Conexões, garantindo a regra operacional $\langle R3 \rangle$, sem que as regras $\langle R1 \rangle$ e $\langle R2 \rangle$ sejam violadas;
- d) construção da Rede global do comando pela composição do modelo das Vias e Conexões, sem violar as regras $\langle R3 \rangle$, $\langle R2 \rangle$ e $\langle R1 \rangle$.

No final deste capítulo será visto como obter o modelo global do comando considerado.

5.1. Percursos Unidirecionais

5.1.1. Seção Simples

A Rede de Petri da figura 5.1 fornece o modelamento de uma Seção Simples.

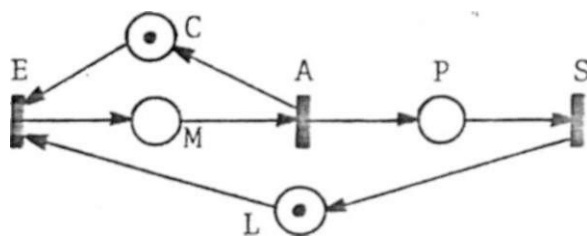


figura 5.1: Modelo da Seção Simples.

Uma ficha em cada um destes lugares representa:

C - espaço comum,

M - movimento do trem na Seção,

L Seção livre,

P - trem parado;

e os disparos de cada transição representam os seguintes eventos:

E - entrada do trem na Seção,

A - alcance de sensores de final de Via,

S - saída do trem da Seção.

Os invariantes de lugar desta rede (apêndice A) são:

$$\begin{array}{l}
 \text{M P L C} \leftarrow \text{lugares} \\
 \text{Ipa} = [1 1 1 0] \\
 \text{Ipb} = [1 0 0 1]
 \end{array}$$

de Ipa --> $M(M) + M(P) \cdot M(L) = 1$, eq.S.1a

de Ipb --> $M(C) + M(M) = 1$. eq.S.1b

A primeira equação eq.5.1a evidencia a regra operacional <R1> da Seção, porque haverá a todo instante, no máximo, uma ficha no conjunto de lugares {M,P}, isto é:

- . Se $M(M)=1$, implica que $M(P)=0$. Isto significa dizer que, se existe um trem em movimento dentro da Seção, nenhum trem parado é permitido.
- . Se $M(P)=1$, implica que $M(M)=0$. Isto significa dizer que não existe nenhum trem em movimento dentro da Seção, caso já exista um trem parado nela.

A segunda equação, eq.5.1b, tem sua função na dedução dos invariantes de lugar da nova rede (Vias ou Conexão), obtidas pela composição de duas sub_redes que modelam as Seções, isto através da fusão de determinados lugares.

O único invariante de transição desta Seção (apêndice A) é:

$$E A S \leftarrow \text{transições}$$
$$I t = [1 1 1]$$

e exprime que os trens atravessam a Seção da entrada em direção à saída, ou seja, porque a rede volta ao estado inicial (marcação) após o disparo de cada uma destas transições.

5.1.2. Seção com Duas Entradas

A figura 5.2 apresenta a Rede de Petri que descreve os

mecanismos de coordenação de uma Seção dotada de duas entradas.

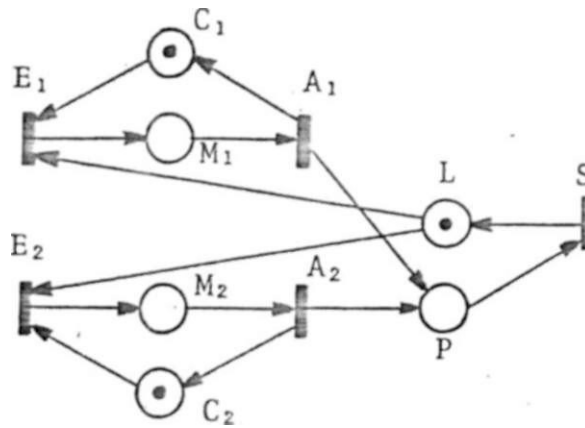


figura 5.2: Modelo da Seção com Duas Entradas.

Esta rede possui os seguintes invariantes de lugar (apêndice.A) :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 & M1 & M2 & P & L & C1 & C2 \\
 I_{pa} = & [1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0] \\
 I_{pb} = & [0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\
 i_{re} = & [1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3
 \end{array}
 \end{array}$$

de $I_{pa} \rightarrow M(C1) + M(M1) = 1,$ eq.5.2a

de $I_{pb} \rightarrow M(C2) + M(M2) = 1,$ eq.5.2b

de $I_{pc} \rightarrow M(M1) + M(M2) + M(P) + M(L) = 1.$ eq.5.2c

O último invariante, fornecido pela equação eq.5.2c, mostra que a regra operacional <R1> da Seção não é violada, porque:

. Se temos $M(M1)=1,$ isto implica que $M(P)=0$ e $M(M2)=0,$ significando dizer que, se existe um trem em movimento dentro

da Seção que entrou pela entrada 1, então nenhum trem parado é permitido, nem tão pouco é possível existir um outro trem em movimento na Seção;

- . Se $M(P)=1$, então todas as parcelas da eq.5.2c são iguais a zero, ou seja, $M(M1) + M(M2) = 0$. Isto significa dizer que não existe qualquer trem em movimento na Seção, caso já exista um trem parado dentro dela.

Os dois invariantes de transição para a Redes de Petri da figura 5.2, dados abaixo, mostram que os trens atravessam a Seção de uma das duas entradas em direção à sua única saída, ou seja, a rede volta ao estado inicial (marcação) após o disparo de cada uma destas transições em Ita (E1, A1, S) ou Itb (E2, A2, S).

	E1	E2	A1	A2	S	<_____transições		
Ita	=	[1	0	1	0	1]
Itb	=	[0	1	0	1	1]

0

5.1.3. Seção com Duas Saídas

A Rede de Petri da figura 5.3 representa a modelagem de uma Seção com duas saídas.

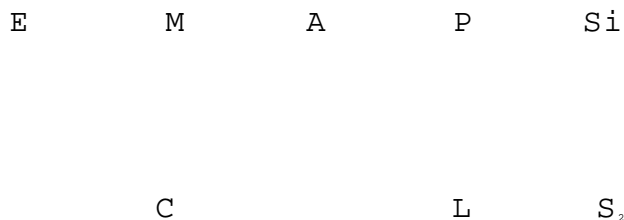


figura 5.3: Modelo da Seção com duas Saídas.

Esta Seção possui os mesmos invariantes de lugar (apêndice A) da Seção Simples (ver eq.5.1a e eq.5.1b), portanto a regra operacional <R1> desta Seção não é violada.

Os dois invariantes de transição (apêndice A), dados a seguir, exprimem que os trens atravessam a Seção da entrada em direção a uma das saídas, isto é, tomando um dos dois itinerários possíveis, ou seja: (E, A, S1) saída por S1 e (E, A, S2) saída por S2.

$$\begin{array}{r}
 E \ A \ S1 \ S2 \ \leftarrow \text{transições} \\
 Ita = [\ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \] \\
 Itb = [\ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \]
 \end{array}$$

5.2. Percursos Bidirecionais

As Redes de Petri, descrevendo o mecanismo de coordenação das Vias e Conexão, são construídas pela composição de uma ou mais sub-redes representando as Seções. Este procedimento de modelagem estruturado será realizado através da fusão de lugares. A validação é baseada na análise dos invariantes de lugar e transição de cada sub-rede.

5.2.1. Via Normal

A Rede de Petri da figura 5.4 representa o mecanismo de coordenação de uma Via Normal ou seja, o de um percurso bidirecional. Note que esta rede é obtida pela composição de duas sub-redes que representam Seções Simples. Isto ocorre pela fusão dos seguintes lugares:

- . Cd com Le obtendo-se o lugar C,
- . Ld com Ce obtendo-se o lugar L.

onde, os índices "d" (direita) e "e" (esquerda), indicam o sentido de movimento dentro da Via.

Os invariantes de lugar desta rede, são obtidos por justaposição. Sua obtenção tem por base os invariantes de lugar de cada Seção Simples.

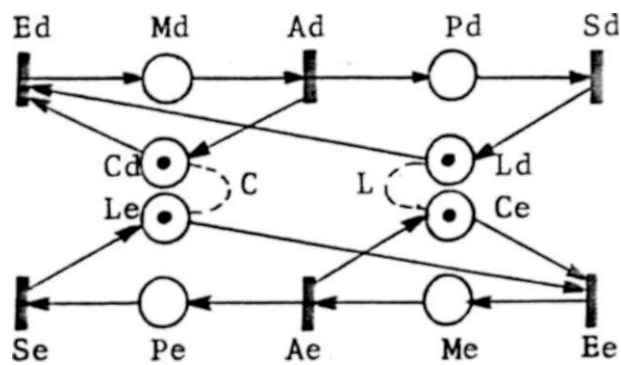


figura 5.4: Modelo da Via Normal

Estes invariantes (apêndice B) são :

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{Md} & \text{Pd} & \text{L} & \text{C} & \text{Pe} & \text{Me} & \leftarrow \text{lugares} \\
 \text{Ipa} = [& 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1] \\
 \text{Ipb} = [& 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1] \\
 & & & \backslash & \backslash & & \\
 & & & \text{---} & \text{---} & & \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

$$\text{de Ipa} \rightarrow M(\text{Md}) + M(\text{Pd}) + M(\text{Me}) + M(\text{L}) = 1, \quad \text{eq.5.3a}$$

$$\text{de Ipb} \rightarrow M(\text{Md}) + M(\text{Pe}) + M(\text{Me}) + M(\text{C}) = 1. \quad \text{eq.5.3b}$$

Uma análise das eq.5.3a e eq.5.3b, possibilita concluir

o seguinte:

- . A regra operacional $\langle R2 \rangle$, associada às Vias. é ver: porque haverá, a todo instante, no máximo uma ficha no conjunto de lugares $\{M_d, M_e\}$. Isto é, um único trem em movimento é garantido, quer seja no sentido q_l direita ou da esquerda. Em outras palavras, se existir movimento de um trem no sentido da direita, isto é, $M(M_d)=1$, as eq.5.3a e eq.5.3b impõem que todas as outras parcelas sejam iguais a zero. Isto significa que não existe trem nem parado nem em movimento no sentido da esquerda dentro da Via. O mesmo raciocínio é válido para $M(M_e)=1$;
- . A regra $\langle R1 \rangle$ da Seção continua válida pois haverá a qualquer momento, no máximo, uma ficha nos conjuntos de lugares $\{M_d, P_d\}$, assegurado pela eq.5.3a, e $\{M_e, P_e\}$ garantido pela eq.5.3b.

Os invariantes de transição (apêndice B) são calculados por concatenação (Propriedade_E1), eles são os seguintes:

$$\begin{array}{l} \text{Ed Ad Sd Ee Ae Se} \leftarrow \text{transições} \\ I t a = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \\ I t b = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] . \end{array}$$

Enfim, o fato dos invariantes de transição serem os mesmos das sub-redes, assegura que esta construção não modifica os itinerários possíveis, ou seja, os trens se deslocam de uma das entradas (direita ou esquerda) em direção à saída correspondente, mas sem nunca trocarem de sentido.

5.2.2. Via Bifurcada

A Rede de Petri da figura 5.5 representa o mecanismo de coordenação de uma Via Bifurcada. Nota-se que esta rede é obtida pela composição de duas sub-redes, uma que representa uma Seção Simples e outra que representa uma Seção com Duas Saídas. Esta rede resulta da fusão dos seguintes lugares.-

- . Cd com Le obtendo-se o lugar C,
- . Ld com Ce obtendo-se o lugar L.

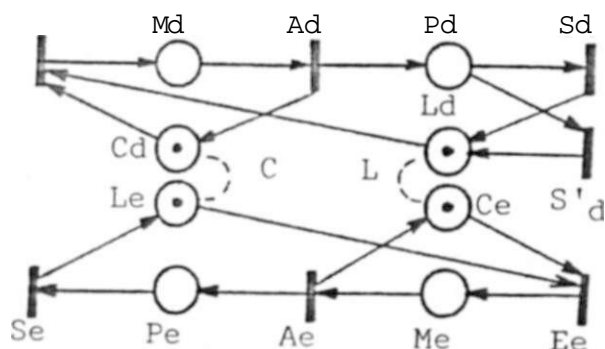


figura 5.5: Modelo da Via Bifurcada.

Os invariantes de lugar desta rede, são obtidos por justaposição (apêndice B). Sua obtenção tem por base os invariantes de lugar da Seção Simples e Seção com Duas Saídas. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{r}
 \text{Md Pd L C Pe Me} \leftarrow \text{lugares} \\
 \text{Ipa} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] \\
 \text{Ipb} = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] \\
 \qquad \qquad \qquad \backslash \quad \backslash \\
 \qquad \qquad \qquad \text{-----} \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

$$\text{de } I_{pa} \rightarrow M(Md) + M(Pd) + M(Me) + M(L) = 1, \quad \text{eq.5.4a}$$

$$\text{de } I_{pb} \rightarrow M(Md) + M(Pe) + M(Me) + M(C) = 1. \quad \text{eq.5.4b}$$

Esta Via possui os mesmos invariantes de lugar da Via Normal. Portanto, a análise das eq.5.4a e eq.5.4b é idêntica àquela feita para as eq.5.3a e eq.5.3b., apenas o mecanismo de coordenação da Via Bifurcada controla o movimento de um trem em direção a uma das duas possíveis saídas da Via.

Os invariantes de transição (apêndice B) são calculados por concatenação (Propriedade_E1), eles são os seguintes:

$$\begin{array}{l} \text{Ed Ad Sd Sd'Ee Ae Se} \leftarrow \text{transições} \\ I_{ta} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ I_{tb} = [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \\ I_{tc} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] . \end{array}$$

Os invariantes I_{ta} e I_{tb} asseguram o movimento do trem no sentido da direita até uma das duas possíveis saídas Sd ou Sd' , enquanto que o invariante I_{tc} assegura o movimento no sentido da esquerda até a saída Se .

5.2.3. Via em "Y"

A Rede de Petri da figura 5.6 representa o mecanismo de coordenação de uma Via em "Y". Note que esta rede é obtida pela composição de três sub-redes, duas que representam Seções Simples e uma que representa uma Seção com Duas Entradas. Esta rede resulta da fusão dos seguintes lugares:

. $Cd1$ com $Cd2$ com Le obtendo-se o lugar C ,

- . Ld1 cora Cel obtendo-se o lugar LI,
- . Ld2 com Ce2 obtendo-se o lugar L2,

onde, os Índices "1" (Via-1) e "2" (Via-2) indicam as Vias.

Os invariantes de lugar desta rede, são obtidos por justaposição (apêndice B). Sua obtenção tem por base os invariantes de lugar das Seções Simples e Seção com Duas Entradas. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & \text{Me1} & \text{Me2} & \text{Pe} & \text{L1} & \text{L2} & \text{C} & \text{Md1} & \text{Pd1} & \text{Md2} & \text{Pd2} & \text{<-----lugares} \\
 \text{Ipa} = [& 1 & 0 & \bar{1} & 1 & 0 & \bar{1} & 1 & 1 & 0 & 0 &] \\
 \text{Ipb} = [& 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \bar{1} & 0 & 1 & 1 &] \\
 \text{Ipc} = [& 1 & 1 & 1 & \bar{1} & \bar{1} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 &] \\
 & & & & \backslash & \backslash & \backslash & & & & & \\
 & & & & \text{-----} & & & & & & & \text{<--lugares fundidos}
 \end{array}$$

de Ipa --> $M(\text{Me1}) + M(\text{Md1}) + M(\text{Pd1}) + M(\text{L1}) = 1,$ eq.5.5a

de Ipb --> $M(\text{Me2}) + M(\text{Md2}) + M(\text{Pd2}) + M(\text{L2}) = 1,$ eq.5.5b

de Ipc --> $M(\text{Me1})+M(\text{Me2})+M(\text{Md1})+M(\text{Md2})+M(\text{Pe})+M(\text{C})=1.$ • eq.5.5c

Uma análise das eq.5.5a, eq.5.5b e eq.5.5c, possibilita concluir o seguinte.-

- . A regra operacional <R2>, associada às Vias, é verificada porque haverá a todo instante, no máximo, uma ficha no conjunto de lugares {Md1, Md2, Me1, Me2}, imposto pelas três equações. Isto é, um único trem em movimento é garantido dentro da Via, quer seja no sentido da direita ou da esquerda. Por exemplo, se existir movimento de um trem no sentido da direita em direção à saída Sd1, isto é, $M(\text{Md1}) = 1,$ as

eq.5.5a, eq.5.5b e eq.5.5c impõem que as parcelas $M(Md2)$, $M(Me1)$ e $M(Me2)$ sejam iguais a zero. Isto significa que não existe trem em movimento no sentido da direita em direção a saída $Sd2$, nem trem em movimento no sentido da esquerda, entrando pelas entradas $Ee1$ ou $Ee2$. O mesmo raciocínio é válido para $M(Md2) = 1$, $M(Me1) = 1$ ou $M(Me2) = 1$;

A regra operacional $\langle R1 \rangle$ da Seção continua válida pois haverá a qualquer momento, no máximo, uma ficha nos conjuntos de lugares $\{Md1, Pd1\}$ (eq.5.5a), $\{Md2, Pd2\}$ (eq.5.5b) e $\{Me1, Me2, Pe\}$ (eq.5.5c).

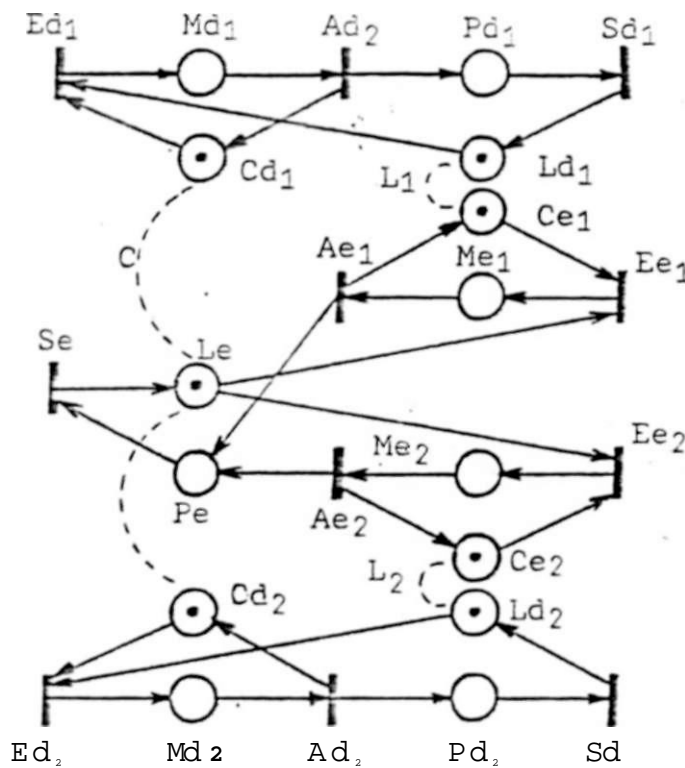


figura 56: Modelo da Via em "Y".

Os invariantes de transição (apêndice B) são calculados

por concatenação (Propriedade_E1), eles são os seguintes:

	Edi	Adi	Sd1	Ed2	Ad2	Sd2	Eel	Ael	Ee2	Ae2	Se	<--- transições
Ita=	[1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]
Itb=	[0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0]
Itc=	[0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1]
It d=	[0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	3-

Os invariantes Ita e Itb asseguram o movimento do trem no sentido da direita, até uma das duas possíveis saídas Sd1 ou Sd2, enquanto que os invariante Itc e Itd asseguram o movimento do trem no sentido da esquerda, que entra por uma das duas possíveis entradas Eel ou Ee2 até a saída Se.

5.2.4. Via Terminal

A Rede de Petri da figura 5.7 representa o mecanismo de coordenação de uma Via Terminal. Esta rede é obtida pela composição de duas sub-redes que representam Seções Simples. Isto ocorre pela fusão dos seguintes lugares e transições:

- . Cd com Le obtendo-se o lugar C,
- . Sd com Ee obtendo-se a transição T.

Os invariantes de lugar, são soluções do sistema de equações lineares do tipo $Ip.C = 0$, onde C é a matriz de incidência da rede (ver definição 3.2 e Apêndice B). Resolvendo este sistema, tem-se:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & Md & Pd & Ld & C & Me & Pe & Ce & \leftarrow \text{lugares} \\
 I_{pa} = & [1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0] \\
 I_{pb} = & [0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1] \\
 I_{pc} = & [1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0] \\
 & & & & \swarrow & & & & \\
 & & & & & \text{---<---lugares fundidos} & & &
 \end{array}$$

de $I_{pa} \rightarrow M(Md) + M(Pd) + M(Ld) = 1,$ eq 5.6a

de $I_{pb} \rightarrow M(Me) + M(Ce) = 1,$ eq 5.6b

de $I_{pc} \rightarrow M(Md) + M(Me) + M(Pe) + M(C) = 1.$ eq 5,6c

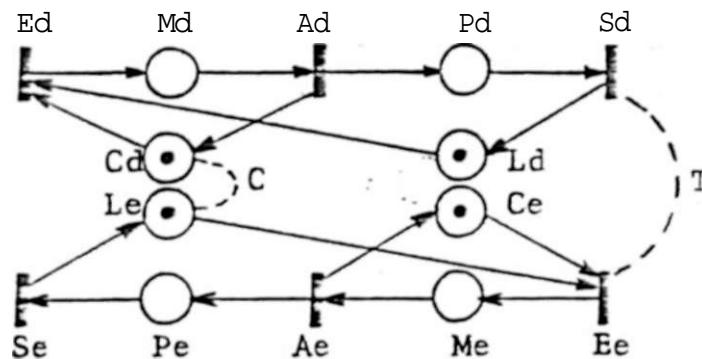


figura 5.7: Modelo da Via Terminal.

Uma análise das eq.5.6a, eq.5.6b e eq.5.6c, possibilita concluir o seguinte.-

. A regra operacional <R2>, associada às Vias, é verificada, porque haverá a todo instante, no máximo, uma ficha no conjunto de lugares {Md, Me}, imposto pelas três equações. Isto é, um único trem era movimento é garantido dentro da Via, quer seja no sentido da direita ou da esquerda. Por exemplo, se existir movimento de um trem no sentido da direita, isto é, $M(Md) = 1$, a eq.5.6c assegura que $M(Me) = 0$. Isto significa

que não existe trem em movimento no sentido da esquerda em direção à saída Se. O mesmo raciocínio é válido para $M(Me)=1$; a regra operacional $\langle R1 \rangle$ da Seção continua válida pois haverá a qualquer momento, no máximo, uma ficha nos conjuntos de lugares $\{Md, Pd\}$ (eq.5.6a) e $\{Me, Pe\}$ (eq.5.6c).

Da mesma forma, os invariantes de transição são soluções do sistema de equações lineares do tipo $C \cdot It^T = 0$ (ver definição 3.1 e Apêndice B). Resolvendo este sistema, tem-se.-

$$\begin{array}{cccccc}
 & Ed & Ad & T & Ae & Se & \leftarrow \text{transições} \\
 It^T = & [& 1 & 1 & 1 & 1 & 1] . \\
 & & & & & \backslash & \\
 & & & & & & \leftarrow \text{transição fundida}
 \end{array}$$

Este invariante assegura o movimento de um trem no sentido da direita, até parar no final da Via e também seu regresso no sentido da esquerda em direção ao seu destino de origem. Em outras palavras, quando um trem para no final desta Via, este recebe, imediatamente, do comando uma ordem para regressar e não mais seguir em frente. Este tipo de Via estará sempre localizada no terminal de cada trecho do sistema. De forma semelhante, o modelo da Via Terminal, onde os trens regressam no sentido da direita, é obtido pela fusão das transições Ed com Se e pela fusão dos lugares Ld com Ce.

5.2.5. Conexão

A Rede de Petri da figura 5.8 representa o mecanismo de coordenação de uma Conexão. Note que esta rede é obtida pela composição de quatro sub-redes, duas que representam Seções

Simples e duas que representam Seções com Duas Entradas. O modelo da Conexão resulta da fusão dos seguintes lugares:

- . Cel com Ce3 com Ld1 obtendo-se o lugar C1,
- . Lei com Cd1 obtendo-se o lugar LI,
- . Cd2 com Cd3 com Le2 obtendo-se o lugar C2,
- . Ld2 com Ce2 obtendo-se o lugar L2.

onde, o índice "3" (TRV) indica o travessão.

Os invariantes de lugar desta rede são obtidos por justaposição (apêndice C). Sua obtenção tem por base os invariantes de lugar das Seções Simples e das Seções com Duas Entradas. Estes invariantes são:

	Mel	Pel	Mdl	Pdl	C1	C2	LI	L2	Md2	Pd2	Me2	Pe2	Me3	Md3
Ipa =	[1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0]
Ipb =	[0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0]
Ipc =	[0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1]
Ipd =	[1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1]

\ \ \ \
 <--lugares fundidos

de Ipa --> $M(Mel)+M(Pel)+M(Mdl)+M(L1) = 1,$ eq .5.7a

de Ipd --> $M(Mel)+M(Mdl)+M(Pdl)+M(Me3)+M(Md3)+M(C1) = 1,$ eq .5.7b

de Ipb --> $M(Md2)+M(Pd2)+M(Me2)+M(L2) = 1,$ eq .5.8a

de Ipc --> $M(Md2)+M(Me2)+M(Pe2)+M(Me3)+M(Md3)+M(C2) = 1.$ eq .5.8b

Uma análise das eq.5.7a, eq.5.7b, eq.5.8a e Eq.8b, possibilita concluir o seguinte:

- . A regra operacional <R3>, associada à Conexão, é verificada, porque haverá a todo instante, no máximo, uma ficha no

conjunto de lugares $\{Me_3, Md_3\}$, imposto pelas eq.5.7b e eq.5.8b. Isto é, um único trem em movimento é garantido dentro da Conexão. quer seja no sentido da direita ou da esquerda durante a troca de Vias. Por exemplo, se ocorrer a troca da Via-2 para Via-1, ou seja, o movimento de um trem no sentido da direita em direção á saída da Via-1, isto é, $M(Md_3) = 1$, as eq.5.7a, eq.5.7b, eq.5.8a e eq.5.8b impõem que as parcelas $M(Md_1)$, $M(Me_1)$, $M(Md_2)$, $M(Me_2)$ e $M(Me_3)$ sejam iguais a zero. Isto significa que não existe trem em movimento no sentido da direita ou em movimento no sentido da esquerda nas Vias 1 e 2, bem como não existe movimento no sentido contrário ao movimento do trem no travessão. O mesmo raciocínio é válido para $Me_3=1$.

A regra operacional $\langle R_2 \rangle$, associada às Vias, é verificada porque quando não ocorre a troca de Vias, isto é $M(Md_3) = 0$ e $M(Me_3) = 0$, haverá a todo instante, no máximo, uma ficha no conjunto de lugares $\{Md_1, Me_1\}$, imposto pelas eq.-5.7a e eq.5.7b e $\{Md_2, Me_2\}$, imposto pelas eq.5.8a e eq.5.8b. Isto é um único trem em movimento é garantido dentro das Vias 1 ou 2 quer seja no sentido da direita ou da esquerda. Note que, quando não ocorre a troca de Vias, a Conexão pode ser vista como duas Vias normais independentes e, somente neste caso, é permitido mais de um trem em movimento dentro da Conexão.

A regra operacional $\langle R_1 \rangle$ das Seções continua válida pois haverá a qualquer momento, no máximo, uma ficha nos conjuntos de lugares $\{Me_1, Pe_1\}$ (eq.5.7a), $\{Md_2, Pd_2\}$ (eq.5.8a), $\{Me_2, Me_3, Pe_2\}$ (eq.5.8b) e $\{Md_1, Md_3, Pd_1\}$ (eq.5.7b).

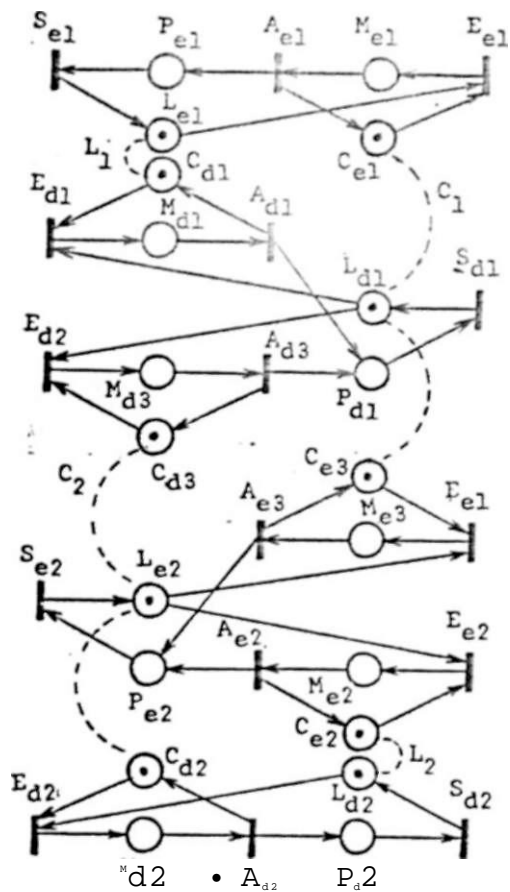


figura 58: Modelo da Conexão

Os invariantes de transição (apêndice C) são calculados por concatenação (Propriedade_E1), eles são os seguintes:

	Ae1	Ed1	Ed2	Sd1	Ae3	Ae2	Ed2	Sd2								
	Ee1	Sei	Adi	Ad3	Ee1	Ee2	Se2	Ad2								
Ita =	[1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0]
Itb =	[0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0]
Itc =	[1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]
Itd =	[1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0]
Ite =	[0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0]
Itf =	[0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1]

Os invariantes I_{ta} (E_{e1} , A_{e1} , S_{e1}) e I_{tb} (E_{d1} , A_{d1} , S_{d1}) asseguram o movimento do trem no sentido da direita cu esquerda dentro da Via-1. Isto é, se um trem entra na Via-1 no sentido da direita, I_{tb} assegura que este trem alcançará a saída desta Via, assim como I_{ta} assegura o movimento do trem no sentido contrário. O mesmo raciocínio é válido para os invariantes I_{te} (E_{e2} , A_{e2} , S_{e2}) e I_{tf} (E_{d2} , A_{d2} , S_{d2}) da Via-2.

Nota-se que este conjunto de invariantes $\{I_{ta}, I_{tb}, I_{te}, I_{tf}\}$ está relacionado com o movimento do trem quando não ocorre a troca de Vias. Na verdade os elementos deste conjunto representara os invariantes de transição de duas Vias Normais independentes.

Os invariantes I_{te} (E_{d2} , A_{d3} , S_{d1}) e I_{td} (E_{e1} , A_{e3} , S_{e2}) asseguram o movimento do trem no sentido da direita ou esquerda quando ocorre a troca de Vias. Isto é, se um trem troca da Via-2 para a Via-1 (movimento no sentido da direita), I_{te} assegura que este trem alcançará a saída da Via-1, assim como I_{td} assegura a troca de Vias no sentido contrário (movimento no sentido da esquerda).

5.3. O Modelo Global do Comando

A obtenção do modelo global do comando, a nível de coordenação, do sistema de transporte se faz compondo as Redes de Petri que descrevera o mecanismo de coordenação das Vias e Conexões por fusões de transições. Por exemplo, era cada direção, as transições a serem fundidas são do tipo S (saída) com E

(entrada), resultando em uma única transição do tipo T. Isto é:

- . Direita: a transição de saída Sd da Via V com a transição de entrada Ed na Via seguinte V*. resultando Td,
- . Esquerda: a transição de entrada Ee da Via V com a transição de saída Se na Via seguinte V, resultando Te.

conforme é visto na figura f.9. Nesta figura apresenta-se, por simplicidade, o modelo do comando de duas Vias Normais. Entretanto, este procedimento pode ser empregado para o modelo do comando de um trecho maior ou do sistema por inteiro.

Os invariantes de lugar são obtidos por concatenação e são conservados na nova rede, (ver Prpriedade_EII Eles são formados como se segue:

. Da Via V tem se:

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{cccccccccccc}
 Md & Pd & L & r & Pe & Me & Md' & Pd' & L' & C & Pe' & Me' \\
 Ipa = [& 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0] \\
 Ipb = [& 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & C & 0]
 \end{array}
 \end{array}$$

. Da Via V tem se

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{cccccccccccc}
 Md & Pd & L & C & Pe & Me & Md' & Pd' & L' & \setminus & Pe' & Me' \\
 Ipc = [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1\ 3 \\
 Ipd = [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \begin{array}{c} - \\ 1 \end{array} & 1 & i]
 \end{array}
 \end{array}$$

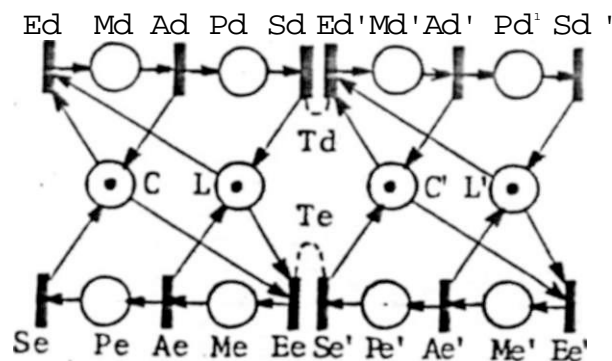
Visto que os invariantes foram conservados na nova rede, então as regras <R1> e <R2> são mantidas.

Os invariantes de transição são obtidos per

justaposição, (Propriedade_E3). São eles:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & \text{Ed} & \text{Ad} & \text{Ae} & \text{Se} & \text{Td} & \text{Te} & \text{Sd} & \text{Ad}' & \text{Ae}' & \text{Ee}' & \text{---transi\c{c}o\~{e}.} \\
 \text{Ita} = & [& 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 &] \text{ --> direita} \\
 \text{Itb} = & [& 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 &] \text{ <-- esquerda,} \\
 & & & & & & \backslash & \backslash & & & & & & \text{<-- transi\c{c}o\~{e}s fundidas}
 \end{array}$$

Estes invariantes correspondem aos itinerários possíveis, ou seja, após um trem ter atravessado uma Via em um sentido, deve atravessar a seguinte neste mesmo sentido.



a) Via V; b) Via V';

figura 5.9: Modelo do Comando de um trecho do sistema.

Observa-se que, uma vez um trem tenha entrado em uma Seção, nada impede este trem de sair dela (porque as transições do tipo A e S têm somente um lugar de entrada na Rede de Petri da figura 5.1), à condição de que a Seção seguinte esteja livre. Não há, assim, nenhum risco de bloqueio mortal, desde que o sistema de transporte não comporte circuitos saturados, isto é, tais que todos os percursos contenham um trem parado na saída

[BARB 87]. Esse fenômeno corresponderia a um engarrafamento dramático, problema este que o nível de decisão, responsável pela supervisão do sistema, deverá evitar a todo custo.

Para se compreender as interações obtidas, com os sensores de final de Via e o processo, é importante ressaltar o conceito de marcação estável em uma Rede de Petri, visto no capítulo 2.

1) Entradas do comando:

. Toda vez que um trem alcançar um sensor de final de Via, uma transição do tipo "A" daquela Seção correspondente deve ser disparada;

2) Saídas do comando:

. Cada vez que um lugar do tipo "P" contiver um ficha para uma marcação estável, uma mensagem de parada deve ser enviada ao trem correspondente;

. E cada vez que um lugar do tipo "M" contiver um ficha para uma marcação estável, uma mensagem de marcha deve ser enviada ao trem correspondente.

Desta forma, as entradas, que estão associadas aos sensores de final de Via do sistema, habilitam as transições do tipo "A" da rede. Por outro lado, os lugares do tipo "P" e "M" estão associados às saídas que controlam o movimento dos trens.

Evidencia-se que este é um exemplo complexo de função de coordenação que pode ser modelado, seguramente e de forma bem estruturada, por Redes de Petri.

6. IMPLEMENTAÇÃO

Os modelos **de** sistemas baseados em Redes de Petri poder:: ser implementados através **de** recursos de hardware. firmware ou software. Neste capítulo, apresenta-se uma das possíveis abordagens por software, para execução **de** Redes de Petri. que consiste no emprego de técnicas **de** Inteligência Artificial para sistemas baseados em conhecimento, sendo este representado por regras de produção. Apresentam-se as semelhanças existentes entre transições **e** regras **de** produção, bem como entre o jogador **de** Rede de Petri **e** o motor de inferência (encadeamento progressivo) de tais sistemas. Apresenta-se a viabilidade do emprego do motor de inferência na simulação do comando de um pequeno trecho do sistema de transporte proposto.

6.1. Redes de Petri e os Sistemas de Produção

Nesta seção apresentam-se, sucintamente, as similaridades existentes entre a execução da Rede Petri **e** os sistemas baseados em regras **de** produção [SAHR 873, [EARB 87].

. Similaridades entre transições e regras de produção

Cada transição **em** uma **Rede de** Petri pode ser considerada como uma regra de produção. As condições da regre, fornecem as restrições de marcação dos lugares de entrada e

eventualmente variáveis, enquanto as ações ou conseqüente da regra provêm as modificações na marcação da rede e eventualmente nas variáveis decorrentes do disparo da transição.

. Similaridades entre o mecanismo de evolução das Redes de Petri e o motor de inferência

Fica claro que é possível executar uma Rede de Petri diretamente através de um programa interpretador conhecido como jogador de Redes de Petri [SAHR 87]. Neste caso, a Rede de Petri e sua interpretação são traduzidos para uma estrutura de dados que é então manipulada pelo jogador, seguindo-se as regras de disparo das transições. A função do jogador de Rede de Petri é bastante parecida com o mecanismo de inferência através de encadeamento progressivo nos sistemas baseados em conhecimento, onde o conhecimento é representado por regras de produção. Este mecanismo basicamente constitui-se na tentativa de provar os antecedentes ou premissas de uma regra de modo a verificar a aplicabilidade do conseqüente. Por exemplo, seja a seguinte regra de produção: Se A e B Então X. No mecanismo de encadeamento progressivo tenta-se provar que A e B são verdadeiros. Se forem, então X está provado, ou seja partindo-se de um conjunto de fatos verificam-se as regras que possuem estes fatos em suas premissas provando-se então o seu conseqüente.

6.2 O Motor de Inferência

Para se executar uma Rede de Petri, utilizou-se um motor de inferência escrito em linguagem Prolog, capaz de

satisfazer às regras **de** disparo das transições. De fato, o motor de inferência utilizado neste trabalho é uma adaptação do motor de inferência descrito em [PERK 90]. O motor original foi alterado pois no caso de um sistema baseado em conhecimento convencional todas as regras que puderem ser provadas são provadas. No caso da execução de Redes de Petri, as regras que descrevem o comportamento das transições que puderem ser provadas não são todas provadas simultaneamente. Isto é, somente prova-se uma delas, escolhida arbitrariamente. Após provada a regra, criam-se novos fatos determinados pelo seu conseqüente. Isto é, executa-se a marcação dos lugares de saída da transição correspondente. Para as regras que não foram provadas restauram-se os fatos que faziam parte dos seus antecedentes, ou seja, a marcação inicial dos lugares de entrada das transições correspondentes. O mecanismo de inferência utilizado é o encadeamento progressivo usando-se contagem regressiva de regras. Todas as informações necessárias ao motor de inferência são geradas através de um Editor de Regras, que traduz diretamente estas informações na linguagem apropriada a execução do núcleo.

Para o motor de inferência utilizado, as regras tem a seguinte forma:

```
regra (<nomedaregra>, se (<fato_1>, <fato_2>, ..., <fato_3>)
      então <consequente>),
```

onde a vírgula denota o conectivo lógico e. Elas são armazenadas em um arquivo de regras.

De modo a otimizar o desempenho do motor de inferência, a base de conhecimentos contém, além das regras, outras informações úteis que possibilitam a melhoria do desempenho do núcleo, definindo um conjunto de declarações. Uma destas informações refere-se a indicação dos fatos que influenciam uma dada regra, tendo o seguinte formato:

```
influencia (<fato_l>, RI).
```

Esta declaração indica que a regra RI é influenciada pelo fato_l. As informações sobre influência dos fatos das regras são armazenadas em um arquivo de influências que, na verdade, relaciona os lugares de entrada às suas respectivas transições.

Outra informação necessária ao núcleo refere-se à quantidade de fatos na premissa das regras. Definiu-se assim um contador para cada regra da seguinte forma:

```
contador(<número_de_fatos>, <nome_da_regra>).
```

Este contador indica quantos lugares de entrada sensibilizam uma dada transição da rede. Esta informação utilizada pelo núcleo e armazenada num arquivo de contagem.

Uma vez dado um número de transições habilitadas maior que um, deve ser eleita uma destas transições e somente esta deve ser efetivamente disparada.. Deste modo o núcleo deve ter acesso a alguma informação que possibilite esta tomada de decisão. Neste trabalho utilizou-se um mecanismo de definição de

precedência de disparo que constitui-se na associação de prioridades a cada uma das regras que representam aquelas transições. Estas informações possuem o seguinte formato:

```
prioridade(<grau_de_prioridade>, <nome_daregra>).
```

Estas informações são armazenadas em um arquivo de prioridades. No caso de duas regras terem a mesma prioridade elege-se, arbitrariamente, a primeira observada.

Para executar uma dada Rede de Petri, deve-se carregar o motor de inferência e um programa de inicialização da memória de trabalho no computador e executá-lo. Inicialmente carregam-se os arquivos descritos acima. Após o carregamento, o controle é passado para o núcleo que então inicia a execução da rede. Basicamente para a execução, o núcleo segue os seguintes passos:

- 1) Retira um fato da memória de trabalho;
- . 2) Identifica as regras que são influenciadas pelo fato do passo 1), através das informações de influência;
- . 3) Decrementa os contadores das regras que são influenciadas pelo fato;
- . 4) Repete os passos 1), 2) e 3) até que todos os fatos sejam retirados da memória de trabalho;
- . 5) Verifica as regras cujos contadores estão zerados e move estas para uma lista de regras executáveis;
- . 6) Restaura na base de trabalho os fatos que influenciavam as regras cujos contadores não foram zerados, bem como as informações de influências;

- . 7) Ordena a lista de regras executáveis segundo as informações de prioridade. Caso a lista esteja vazia, encerra a Beção;
- . 8) Executa a regra de maior prioridade e restaura informações de influência desta regra;
- . 9) Restaura os fatos das regras que não forma executadas, exceto os que influenciavam a regra executada no passo 8);
- 10) Restaura as informações de contagem de todas as regras e retorna ao passo 1).

De modo a detalhar a operação do núcleo, considere a Rede de Petri da figura 6.1 e os arquivos que formam a base de conhecimentos, os quais são: arquivo de regras, arquivo de influência, arquivo de contagem, arquivo de prioridades e um arquivo de fatos definindo a marcação inicial da rede.

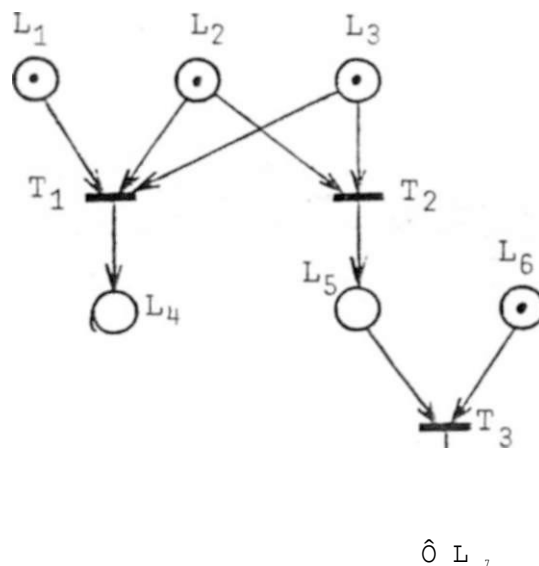


figura 6.1: Rede de Petri.

Arquivo de Regras:

Transição T1: regra (R1, se (L1(marcado),L2(marcado),L3(marcado))
então guarde_fato(L4(marcado))

Transição T2: regra (R2, se (L2(marcado), L3(marcado))
então guarde_fato(L5(marcado))

Transição T3: regra (R3, se (L5(marcado), LS(marcado))
então guarde_fato(L7(marcado))

i

Arquivo de Influência.-

influencia (L1 (marcado), R1)

influencia (L2 (marcado), R2)

influencia (L3 (marcado), R1)

influencia (L2 (marcado), R2)

influencia (L3 (marcado), R2)

influencia (L5 (marcado), R3)

influencia (L6 (marcado), R3)

Arquivo de Contagem.-

contagem (3, R1)

contagem (2, R2)

contagem (2, R3)

Arquivo de Prioridades:

prioridade (100, R1)

prioridade (200, R2)

prioridade (100, R3)

onde, o maior grau de prioridade associa-se ao maior valor.

. Arquivo de Fatos:

fato (LI(marcado))

fato (L2(marcado))

fato (L3(marcado))

fato (L6(marcado))

Executando-se os passos 1), 2) e 3) para a rede da figura 6.1, tem-se os seguintes valores na memória de trabalho, com relação aos valores que foram modificados:

influencia (L5 (marcado), R3)

contagem (0, RI)

contagem (0, R2)

contagem (1, R3)

Executando-se o passo 5), cria-se um lista contendo as regras RI e R2. Após a execução do passo 6) tem-se as seguintes informações de influência e fatos na memória de trabalho:

influencia (L5 (marcado), R3)

influencia (L6 (marcado), R3)

fato (L6(marcado)).

Dado que a prioridade da regra R2 é maior do que a da regra RI, após a execução do passo 7), cria-se uma lista com o seguinte formato: <R2, R1>.

Executando-se agora o passo 8), a regra R2 é executada. Assim, a memória de trabalho apresenta o seguinte formato:

```
influencia (L5 (marcado). R3)
influencia (L6 (marcado), R3)
influencia (L2 (marcado), R2)
influencia (L3 (marcado), R2)

fato ( L6(marcado) )
fato ( L5(marcado) );
```

da mesma forma, executando o passo 9), tem-se:

```
influencia (L5 (marcado), R3)
influencia (L6 (marcado), R3)
influencia (L2 (marcado), R2)
influencia (L3 (marcado), R2)
influencia (LI (marcado), RI)
influencia (L2 (marcado), RI)
influencia (L3 (marcado), RI)

fato { L6(marcado) )
fato ( LS(marcado) )
fato ( LI(marcado) ).
```

Finalmente, no passo 10) restauram-se os contadores das regras para seus valores iniciais e executa-se o passo 1). Quando o programa encerrar a execução, ou seja, quando não houver mais transições habilitadas para o disparo, tem-se os seguintes fatos na memória de trabalho:

```
fato ( LI(marcado) )
fato ( L7(marcado) )
```

o que corresponde à marcação final atingida pela evolução da rede da figura 6.1.

6.3. Aplicação ao Sistema de Transporte

Desenvolveu-se a aplicação do processo ao trecho do sistema de transporte mostrado na figura 6.2. A Rede de Petri para este exemplo é mostrada na figura 6.3. Abaixo tem-se as regras de produção traduzindo as transições do sistema. As regras e as demais informações necessárias ao motor de inferência foram geradas utilizando-se um Editor de Regras descrito em [PERK 90].

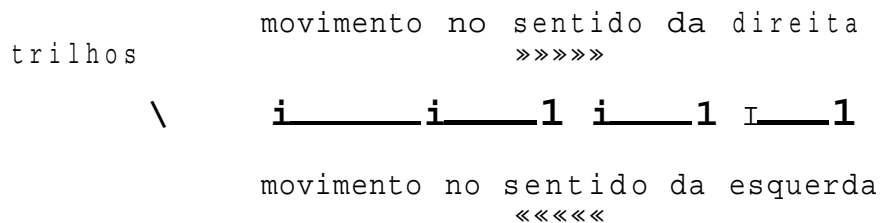


Figura 6.2: Trecho do sistema considerado.

Abaixo mostram-se as regras descrevendo as transições da Rede de Petri da figura 6.3.

. Arquivo de Regras:

Regras descrevendo o movimento da esquerda para a direita:

Transição Edi: regra(1, se (l1(verd),cl(verd))
então guarde_f(md1(verd))).

Transição Adi: regra(2, se (md1(verd))
então (guarde_f(pd1(verd)), guarde_f(cl(verd)))).

Transição Ed2: regra(3, se (pd1(verd), c2(verd), l2(verd))
então (garde_f(md2(verd)), garde_f(l1(verd)))).

Transição Ad2: regra(A, se (md2(verd))
então (garde_f(pd2(verd)), garde_f(c2(verd)))).

Transição Ed3: regra(5, se (pd2(verd), c3(verd), l3(verd))
então (garde_f(md3(verd)), garde_f(l2(verd)))).

Transição Ad3: regra(6, se (md3(verd))
então (garde_f(pd3(verd)), <garde_f(c3(verd)))).

Transição Ed4: regra(7, se (pd3(verd), c4(verd), l4(verd))
então (garde_f(md4(verd)), garde_f(l3(verd)))).

Transição Ad4: regra(8, se (md4(verd))
então (garde_f(pd4(verd)), garde_f(c4(verd)))).

Transição Ed5: regra(9, se (pd4(verd))
então garde_f(l4(verd)))).

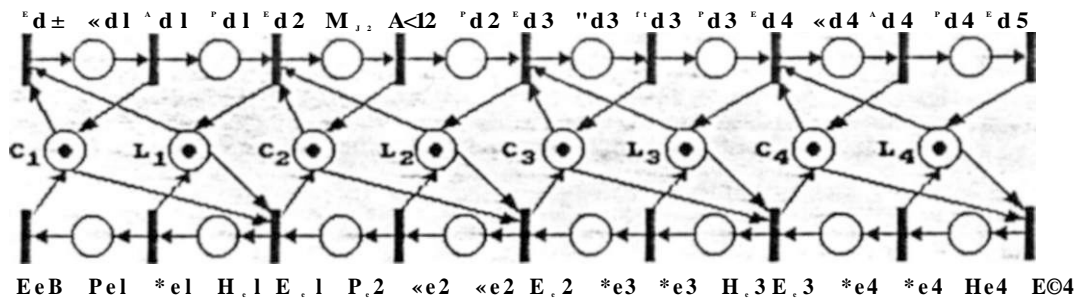


Figura 6.3: Rede de Petri do trecho da figura 6.2.

Regras descrevendo o movimento da direita para a esquerda:

Transição Ee4: regra(10, se (c4(verd), l4(verd))
então garde_f(me4(verd)))).

Transição Ae4: regra(11, se (me4(verd))
 então (guarde_f(pe4(verd)), guarde_f(14(verd)))).
 Transição Ee3: regra(12, se (pe4(verd),13(verd),c3(verd))
 então (guarde_f(me3(verd)), guarde_f(c4(verd)))).
 Transição Ae3: regra(13, se (me3(verd))
 então (guarde_f(pe3(verd)), guarde_f(13(verd)))).
 Transição Ee2: regra(14, se (pe3(verd),c2(verd),12(verd))
 então (guarde_f(me2(verd)), guarde_f(c3(verd)))).
 Transição Ae2: regra(15, se (me2(verd))
 então (guarde_f(pe2(verd)), guarde_f(12(verd)))).
 Transição Ee1: regra(16, se (pe2(verd),c1(verd),11(verd))
 então (guarde_f(mel(verd)), guarde_f(c2(verd)))).
 Transição Ae1: regra(17, se (mel(verd))
 então (guarde_f(pel(verd)), guarde_f(11(verd)))).
 Transição Ee0: regra(18, se (pel(verd))
 então guarde_f(c1(verd))).

Influência dos fatos nas premissas das regras,
 traduzindo os lugares de entrada das transições, definido no
 arquivo de influência:

. Arquivo de Influência:

influ_cont(11(verd), 1).	influ_cont(c4(verd), 10).
influ_cont(c1(verd), 1).	influ_cont(I4(verd), 10).
influ_cont(mdl(verd), 2)	influ_cont(me4(verd), 11)
influ_cont(pdl(verd), 3)	influ_cont(pe4(verd), 12)
influ_cont(c2(verd), 3).	influ_cont(c3(verd), 12).
influ_cont(12(verd), 3).	influ cont(13(verd), 12).

infl u_ cont(md2(verd) , A) .	inf lu..cont(me3(verd) , 13)
infl u_ cont(pd2(verd) , 5) .	infl u..cont(pe3(verd) , 14)
infl u_ cont(c3(verd), 5) .	infl u..cont(c2(verd), 14) .
inf lu__cont(13(verd), 5) .	infl u..cont(12(verd), 14) .
infl u. cont(md3(verd) , 6) .	infl u..cont(me2(verd) , 15)
infl u__cont(pd3(verd) , 7) .	infl u_ cont(pe2(verd) , 16)
infl u..cont(c4(verd), 7) .	infl u..cont(cl(verd), 16) .
infl u_ .cont(14(verd), 7) .	infl u. cont(11(verd), 16) .
infl u_ .cont(md4(verd) , 8) .	infl u_ cont(mel(verd) , 17)
infl u_ cont(pd4(verd) , 9) .	infl u_ .cont(pel(verd) , 18)

Prioridade de disparo das regras, correspondendo às transições:

. Arquivo de Prioridades.-

movimento da esquerda para a direita	movimento da direita para a esquerda
prior(1,200).	prior(10,100).
prior(2,190).	prior(11,90).
prior(3,180).	prior(12,80).
prior(4,170).	prior(13,50).
prior(5,10).	prior(14,5).
prior(6,10).	prior(15,5).
prior(7,10).	prior(16,5).
prior(8,10).	prior(17,5).
prior(9,10).	prior(18,5).

Informação sobre o número de premissas das regras, correspondendo ao número de lugares de entrada na rede:

Arquivo de Contagem.-

movimento da esquerda
para a direita

movimento da direita
para a esquerda

contagem(2,1).

contagem(2,10).

contagem(1,2).

contagem(1,11).

contagem(3,3).

contagem(3,12).

contagem(1,4).

contagem(1,13).

contagem(3,5).

contagem(3,14).

contagem(1,6).

contagem(1,15).

contagem(3,7).

contagem(3,16).

contagem(1,8).

contagem(1,17).

contagem(1,9).

contagem(1,18).

Após a execução do programa, obteve-se uma seqüência de disparos de transições correspondendo à seguinte marcação final da rede da figura 6.3, dada abaixo:

(a) Sequencia de transições:

(b) Marcação final:

regra 01:Edi
regra 02:Adi
regra 03:Ed2
regra 01:Edi
regra 02:Adi
regra 04:Ad2
regra 10:Ee4
regra 11:Ae4
regra 12:Ee3
regra 10:Ee4
regra 11:Ae4
regra 13:Ae3

c1(verd)
c2(verd)
pd1(verd)
l4(verd)
pe3(verd)
pe4(verd)
l3(verd)
pd2(verd)

Observe que, se executando esta seqüência de disparos de transições na rede da figura 6.3, obtém-se a mesma marcação

final obtida pela execução da rede utilizando-se o motor de inferência. Nota-se então que o motor de inferência realmente executou as funções de coordenação do comando do sistema, segundo a ordem de prioridades estabelecida para o disparo de cada transição. Na verdade, a prioridade das regras simula as decisões dos níveis superiores de comando, responsáveis por definir os possíveis itinerários que devam ser seguidos pelos trens. Conclui-se desta forma que realmente é possível a implementação do comando deste sistema através das técnicas de Inteligência Artificial.

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Acredita-se que os objetivos deste trabalho foram alcançados. De fato, apresentou-se uma técnica de modelagem de forma bem estruturada e sistemática por Redes de Petri. Da agregação do modelo das seções, por fusão de lugares, obtiveram-se os modelos dos percursos das vias e conexão, e a partir destes, por fusão de transição, o modelo global do nível de coordenação do comando do sistema. Sem o procedimento estruturado seria impraticável, à primeira vista, a apreciação do modelo global e sua análise. Isto porque certamente levaria à construção de modelos incorretos bem como ao cálculo de matrizes de grandes dimensões. Entretanto, foi mostrado que a obtenção correta, do modelo global depende da validação das especificações funcionais (regras operacionais) dos percursos do sistema através dos seus respectivos modelos (sub-redes). Baseada nas técnicas de análise dos invariantes de lugar e de transição, o procedimento de validação, na verdade, orienta a construção de sub-redes para que sejam executadas corretamente as funções de comando, isto segundo as regras operacionais dos percursos a que elas estejam associadas. Além disso, a grande vantagem do emprego dos invariantes, como ferramenta de análise, é que estes podem ser obtidos diretamente por justaposição ou concatenação, ou seja, sua obtenção dispensa o cálculo de matrizes inevitavelmente de

grande dimensão. Conclui-se então que o procedimento estruturado, aliado à relativa facilidade de obtenção dos invariantes, tornam a técnica de modelagem por Redes de Petri, aqui apresentada, uma ferramenta de vasta aplicação no que se refere aos problemas de sincronização encontrados na automação da manufatura.

No que diz respeito à implementação do modelo global obtido, utilizou-se um motor de inferência capaz de executar modelos descritos por Redes de Petri.- Para mostrar que este é o caso, implementou-se, com sucesso, o comando de um pequeno trecho do sistema de transporte utilizando-se este motor de inferência. De fato, são bastante grandes as similaridades existentes entre o mecanismo de evolução das Redes de Petri e o motor de inferência através de encadeamento progressivo utilizado nos sistemas baseados em conhecimento. Conclui-se então que, entre outras possíveis formas de implementação, as técnicas de Inteligência Artificial, prestam-se para este tipo de implementação.

Deve ser ressaltado que as especificações funcionais do sistema de transporte proposto impõem certas limitações na flexibilidade do comando. Na forma como foi concebido o sistema, o comando não permite, em nenhum instante, a troca de sentido de movimento dentro de uma via por um trem. Isto quer dizer que, uma vez o trem estando em movimento dentro de um via era direção a saída, não é mais permitido este parar em qualquer ponto e trocar o sentido de movimento com destino ao início da via ou vice-versa. Entretanto, baseado nos conceitos aqui apresentados, fica como perspectiva de trabalhos futuros a implementação do comando

de um sistema de transporte levando-se em conta estas exigências. Outra perspectiva que parece bastante promissora é a concepção e implementação de Controladores Lógicos Programáveis (PLCs) capazes de executar funções de controle especificadas diretamente sob a forma de Redes de Petri.

Finalmente, acredita-se que este trabalho trouxe contribuições para o estabelecimento de soluções no que se refere aos problemas de sincronização encontrados nos Sistemas Flexíveis da Manufatura, uma vez que apresentou-se uma técnica de modelagem bem estruturada e sistemática por Redes de Petri, aplicada não somente a um sistema de transporte, mesmo relativamente complexo, mas que pode seguramente ser utilizada, com os mesmos princípios, na modelagem de outros tipos de sistemas.

REFERENCIAS

- [BARE 87] D.S. Barbalho: Conception et Mise en Oeuvre de la Fonction Coordination pour une Commande Distribuée d'Atelier, Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, France.
- [BARB 89] D.S. Barbalho, M.R. Santos e T.C. de Barros: "Uma Metodologia Estruturada e Sistemática de Suporte à Automação da Manufatura: Comando de Sistemas de Transporte", Anais do 19 ERAI, Vitória, ES, Vol. I I : AMÍ07-18).
- [BARB 89] D.S. Barbalho, M.R. Santos e T.C. de Barros: "Uma Técnica Estruturada de Modelagem por Redes de Petri: Função de Coordenação em Sistemas de Transporte", Anais do 82 Congresso Brasileiro de Automática, Belém, PA.
- [BRAN 83] G.W. Brams. Réseaux de Petri: Théorie et Pratique, Editions Masson, Tome 1 Tome 2.
- [COUR 80] M. Courvoisier, R. Valette: Systèmes de Commande en Temps Réel: Description, Analyse et Réalisation, LAAS, Toulouse, France, 1983.

- [COUR 83] M. Courvoisier, R. Valette, JM. Bigou, P. Esteban: A Programmable Logic Controller Based on a High Level Specification Tool, LAAS, Toulouse, France, 1983, 06 pags.
- [FIGU 90] J.CA. de Figueiredo, A. Perkusich, M.E. de Morais: "Núcleo de um Sistema Especialista para Aplicações em Tempo Real, relatório interno LAC/DEE/UFPb, setembro, 1990.
- [LOON 88] CG. Looney: "Fuzzy Petri Nets for Rule-Based Decision-Making", **IEEE** Trans, on Systems Man and Cybernetics, Vol. 18, N2 1, Feb./Mar., 1988, pp. 178-183.
- [MURA 84] T. Murata: Modelling and Analysis of Concurrent Systems, Handbook of Software Engineering, Eds. C.R. Vick e C.V. Ramamoorthy, Van Nostrand Reinhold Company Inc, NY, 1984, pp. 39-63.
- [MURA 88] T. Murata e D. Zhang: "A predicate-Transition Net Model for Parallel of Logic Programs", **IEEE** Trans, on Software Engineering, Vol. 14, NQ 4, April, 1989, pp. 481-497.
- [MURA 89] T. Murata: "Petri Nets: Properties, Analysis and Applications", Proceedinds of the **IEEE**, Vol. 77, NQ 4, April, 1989, pp.541-580.

- [PERK 90] M.L.B. Perkusich, A. Perkusich e M.E. de Moraes: "Uma Ferramenta para Construção de Sistemas Especialistas: Aplicação a um Sistema Automático para Auxílio à Análise de ECG, relatório interno LAC/DEE/UFPb, setembro, 1990.
- [PETE 81] J.L. Peterson: Petri Net Theory and the Modelling of Systems, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1981.
- [REIS 82] W. Reisig: Petri Nets An Introduction, Springer-Verlag Berlin New York Tokyo, 1982.
- [SAHR 87] A. Sahraoui, H. Atabakhche, M. Corvouisier e R. Valette: Joining Petri Nets and Knowledge Based Systems for Monitoring Purposes, Raport LAAS, Toulouse, France, 1987, 22 pags.
- [VALE 82] R. Valette, M. Courvoisier e J.M. Bigou: "Les Réseaux d'Automates.- Analyse de la Coopération"; Journées d'Études **SEE**, Gif-sur-Yvette, 733-740.
- [VALE 85] R. Valette, M. Courvoisier e C. Desclaux: "Putting Petri Nets to Work for Controlling Flexible Manufacturing Systems", Proceedinds of **IEEE** International Symposium on Circuits and Systems, **ISAS 85**, Kyoto, Japan.
- [WILL 90] R.G. Wilson e B.H. Krogh: "Petri Nets Tools for the Specification and Analysis of Discrete Controllers", **IEEE** Trans. on Software Engineering, Vol. 16, NQ 1, January, 1990, pp. 39-50.

A. OBTENÇÃO DOS INVARIANTES DO MODELO DAS SEÇÕES

Este apêndice é dedicado à obtenção dos invariantes de lugar e transição do modelo das Seções. Para obtenção destes invariantes consideramos o modelo de uma Seção Genérica (Seção Múltipla) que pode ser usada para modelagem do mecanismo de coordenação de qualquer tipo de via ou conexão de um sistema de transporte.

A.1. Seção Múltipla

A Rede de Petri da figura A.1 representa o mecanismo de coordenação de uma Seção Múltipla, ou seja, uma Seção dotada de "m" entradas e "n" saídas, cuja matriz de incidência "C" é dada na figura A.2.

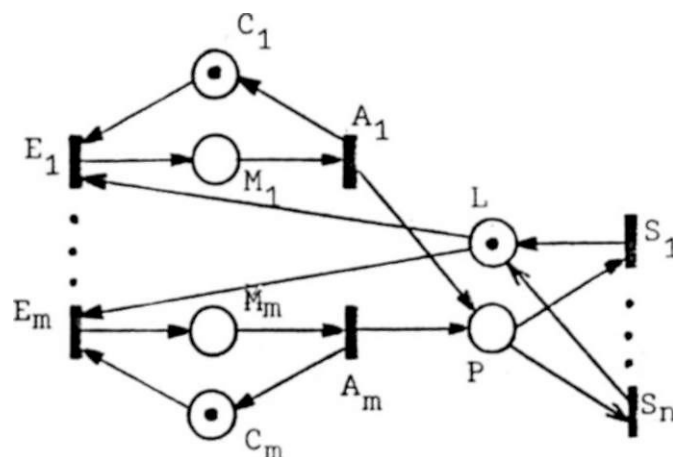


figura A.1: Modelo da Seção Múltipla.

$$\begin{array}{r}
\begin{array}{c} \text{c} = \end{array} \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccc|c}
\text{-> E1} & A1 & \dots & Em & Ara & SI & Sn & \\ \hline
-1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
1 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 1 & \dots & 0 & 1 & -1 & \dots & -1 \\
-1 & 0 & \dots & -1 & 0 & 1 & \dots & 1
\end{array} \right] \begin{array}{l} \\ \\ C1 \\ M1 \\ \\ Cm \\ Am \\ P \\ L \end{array} \\
\end{array} \quad \begin{array}{l} \text{_lugares} \\ \\ \\ \\ \\ \text{eq.A.1} \\ \\ \\ \end{array} \\
\end{array} \quad [2(m+1)], [2m+n]$$

figura A.2: Matriz de incidência para a rede da figura A.1.

Observa-se que esta matriz tem $[2(m+U)]$ linhas, uma para cada lugar e $[2m+n]$ colunas, uma para cada transição da rede.

A.1.1. Invariantes de Lugar

Considere o vetor lugar I_p dado por:

$$\begin{array}{cccccccc}
C1 & M1 & \dots & Cm & Mm & P & L & \longleftarrow \text{lugares} \\
I_p = [& c_u, & a_{2_2}, & \dots & a_{2_m-x}, & a_{3_m}, & a_{1_m-i}, & a_{2_m < . 2}] . \quad \text{eq.A.2}
\end{array}$$

Conforme definição 3.2, os invariantes de lugar são soluções do sistema de equações lineares do tipo $I_p.C = 0$. Fazendo o produto matricial tem-se as seguintes equações:

$$\begin{array}{l}
\longrightarrow \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \quad \text{eq.A.3a} \\
c_{t=i-x} - o_{2i} + a_{2_m}.1
\end{array}$$

ou

$$a_{2i} = c_{2i-1} + a_{i-1} \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \text{ e se,} \quad \text{eq.A.3b}$$

$$0_{2m \times 1} = c_{f_{2i \rightarrow 2}} \text{ Ct.}$$

A partir das equações A.3, o vetor lugar I_p (eq.A.2), assume a seguinte forma:

$$I_p = [c_u, Q_x + a, \dots, a_{2n-1}, a_{2n} - i + a, a, a]. \quad \text{eq.A.4}$$

Os invariantes de lugar, são calculados atribuindo-se aos "a" na eq.A.4, os seguintes valores dados abaixo, (ver eq.A.5):

$$Q_x, a, a_{2n-1}, a_{2n} \quad \text{eq.A.5}$$

Para estes valores é evidente que a rede da figura A.1, possui $m+1$ invariantes de lugar. São eles:

$$I_{p(i)} = [c_u, Q_x, a_1, a^*, \dots, a_n, c_u, 0, 0] \quad \text{eq.A.6}$$

$$I_{p(m+1)} = [0, 1, \dots, 0, 1, \dots, 0, 1, 1, 1]$$

onde,

$$a_i = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq k \\ 1, & \text{se } i = k \end{cases}$$

para $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Observa-se que o modelo de uma Seção Múltipla com "m" entradas possui m+1 invariantes de lugar e independe de numero "n" de saidas. Por exemplo, uma rede com uma entrada (m = 1) e "n" saidas, possui somente dois invariantes de lugar.

A.1.2. Invariantes de Transição

Seja agora, o vetor transição dado por.-

$$\begin{matrix}
 E_1 & A_1 & \dots & E_m & A_m & S_1 & \dots & S_n & \leftarrow & \text{transições} \\
 I_t = [& 3x, & B_a, & \dots, & 0_{aem-i}, & 3_{asm}, & B_{2_{m+1}}, & \dots, & 3_{atm+n} &]. \quad \text{eq.A.7}
 \end{matrix}$$

Conforme definição 3.1, os invariantes de transição são soluções do sistema de equações lineares do tipo $C U = 0$. Fazendo o produto matricial tem-se as seguintes equações:

$$B_{zj-i} - P_{zj} = 0 \longrightarrow \text{para } j = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n B_{2_{2j}} * j - \sum_{j=i}^m E_{0_{2j}} - i = 0 \quad \text{eq.A.Sa}$$

$$\sum_{j=1}^m (3_j - E_{Pzm+j}) = 0, \text{ ou}$$

$$3_{ZJ-I} = 0 \quad 2_j = 0 \quad j \longrightarrow \text{para } j = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^m \quad \text{eq.A.8b}$$

A partir das equações A.8, o vetor transição I_t (eq.A.2), assume a seguinte forma:

$$\begin{matrix}
 E_1 & A_1 & \dots & E_i & A_i & \dots & E_m & A_m & S_1 & \dots & S_j & \dots & S_n \\
 I_t = [& 0x, & 3x, & \dots, & 13_4, & 0_4, & \dots, & 3_m, & 0_m, & 3_{am}^{**}, & \dots, & \dots, & B_{2_m} * n &].
 \end{matrix} \quad \text{eq.A.9}$$

Os invariantes de transição são calculados atribuindo-se às 2m primeiras incógnitas na eq.A.9, os seguintes valores dados abaixo (ver eq.A.10):

$$\begin{array}{cccc|cc}
 3x, B_{ij}, & \dots, & I_{ij} & \dots & P_{ij} & \\
 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 & & & & & & \\
 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \\
 & & & & & & \\
 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1.
 \end{array}$$

eq.A.10

É evidente que para estes A. 8, a soma de todas as "n" últimas incógnitas (B_{1m}, \dots, B_{nm}) associadas às transições de saída (S_1, \dots, S_n), deve ser igual à unidade, isto é,

$$\sum_{j=1}^n B_{ij} = \sum_{j=1}^m P_{ij} = 1.$$

eq.A.11

Para estes valores (eq.A.10) e considerando a equação A.11, a rede da figura A.1 possui "m.n" invariantes de transição. São eles:

$$I_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ 1, & \text{se } i = j \end{cases}$$

eq.A.12

onde,

$$P_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ 1, & \text{se } i = j \end{cases}$$

para $i = 1, 2, 3, \dots, m$, e

$$f_{3*j} = \begin{cases} 0, & \text{se } j \neq q \\ 1, & \text{se } j = q \end{cases} \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots$$

A partir das equações A.12, o invariante $I_t(i, j)$ corresponde àquela saída S_j que pode ser alcançada a partir de qualquer uma das "ra" entradas E_i da rede. Observa-se que uma rede com "m" entradas e "n" saídas possui "m.n" invariantes de transição. Portanto, o número de invariantes dependerá do número de entradas e saídas da rede. Uma saída pode ser alcançada a partir de "m" entradas. Assim, para cada saída, a rede possui "m" invariantes de transição. Posto que a rede possui "n" saídas, então o produto "m.n" é a quantidade total de invariantes de transição da rede.

Os modelos de Redes de Petri das Seções estudadas no capítulo V, podem ser obtidas diretamente do modelo Seção Múltipla, observando-se os seguintes casos:

- . $m = 1$ e $n = 1$, tem-se Seção Simples;
- . $m = 2$ e $n = 1$, tem-se Seção com Duas Entradas;
- . $m = 1$ e $n = 2$, tem-se Seção com Duas Saídas.

A seguir serão obtidos os invariantes em cada caso, a partir dos invariantes do modelo da Seção Múltipla.

A.2. Seção Simples

A rede da figura 5.1 (ver cap. V) modela uma Seção dotada de uma entrada e uma saída.

A.2.1. Invariantes de Lugar

Os invariantes de lugar são obtidos diretamente, fazendo-se $m = 1$ nas equações A.6. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{cccc} C1 & M1 & P & L \leftarrow \text{lugares} \\ I_{p1} = [& 1 & 1 & 0 & 0 &] \\ I_{p2} = [& 0 & 1 & 1 & 1 &] . \end{array}$$

A.2.2. Invariantes de Transição

Os invariantes de transição são obtidos diretamente, fazendo-se $m = 1$ e $n = 1$ nas equações A.12. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{ccc} E1 & A1 & SI \leftarrow \text{transições} \\ I_t(1.1) = [& 1 & 1 & 1 &] . \end{array}$$

A.3. Seção com Duas Entradas

A rede da figura 5.2 modela uma Seção dotada de duas entradas e uma saída.

A.3.1. Invariantes de Lugar

Da mesma forma, os invariantes de lugar são obtidos diretamente, fazendo-se $m = 2$ nas equações A.6. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{cccccc} C1 & M1 & C2 & M2 & P & L \leftarrow \text{lugares} \\ I_{p1} = [& 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ I_{p2} = [& 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 &] \\ I_{p3} = [& 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 3 . \end{array}$$

A.3.2. Invariantes de Transição

Os invariantes de transição são obtidos diretamente, fazendo-se $m = 2$ e $n = 1$ nas equações A.12. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{ccccc} E1 & A1 & E2 & A2 & SI \text{ <---transições} \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}]$$

A.4. Seção com Duas Saldas

A rede da figura 5.3 modela uma Seção dotada de uma entrada e duas saídas.

A.4.1. Invariantes de Lugar

Como os invariantes de lugar independem do número de saídas, então, neste caso, esta Seção possui os mesmos invariantes do modelo da Seção Simples.

A.4.2. Invariantes de Transição

Os invariantes de transição são obtidos diretamente, fazendo-se $m = 1$ e $n = 2$ nas equações A.12. Estes invariantes são:

$$\begin{array}{ccccc} E1 & A1 & SI & S2 & \text{<---transições} \\ It(1,1) & = & [& 1 & 1 & 1 & 0 &] \\ It(1,2) & = & [& 1 & 1 & 0 & 1 &]. \end{array}$$

B. OBTENÇÃO DOS INVARIANTES DO MODELO DAS VIAS

Este apêndice é dedicado à obtenção dos invariantes de lugar e transição do modelo das Vias. A obtenção tem por base os invariantes do modelo das Seções obtidos no apêndice A.

B.1. Via Normal

O modelo de uma Via Normal (ver figura 5.4) é formado por composição a partir do modelo de duas Seções Simples RI e R2, pela fusão dos seguintes lugares:

Cd com Le obtendo-se o lugar C;

. Ld com Ce obtendo-se o lugar L;

B.1.1. Invariantes de Lugar

Consideram-se os invariantes de lugar do modelo de cada Seção. São eles:

. Sub-rede RI:

$$\begin{array}{rcccl} & Md & Pd & Cd & Ld & \leftarrow \text{lugares} \\ Ip1 & [& 1 & 1 & 0 & 1 &] \\ Ip2 & [& 1 & 0 & 1 & 0 &] . \\ & & & \backslash & \backslash & & \\ & & & & & & \text{lugares fundidos} \end{array}$$

. Sub-rede R2:

$$\begin{array}{cccc}
 & \text{Le} & \text{Ce} & \text{Me} & \text{Pe} & \leftarrow \text{lugares} \\
 \text{Ip3} = & [& 0 & 1 & 1 & 0 &] \\
 \text{Ip4} = & [& 1 & 0 & 1 & 1 &] . \\
 & & \backslash & & \backslash & & \\
 & & & & & & \text{-----} \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

Usando agora a notação da eq.3.9 e aos invariantes de RI e R2, obtém-se os invariantes de lugar do modelo desta Via. São eles:

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{Md} & \text{Pd} & \text{C} & \text{L} & \text{Me} & \text{Pe} & < \\
 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 &] \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 &] . \\
 & & & \backslash & & \backslash & \\
 & & & \text{-----} & & & \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

B.1.2. Invariantes de Transição

Aplicando as eq.3.4 aos invariantes de transição do modelo de cada Seção Simples, tem-se:

. Sub-rede RI:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Ed} & \text{Ad} & \text{Sd} & \leftrightarrow & \text{El} & \text{-----} \text{transições} \\
 \text{It1} = & [& 1 & 1 & 1 &] = [\text{VI}] .
 \end{array}$$

. Sub-rede R2:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Ee} & \text{Ae} & \text{Se} & \leftrightarrow & \text{E2} & \text{-----} \text{transições} \\
 \text{It2} = & [& 1 & 1 & 1 &] = [\text{V2}] .
 \end{array}$$

Aplicando agora as eq.3.5 aos invariantes de RI e R2

obtém-se os invariantes de transição do modelo desta Via. São eles :

$$\begin{array}{l}
 E1 \quad E2 \quad \langle \text{---} \rangle \quad E_d \quad A_d \quad S_d \quad E_e \quad A_e \quad S_e \quad \langle \text{---} \rangle \text{transições} \\
 I_{ta} = [\quad V1 \quad 0 \quad] \text{ --> } I_{ta} = [\quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad] \\
 I_{tb} = [\quad 0 \quad V2 \quad] \text{ --> } I_{tb} = [\quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad] .
 \end{array}$$

B.2. Via Bifurcada

O modelo de uma Via Bifurcada (ver figura 5.5) é formado por composição a partir do modelo da Seção com Duas Sidas RI mais o modelo da Seção Simples R2, pela fusão dos seguintes lugares:

- . Cd com Le obtendo-se o lugar C;
- . Ld com Ce obtendo-se o lugar L;

B.2.1. Invariantes de Lugar

Este modelo possui os mesmos invariantes de lugar do modelo da Via Normal.

B.2.2. Invariantes de Transição

Aplicando as eq.3.4 aos invariantes de transição das sub-redes RI e R2, tem-se:

- . Sub-rede RI:

$$\begin{array}{l}
 E_d \quad A_d \quad S1 \quad S2 \quad \langle \text{---} \rangle \quad E1 \quad \langle \text{---} \rangle \text{transições} \\
 I_{t1} = [\quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad] = [\quad V \quad 1 \quad] \\
 I_{t2} = [\quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad] \cdot I_{V2} .
 \end{array}$$

Sub-rede R2:

$$Ee \quad Ae \quad Se \quad \leftrightarrow \quad E2 \quad \text{<---transi\c{c}o\~{e}s}$$

$$It3 = [1 \quad 1 \quad 1] = [V3] .$$

Aplicando agora as eq.3.5 aos invariantes de RI e R2 obtém-se os invariantes de transição do modelo desta Via. São eles:

$$E1 \quad E2 \quad \leftrightarrow \quad Ed \quad Ad \quad SI \quad S2 \quad Ee \quad Ae \quad Se \quad \text{<---transi\c{c}o\~{e}s}$$

$$Ita = [VI \quad 0] \rightarrow Ita = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$Itb = [V2 \quad 0] \rightarrow Itb = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$Itc = [0 \quad V3] \rightarrow Itc = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1] .$$

B.3. Via em "Y"

O modelo de uma Via em "Y" (ver figura 5.6) é formado por composição a partir do modelo de uma Seção com Duas Entradas R2 mais o modelo de duas Seções Simples RI e R3, pela fusão dos seguintes lugares:

- . Cd1 com Cd2 com Le obtendo-se o lugar C;
- . Ld1 com Cel obtendo-se o lugar LI;
- . Ld2 com Ce2 obtendo-se o lugar L2;

A obtenção dos invariantes do modelo desta Via segue os seguintes passos:

- . 1) Obter os invariantes de lugar e transição da rede parcial Ri que resulta da composição das redes RI e R3, pela fusão dos lugares Cd1 com Cd2, obtendo-se o lugar Ci;

- . 2) Obter os invariantes de lugar e transição da rede global (Via em "Y") que resulta da composição das redes R2 e Ri, pela fusão dos seguintes lugares:

Ci com Le obtendo-se o lugar Ci;

. Ld1 com Ce1 obtendo-se o lugar LI;

. Ld2 com Ce2 obtendo-se o lugar L2;

B.3.1. Invariantes de Lugar

Considera-se os invariantes de lugar do modelo de cada Seção. São eles:

. Sub-rede RI:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Md1} & \text{Ld1} & \text{Pd1} & \text{Cd1} & \leftarrow \text{lugares} \\
 \text{Ip1} = [& 1 & 1 & 1 & 0] \\
 \text{Ip2} = [& 1 & 0 & 0 & 1] \\
 & & & \backslash & \leftarrow \text{lugares fundido}
 \end{array}$$

. Sub-rede R2:

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{Me1} & \text{Me2} & \text{Pe} & \text{Ce1} & \text{Ce2} & \text{Le} & \leftarrow \text{lugares} \\
 \text{Ip3} = [& 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0] \\
 \text{Ip4} = [& 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0] \\
 \text{Ip5} = [& 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1] \\
 & & & \backslash & \backslash & \backslash & \leftarrow \text{lugares fundidos}
 \end{array}$$

Sub-rede R3:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Cd2} & \text{Md2} & \text{Ld2} & \text{Pd2} & \leftarrow \text{lugares} \\
 = [& 0 & 1 & 1 & 1 & 3 \\
 = [& 1 & 1 & 0 & 0] \\
 & & \backslash & & \leftarrow \text{lugares fundido}
 \end{array}$$

. Passo 1) Obtenção dos invariantes de lugar da rede Ri.

Aplicando a notação da eq.3.9 e as equações 3.8f aos invariantes I_{p1} e I_{p6}, tem-se:

$$J[I_{p1}, I_{p6}] = I_{pu} \text{ ou } I_{pv}.$$

De forma semelhante, aplicando a eq.3.8b aos invariantes I_{p2} e I_{p7}, tem-se:

$$J[I_{p2}, I_{p7}] = I_{px},$$

onde,

	Md1	Ld1	PD1	Ci	Md2	Ld2	Pd2	
I _{pu} =	[1	1	1	0	0	0	0]	
I _{pv} =	C P	0	0	0	1	1	1]	
I _{px} =	[1	0	0	1	1	0	0 3	
		\		\		\		<--lugares fundidos

. Passo 2) Obtenção dos invariantes de lugar da rede global.

Aplicando agora a notação da eq.3.9 e a eq.3.8b aos invariantes de Ri e R2, tem-se:

$$J[I_{p3}, I_{pu}] = I_{pa}; \quad J[I_{p4}, I_{pv}] = I_{pb} \text{ e } J[I_{p5}, I_{px}] = I_{pc}$$

onde,

	Me1	Me2	Pe	L1	L2	C	Md1	Pd1	Md2	Pd2	<-----lugares
I _{pa} =	[1	0	0	1	0	0	1	1	0	0]	
I _{pb} =	[0	1	0	0	1	0	0	0	1	1]	
I _{pc} =	[1	1	1	0	0	1	1	0	1	0].	
				\	\	\					<---lugares fundidos

B.3.2. Invariantes de Transição

Aplicando as eq.3.4 aos invariantes de transição de cada sub-rede, tem-se:

. Sub-rede RI:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \text{Edi} & \text{Adi} & \text{Sd1} & \langle - \rangle & \text{E1} & \longleftarrow \text{ transições de RI} \\
 \text{It1} = & [1 & 1 & 1 & 3 & = & [\text{VI} \quad 1].
 \end{array}$$

Sub--rede R2:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & \text{Ee1} & \text{Ae1} & \text{Ee2} & \text{Ae2} & \text{Se} & \langle - - \rangle & \text{E2} & \langle - - \rangle & \text{transições de R2} \\
 \text{It2} = & [1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & = & [\text{V2} & 3 \\
 \text{It3} = & [0 & C & 1 & 1 & 1 & 3 & = & [\text{V3}] .
 \end{array}$$

Sub--rede R3:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \text{Ed2} & \text{Ad2} & \text{Sd2} & \langle - \rangle & \text{E3} & \langle - \rangle & \text{transições de R3} \\
 \text{It4} = & [1 & 1 & 1 & 3 & = & [\text{V4} \quad 1].
 \end{array}$$

. Passo 1) Obtenção dos invariantes de transição da rede Ri.

Aplicando as eq.3.5 aos invariantes de RI e R3 obtém-se os invariantes de transição de Ri. São eles:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & \text{transições de Ri} \\
 & & & & & & / \\
 \text{E1} & \text{E3} & \langle - \rangle & \text{Edi} & \text{Adi} & \text{Sd1} & \text{Ee2} & \text{Ae2} & \text{Se2} & \langle - - \rangle & \text{Ei} \\
 \text{Itu} = & [\text{VI} & 0 & 3 & - \rangle & \text{Itu} = & [1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0] & = & [\text{Vu}] \\
 \text{Itv} = & [0 & \text{V4}] & - \rangle & \text{Itv} = & [0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1] & = & [\text{Vv}] .
 \end{array}$$

. Passo 2) Obtenção dos invariantes de transição da rede gobal.

Aplicando agora as eq.3.5 aos invariantes de R_1 e R_2 , obtém-se os invariantes as transição do modelo desta Via, são eles :

$E_i \quad F_2 \leftarrow$ transições de R_y

$$I_{ta} = [V_u \quad 0]$$

$$I_{tb} = [V_v \quad 0]$$

$$I_{tc} = [0 \quad V_2 \quad 3]$$

$$I_{td} = [0 \quad V_3] ,$$

onde,

	E_{d1}	A_{d1}	S_{d1}	E_{e2}	A_{e2}	S_{e2}	E_{e1}	A_{e1}	E_{e2}	A_{e2}	S_{e2}	$<-$
$I_{ta} = [$	1	1	1	0	0	0	α	0	0	0	0	$]$
$I_{tb} = [$	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	$]$
$I_{tc} = [$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	$]$
$I_{td} = [$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	$]$.

B.4. Via Terminal

O modelo de uma Via Terminal (ver figura 5.7) é formado pela composição do modelo de duas Seções Simples R_1 e R_2 , pela fusão dos seguintes lugares e transições:

- . C_d com L_e obtendo-se o lugar C ;
- . S_d com E_e obtendo-se a transição T ;

B.4.1. Invariantes de Lugar

Conforme definição 3.2, os invariantes de lugar são soluções do sistema de equações lineares do tipo: