TESE DE MESTRADO

# RECONHECIMENTO, ATRAVÉS DE UM SISTEMA DE AQUISIÇÃO LIMIAR, DE CLASSES DE TEXTURAS REPRESENTADAS POR CAMPOS ALEATÓRIOS GAUSSIANOS CAUSAIS.

MaAce.£o *Joòí Ca.n.no.ÍKo* Leão

DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CIDADE UNIVERSITÁRIA
RECIFE - BRASIL

- 1982 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS

# RECONHECIMENTO, ATRAVÉS DE UM SISTEMA DE AQUISIÇÃO LIMIAR, DE CLASSES DE TEXTURAS REPRESENTADAS POR CAMPO ALEATÓRIOS GAUSSIANOS CAUSAIS.

**Ma/ice£o Jo-ôe *Caine.in.0* Leão**

Tese apresentada ao Departamento de Eletrônica e Sistemas da Universidade Federal de Pernambuco para a obtenção do grau de Mestre.

Orientador: ***Go.tia.ld Jcan Vtianclò Banon***

Dezembro - 1982

A *minha e.òpoòa, Vana*
*Luz* e *Cotação-*

*Aoò mzuò Pai*,*
*com Gratidão.*

Ao4 *mzixò ItimcLOò,*
*"VaqaV-e.* de *"La*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus.

Ao Professor Banon, meu Orientador, pelo encorajamento, confiança e otimismo depositados neste trabalho, através da sua larga experiência como pesquisador e, sobretudo, como pessoa humana.

A minha esposa, não somente pela ajuda nos trabalhos manuscritos, como também pelo incentivo e apoio indispensáveis nas horas mais difíceis.

Aos Professores Fernando Menezes, Carlos Kubrusly, Clylton Galamba e Zacharias Candeias por aceitarem participar da Banca Examinadora e pelas oportunas e valiosas sugestões.

# RESUMO

Neste trabalho, um quantizador elementar de dois níveis é utilizado, para fins de Identificação' e Reconhecimento de classes de texturas. Estas texturas são consideradas como realizações de um campo aleatório estacionário, separável, causal e Gaussiano, cuja representação interna envolve três parâmetros ía$_{n}$, a$_{ni}$ e o$^{2}$).

# ABSTRACT

In this work an elementary two levels quantizer is used for Identification and Recognition of textures classes. These textures are considered as sampling of a Gaussian causal separable stationary random field, whose the internal representation involves three parameters ($oc_{in}$, $a_{n}$-, e $a^{2}$).

# S U M Á R I O

a

Pág.

## LISTA DE SÍMBOLOS PRINCIPAIS

AR (P) - Campo Autoregressivo de Ordem P.

$X_{i,j}$ - Variável Aleatória Bidimensional ( i , j = 1,2,..., N).

{$X_{i,j}$; i,j = 1,2,...,N} ou {$X_{i,j}$} - Campo Aleatório Contendo as variáveis Aleatórias $X_{i,j}$. ( i , j = 1,2,...,N).

ℝ - Conjunto dos Reais

Z - Conjunto dos Inteiros Relativos

Z+ - Conjunto dos Inteiros Positivos

$\alpha_{k,l}$ ou $\alpha_{kl}$ - Parâmetro de um Campo Autoregressivo, para todo k, l pertencente A Z.

$\beta$ - Parâmetro de um Campo Autoregressivo.

$\forall$ - Para todo valor

E [.] - Operador Esperança Matemática.

E[$X_{i,j}$] - Esperança Matemática da Variável Aleatória $X_{i,j}$.

R (k, l) - Função de Covariância do Campo Aleatório contendo as Variáveis Aleatórias $X_{i,j}$, i , j = 1,2,...,N e $\forall$ k, l e e.

$\Sigma_p$ - Matriz de Covariância de Ordem P.

$\alpha_p$ - Matriz dos Parâmetros $\alpha_{kl}$ do Campo Autoregressivo de Ordem P.

$X_p$ - Matriz de Ordem P das Variáveis Aleatórias $X_{i-k,j-l}$ com i , j = 1,2,...,N , $\forall$ k, l $\geq$ 0 e k + l $\neq$ 0,

Rp - Matriz da Função de Covariância Definida por:

$$R_p = E[X_p \cdot X_{i,j}].$$

G - Matriz Nula

$\underline{a}'_P$ ou $\underline{a}^*_P$ - Transposta da Matriz $\underline{a}_P$ .

Adj. X - Matriz Adjunta da Matriz X.

| X | ou de t. X - Determinante da Matriz

| X | - Módulo do Escalar X.

X - Estimador da Variável Aleatória X.

# CAPÍTULO - 1

# INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

Nos problemas de análise, identificação e reconhecimento de imagens, frequente uso tem sido feito das propriedades de texturas [8]*, [10]*. Embora não exista uma abordagem formal ou mesmo uma definição precisa de texturas, de um modo geral estas podem ser vistas como propriedades de uma imagem, ou região desta, apresentando Características de Organização Estrutural, Probabilística ou Funcional entre seus "Pixels" (Pontos que formam uma Imagem).

Para imagens naturais de áreas isoladas, tais como de uma vegetação, de uma região arenosa, etc, verifica-se que as características de Organização Estrutural raramente possuem um comportamento determinístico. Desse modo, uma textura natural pode ser considerada como o resultado de uma amostragem de um processo aleatório em duas dimensões (campo aleatório) descrito por seus Parâmetros Estatísticos [14]*.

Isto permite que a representação de texturas artificiais, resultantes de realizações de campos aleatórios, apresentem uma boa aproximação do caso real.

O objetivo deste trabalho é o de utilizar um sistema de aquisição o mais elementar possível, para fins de identificação e reconhecimento de classes de texturas. Neste último caso, o problema está diretamente associado com a área de reconhecimento de padrões, que tem por finalidade determinar a categoria (ou classe) de uma amostra, ou um conjunto de medidas, as quais são extraídas para a representação desses padrões.

## 1.1 - TÉCNICAS DE RECONHECIMENTO DE PADRÕES:

As diferentes técnicas matemáticas utilizadas para solucionar os problemas de reconhecimento de padrões podem' ser expressas por dois métodos gerais que são: o método de decisão (ou Discriminante) e o método Estrutural (ou de sintaxe) [16]*.

No método de decisão, através de uma observação, ou processo de medida, obtém-se um conjunto de números que compõem um vetor de observação [9]*. Este vetor observação serve como entrada para uma regra de decisão, que atribui a uma amostra uma classe dentre várias classes existentes. Dessa maneira, o reconhecimento de cada padrão é normalmente feito por intermédio da partição do espaço de observação em regiões onde cada uma dessas regiões pertence a uma determinada classe. Quando' as funções de densidades de probabilidade condicional dos vetores de observação de cada classe são conhecidas, ou podem ser precisamente estimadas, a regra de decisão de Bayes que minimiza a probabilidade de erro de reconhecimento pode ser estabelecida. Isto permite que o estudo de reconhecimento de padrões se torne' um problema de Teste de Hipótese Estatística.

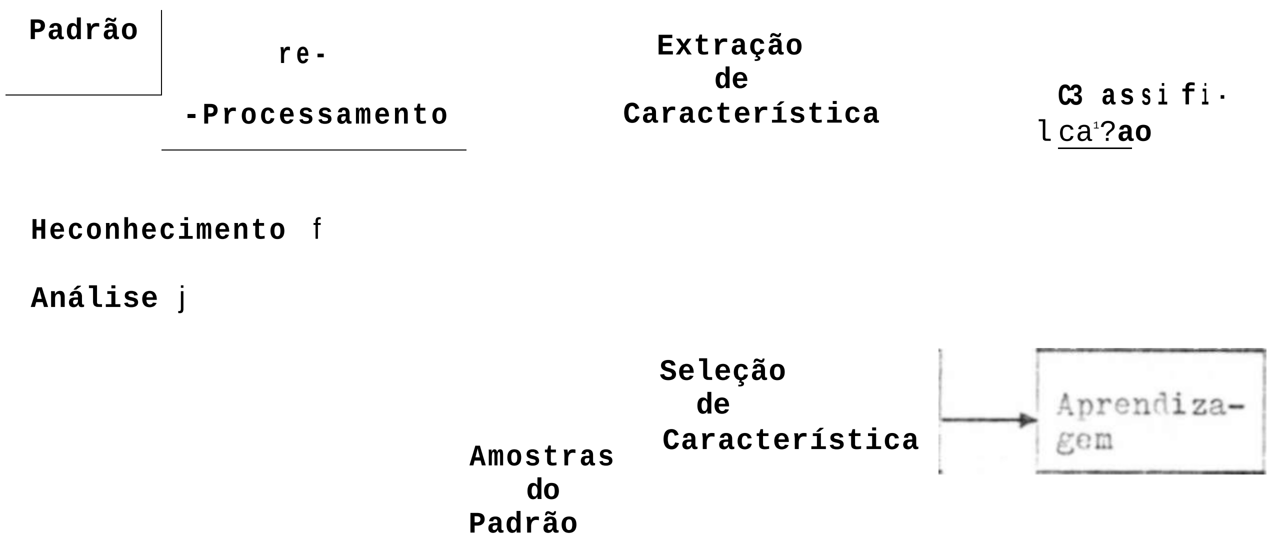
Quanto ao método Estrutural, um padrão é representado por uma sentença numa linguagem, especificada por uma gramática [16]*. Esta linguagem fornece a descrição estrutural ' dos padrões em termos de padrões primitivos ou sub-padrões. As ' regras que estabelecem a composição desses padrões primitivos ( ou simplesmente primitivos) em padrões propriamente ditos são especificadas por uma gramática padrão.

Em algumas aplicações ambos métodos acima descritos podem ser usados. Por exemplo, em certos tipos de problemas que tratam de padrões complexos, o método de decisão é comumente eficaz para o reconhecimento de padrões primitivos, enquanto o método estrutural tanto pode ser usado para o reconhecimento dos primitivos como do próprio padrão. Nesse caso, a exploração da Informação Estrutural dos Padrões torna-se fundamental no processo de reconhecimento.

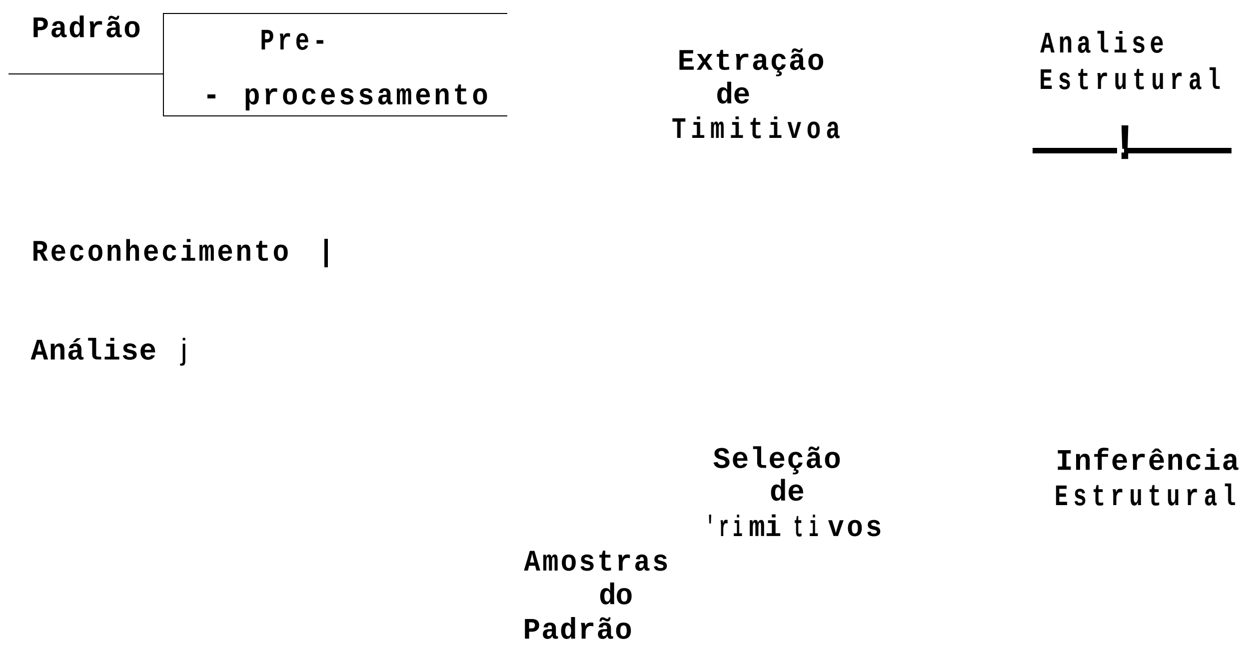
Conforme indicado nas figuras 1.1 e 1.2, o desenvolvimento de um sistema de reconhecimento consiste de duas fases distintas: A fase de análise ou aprendizagem e a fase de teste ou reconhecimento [16]*.

No método de decisão estatística a fase de análise (Fig. 1.1) consiste na seleção de características, Estimação de Parâmetros Estatísticos destas características (Quando* desconhecidos) e escolha do classificador, tudo isto baseado em amostras de padrões das classes envolvidas. Normalmente, a Estimação dos Parâmetros, bom como a escolha do classificador, são conhecidas como processo de aprendizagem.

A fase de análise no método estrutural (Fig. 1.2) consiste na seleção de primitivos (padrões cujo reconhecimento são de baixíssima complexidade), seguida do processo de obtenção de uma gramática (inferência estrutural ou gramatical), normalmente Estocástica, que descreva as sequências ou estruturas das diversas classes de padrões envolvidas.




i . 1.1 Diagrama cie Blocos de um Sistema de Reconhecimento de Padrão




'ig. 1.2 Diagrama de Blocos^ôe um Sistema de Reconhecimento de Padrão para o Método Estrutural.

A fase de reconhecimento para ambos os casos consiste em testar o desempenho do sistema através de amostras' de padrões das classes envolvidas. Caso o desempenho i~o seja ' satisfatório, volta-se a fase de análise. No método de decisão' estatística (ou simplesmente método de decisão), tanto a sele - ção de característica quanto o classificador poderão sofrer alterações (aprendizagem). Da mesma maneira, no caso estrutu-ral, a seleção de primitivos e a gramática inferida na fase de análise poderão ser alternadas (aprendizagem).

O processo de reconhecimento propriamente dito, de acordo com os métodos referidos, ocorre da seguinte ma - neira:

MÉTODO DE DECISÃO ESTATÍSTICA:

Um padrão de classe desconhecida é alimentada ao sistema, cujas características são extraídas, após um pré -processamento, formando assim um vetor característico ou vetor de observação. A partir deste vetor, o classificador toma uma decisão quanto a classe do padrão alimentado ao sistema.

MÉTODO ESTRUTURAL:

O padrão da classe desconhecida sofre um pré -processamento. Em seguida, os primitivos são extraídos de modo a representar, em forma de sequência (sentença), a estrutura To pológica dos padrões das classes envolvidas. O processo de re -

conhecimento consiste em analisar (analisador de sintaxe) gramaticalmente a sentença (ou sequência) formada. Assim, para cada' classe envolvida haverá uma gramática e cada classe de padrões' pode ser considerada como uma linguagem.

## 1.2 - IDENTIFICAÇÃO E RECONHECIMENTO DE TEXTURAS;

Neste trabalho, o problema de reconhecimento de classes de texturas será restrito á fase de análise, relacionada com o método de decisão e, em particular, com o mecanismo' de decisão de Bayes, para um teste de hipótese simples, ou seja onde cada amostra pertence a uma das duas classes C^ e C., E as funções densidades condicionais de probabilidades, bem como as probabilidades a priori de cada classe são supostamente conhecidas. Sendo a probabilidade de erro o parâmetro chave em reconhecimento de padrões, os limites superior e inferior da probabilidade de erro de classifacação para um determinado ciassificador de Bayes de mínimo erro (para uma "Função de Custo" ' simétrica) permitirão, neste trabalho, avaliar as performances' do reconhecimento de clasee de texturas, comparando em particular o desempenho do Sistema de Aquisição Ideal (SAI) com o sistema de Aquisição Elementar, denominado por sistema de aquisição limiar (SAL).

Estes dois sistemas de aquisição representarão neste trabalho o bloco de pré-processamento dos padrões (ou seja, das texturas), segundo as figuras 1.1 e 1.2. O processo ' de identificação e reconhecimento de texturas examinados neste trabalho está sintetizado no diagrama de blocos da Fig. 1.3.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Textura | Pre-Processamento (SAL) | Estimação dos Parâmetros característicos das texturas. | Performance da classificação de Bayes através de cotas Chernoff. |

Fig. 1.3 Identificação e Reconhecimento de Texturas.

## 1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO:

Em síntese, o capítulo 2 se preocupa com a representação das texturas, vistas como realizações de campos aleatórios autoregressivos separáveis de primeira ordem (AR(1)), cujas representações internas envolvem os Parâmetros (ou características Internas desse campo) &Qif C*JA e o (ou 3 ).

A determinação da relação explícita entre a função de covariância desse campo e os demais Parâmetros, acima referidos, são de fundamental importância no processo de aprendizagem (Identificação dos Parâmetros do campo AR (1) e escolha do vetor de observação). Este capítulo também discute os critérios de escolha do sistema de aquisição de dados, enfatizando , em particular, o sistema de aquisição limiar, utilizado no capítulo 3 para resolver os problemas de identificação e reconhecimento de classe de texturas, restritas a campos aleatórios Gaus

# CAPÍTULO - 2

## REPRESENTAÇÃO DAS TEXTURAS E APRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS.

# 2 - REPRESENTAÇÃO DAS TEXTURAS E APRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

## 2.1. - Campo Autoregressivo de Ordem P (AR(p))

As texturas analisadas neste trabalho são representadas por matrizes quadradas reais de dimensão NxN, e vistas como uma realização de um campo aleatório:

$$\{X_{i,j}; i, j = 1, \ldots, N\},$$

sendo o mesmo expresso de forma simplificada por $\{X_{i,j}\}$. Este campo, por sua vez, é considerado como um subcampo do campo aleatório real:

$\{X_{i,j}; i, j \in \mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos inteiros relativos. Nestes termos, uma textura será denotada matematicamente por:

$$\{X_{i,j}(w); i, j = 1, \ldots, N\},$$

ou simplesmente $\{X_{i,j}(w)\}$, onde $w$ é um elemento particular de $\Omega$ (espaço amostral de todas eventualidades aleatórias).

Supõe-se que $\{X_{i,j}; i, j \in \mathbb{Z}\}$ é um campo aleatório de segunda ordem ($EX_{i,j}^2 < \infty, \forall \; X$), estacionário (no sentido amplo) com média nula ($EX_{i,j} = 0$), de função de covariância $R_X$.

$$(R(k,Z)_X = EX_{-L,J}\, X_{i-N\,i\,J"<-i} \quad \forall\ k,l \in 1\ ),$$

verificando $R_X(0,0)_X > |R\ (k,£)|$, $\forall\ k+£ \neq 0$ e $k,£ > 0$

Se as variáveis (v.a.) do campo aleatório $\{X_{i,J}\}$ verificam:

$$X_{i\,i} = \sum^{P} \sum^{P} a_{k} \, r\, X_{i-k\ i-l} + \theta\ W_{i\,i} \qquad (2.1)$$

$$\forall\ k+l \neq 0, k,£ > 0,$$

com a condição de que pelo menos um dos seguintes parâmetros[1] seja diferente de zero:

1,P p-lfP/ P/l P'P

e se $\{W_{i,j}\}$ é um campo aleatório do tipo ruído branco com média nula e variância unitária, e satisfaz a seguinte propriedade:

$$E\,X_{i-k,j-r}\,W_{i,j} = 0, \quad \forall\ k+£ \neq 0 \ e\ k,t \geq 0 \qquad (2.2)$$

então $\{X_{i,j}\}$ é um campo autoregressivo de ordem P (AR(p)).

Observando as relações (2.1) e (2.2), pode-se provar, de acordo com a teoria da predição linear (pelo critério dos mínimos quadrados) aplicada ao caso bidimensional que:

$$*_{i,j} = \sum_{k=0}^{P} \sum_{£=0}^{P} a_k\ i"_{i-k,j-C}\ W \ldots \quad k+£ \neq 0 \ e\ k,£ \geq 0 \ -$$

representa o melhor preditor linear no sentido dos mínimos quadrados de X 113', dado todo passado, ou seja:

{ x i - k , j - r k' 1 - 0 e k + £ * Q} *

Como X. . depende somente dos elementos que ocorrem "antes" de X. j, esse preditor é denominado por preditor' causal (Fig.2.1).

* # # * • *

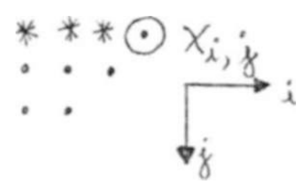



Fig.2.1. - REGIÃO DE PREDIÇÃO CAUSAL DE X. ,. '/3

## 2.2 - Proposições

As proposições a seguir têm como objetivo determinar de um modo genérico os parâmetros do campo AR(p) e, em particular, do campo AR(1) em função dos elementos da matriz de covariância, para fins de identificação e reconhecimento de classes de texturas. Por razoes de simplificação nos cálculos desses parâmetros, e por serem utilizados neste trabalho para a obtenção dos resultados experimentais por simulação, os campos AR(1) separáveis serão analisados mais detalhadamente. Esta última restrição para o campo AR(1) não diminui sua importância, no que diz respeito a sua aplicabilidade nas diversas áreas de processamento de imagens |11|.

2.2.1 - Proposição-1 (Determinação dos Parâmetros $\alpha_p$ e $\beta$ do Campo AR(p)):

Seja $\Sigma_p = E X_p X_p^T$ a matriz de covariância do Campo AR(p) e as matrizes $\alpha_p$, $X_p$ e $R_p$ definidas por:

$$\alpha_p = \begin{bmatrix} \alpha_{01} \\ \vdots \\ \alpha_{0p} \\ \alpha_{10} \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_{p0} \\ \vdots \\ \alpha_{pp} \end{bmatrix}, \quad X_p = \begin{bmatrix} X_{i,j-1} \\ \vdots \\ X_{i,j-p} \\ X_{i-1,j} \\ \vdots \\ X_{i-1,j-p} \\ \vdots \\ X_{i-p,j} \\ \vdots \\ X_{i-p,j-p} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad R_p = E X_p X_{ij} = \begin{bmatrix} R(0,1) \\ \vdots \\ R(0,p) \\ R(1,0) \\ \vdots \\ R(1,p) \\ \vdots \\ R(p,0) \\ \vdots \\ R(p,p) \end{bmatrix}$$

se $\Sigma_p$ é não singular, então

$$\alpha_p = \Sigma_p^{-1} \cdot R_p \tag{2.3}$$

e

$$B^2 = R_X(0,0) - R'_p . Z_p^{-1} . R_p \,, \qquad (2.4)$$

onde $R_X(0,0)$ ê a variância do campo $\{X_{i,j}\}$ .

Prova:

O somatório de (2.1) pode ser escrito em função de $\alpha_p$ e $X_p$ segundo a relação:

$$X_{i,j} = \alpha'_p . X_p + BW_{i,j} \,, \qquad (2.5a)$$

ou, de maneira equivalente:

$$X_{i,j} = X'_p . \alpha_p + BW_{i,j} \,, \qquad (2.5b)$$

onde:

$\alpha'_p$ e $X'_p$ são as transpostas das matrizes $\alpha_p$ e $X_p$, respectivamente.

Multiplicando ambos os membros de (2.5b) por $X_p$ e aplicando o operador esperança matemática $E|\cdot|$, obtém-se:

$$E X_p . X_{i,j} = E X_p . X'_p . \alpha_p + E B . W_{i,j} . X_p$$

$$= (E X_p . X'_p) . \alpha_p + E B . W_{i,j} . X_p$$

Verifica-se nesta relação que:

$E B . W_{i,j} . X_p = 0$ de acordo com (2.2), $E X_p . X'_p = Z_p$ e

$E\underline{X}_p . X_{i,j} = \underline{R}_p$ .

Assim sendo:

$\underline{R}_p = Z_p . \underline{a}_p$. o que implica em: $\underline{a}_p = Z_p^{-1} . \underline{R}_p$ , onde $Z_p^{-1}$ e a matriz inversa de $Z_p$ .

Considerando (2.5a) e (2.5b) é possível escrever $X_{i,j}^2$ como segue:

$$X_{i,j}^2 = [\underline{a}_p' . \underline{X}_p + \beta W_{i,j}] . [\underline{X}_p' . \underline{a}_p + \beta W_{i,j}]$$

ou fazendo a distribuição:

$$X_{i,j}^2 = \underline{a}_p' . \underline{X}_p . \underline{X}_p' . \underline{a}_p + \underline{a}_p' . \underline{X}_p . \beta W_{i,j} + \beta W_{i,j} . \underline{X}_p' . \underline{a}_p + \beta^2 W_{i,j}^2$$

Aplicando E[•]:

$$EX_{i,j}^2 = E\underline{a}_p' . \underline{X}_p . \underline{X}_p' . \underline{a}_p + \beta^2$$

$$= \underline{a}_p' (E\underline{X}_p . \underline{X}_p') . \underline{a}_p + \beta^2 ,$$

uma vez que por hipótese

$$EW^2$$

e consequentemente:

$$E[X_{i/D} . X'_p] = 0.$$

Como $E[X_p . X'_p] = \Sigma_p$, então:

$$EX^2_{i/D} = a'_p . \Sigma_p . a_p + \sigma^2.$$

De (2.3): $a_p = \Sigma_p^{-1} . R_p$, cuja transposta é dada por

$$a'_p = R'_p (\Sigma_p^{-1})'$$

Fazendo a substituição de $a_p$ e $a'_p$ em $EX^2_{i/D}$.

$$EX^2_{i/D} = R'_p (\Sigma_p^{-1})' \cdot \Sigma_p \cdot \Sigma_p^{-1} . R_p + \sigma^2.$$

Sendo a matriz de covariância simétrica:

$(\Sigma_p^{-1})' = \Sigma_p^{-1}$, tem-se finalmente que

$$\sigma^2 = EX^2_{i/D} - R'_p . \Sigma_p^{-1} . R_p .$$

### 2.2.2 - Definição do Campo Aleatório Separável

Um campo aleatório $\{X_{i/D}\}$ é dito separável, se e somente se sua função de covariância satisfaz a condição:

$$R_x(k,\ell) = \frac{R_x(0,\ell).R_x(k,0)}{R_x(0,0)} \qquad (2.6)$$

com R C0,0) *f* Q, V v / 1 *
X K • *»
ou em termos da função de covariancia Padronizada Kx:

K <k,£) = K(0,f.).K (k,0),

onde;

$$K\ (k,\pounds l = \frac{R_{\pounds}\ lk,l)}{R_x(0,0)} \qquad (2.7)$$

com $R_x(0,0)$ ? 0, $V_{k,\pounds}$ E £

2.2.3 - Proposição - 2 (Determinação dos Parâmetros ctj^ ^
2
e 8 para um Campo AR(1) Separável)'•

Se o campo ARCU é separável e a função R verifi
ca a condição $R_X$ (Q/Q) > $|R_X$ (k,2) | v/ >o k+£ ? 0 então :
K / -c —

$$\left|\ ^a0i\ \right| = \left|\ \begin{array}{c} K_x(0,l) \\ K_{\mathfrak{X}}(1,0) \\ -K_x(l,l) \end{array}\ \right|$$

e $B^2 = R\ (0,0)\ [1-K^2(0,l)]\ |1-K^2(1,0)|$

Prova:

Usando a notação matricial para o caso AR(1)

$$\begin{bmatrix} a_{01} \\ a_{10} \\ a_{11} \end{bmatrix} = \left[ E \left( \begin{bmatrix} X_{i,j-1} \\ X_{i-1,j} \\ X_{i-1,j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{i,j-1} & X_{i-1,j} & X_{i-1,j-1} \end{bmatrix} \right) \right]^{-1} \begin{bmatrix} R_x(0,1) \\ R_x(1,0) \\ R_x(1,1) \end{bmatrix}$$

Como foi visto na Proposição - 1, a determinação dos parâmetros $a_{..}$ e $\beta^2$ em função de $R_x$ se faz aplicando as equações (2.3) e (2.4). Para o campo AR(1), a matriz de covariância é dada por:

$$E\left( \begin{bmatrix} X_{i,j-1} \\ X_{i-1,j} \\ X_{i-1,j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{i,j-1} & X_{i-1,j} & X_{i-1,j-1} \end{bmatrix} \right) =$$

$$= E \begin{bmatrix} X^2_{i,j-1} & X_{i,j-1}\,X_{i-1,j} & X_{i,j-1}\,X_{i-1,j-1} \\ X_{i-1,j}\,X_{i,j-1} & X^2_{i-1,j} & X_{i-1,j}\,X_{i-1,j-1} \\ X_{i-1,j-1}\,X_{i,j-1} & X_{i-1,j-1}\,X_{i-1,j} & X^2_{i-1,j-1} \end{bmatrix}$$

$$h = \begin{matrix} R_x(0,0) & R_x(1,1) & R_x(1,0) \\ R_x(1,1) & R_x(0,0) & R_x(0,1) \\ R_x(1,0) & R_x(0,1) & R_x(0,0) \end{matrix}$$

OBS.:

A notação R (k,£) para a função de covariância será simplificada para R^ £, sempre que nlo houver dúvidas concernentes ao tipo de campo utilizado.

Supondo que o determinante de E^(det.E^) seja diferente de zero:

$$^{-1} \quad \frac{\mathrm{Adj}\ _1}{\det . Z_1}$$

onde: $^{-1}$ e Adj.ü^ são as matrizes inversa e adjunta, respectivãmente, do campo AR(1).

Utilizando a partir de agora a notação simplificada, para os elementos de £^:

$$\tilde{a}etZ_1 = R_{00}\,(R_{00}^2 - R_{01}^2) - R_{11}\,(R_{00}R_{11} - R_{01}R_{10})$$

$$+ R_{10}\,(R_{01}R_{11} - R_{00}R_{10})$$

ou

$$\det v = R_{00}\left(R_{00}^2 - R_{01}^2 - R_{10}^2 - R_{11}^2 + \frac{2R_{01}.R_{10}.R_{11}}{R_{00}}\right)$$

Seja a matriz dos cofatores de E. dada por

2 2
ᴿ00"ᴿ01 ᴿoiᴿio"ᴿooᴿn ᴿoiᴿirᴿooᴿio

²l= |[ᴿoiᴿio""ᴿooᴿiiJ ᴿQ0"ᴿ10 (2 1) [ᴿioᴿn"ᴿooᴿoi

lᴿoiᴿirᴿooᴿioj ᴿioᴿii"ᴿooᴿoi I 2 2 [ᴿ00"ᴿ11

verifica-se que:

Adj.Z^ = z| = Z^, pois Z^ é simétrica.

Portanto: Z^ -1 = Z^/det.Z .

<u>Determinação dos Parâmetros</u> ^

De (2.3), quando p = 1:

2i -1 ou = 1 / detZ

Efetuando esta última relação, obtém-se ᴿoi''io e a H em fu—
ção de ᴿoo'ᴿOl'ᴿ10 e R l l da seguinte maneira:

01 ᴿ01 L ᴿoo"ᴿoiᴿioᴿii (2 _ 2 2 2) ²ᴿ00ᴿ10ᴿ11 ᴿ01 (2.8a)

ᴿ00 ᴿ00ᴿ0l"ᴿ10ᴿ l l (2 2 2 2) ²ᴿ01ᴿ10ᴿ11 ᴿ00

$$\alpha_{10} = \frac{R_{10}\,R_{00}^{2} - R_{01}^{2} - R_{10}^{2} - R_{11}^{2} \quad 2R_{00}R_{01}R_{11}}{R_{00}\,R_{00}^{2} - R_{01}^{2} - R_{10}^{2} - R_{11}^{2} + \dfrac{2R_{01}R_{10}R_{11}}{R_{00}}} \quad R_{10} \tag{2.8b}$$

$$\alpha_{11} = \frac{R_{11}\,R_{00}^{2} + R_{01}^{2} + R_{10}^{2} - R_{11}^{2} \quad \dfrac{2R_{00}R_{01}R_{10}}{R_{11}}}{R_{00}\,R_{00}^{2} - R_{01}^{2} - R_{10}^{2} - R_{11}^{2} + \dfrac{2R_{01}R_{10}R_{11}}{R_{00}}} \tag{2.8c}$$

Determinação de $\beta$ :

De (2.4), quando p=1

$$s^2 = R_{00} - \ast r V - R - i -$$

Mas

$$H = i R_{01} R_{10} R_{11} \mid \quad \% = h - h'$$

então:

$$\beta = R_{00} \quad R_{01} \; R_{10} \; R_{11} \quad \ast \quad \begin{matrix} \alpha_{01} \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \end{matrix}$$

ou

$$\beta = R_{00} \quad \alpha_{01} R_{01} + \alpha_{10} R_{10} + \alpha_{11} R_{11} \tag{2.9}$$

onde os parâmetros $\alpha$ . já foram determinados em (2.8).

<u>Campo AR(1) Separável</u>:

Sendo o campo AR(1) separável, a função de covariância satisfaz a condição:

$$R = \frac{R_{01} R_{10}}{R_{00}} \quad \text{com } R_{00} \neq 0, \quad ÍK, l_e J .$$

sendo det d^ = $R_{00}^{3} (1-R_{10}^{2}/R_{00}^{2})(1-R_{01}^{2}/R_{00}^{2})$ ^ Ã Q U E

$$R_{00} > |R_{k\ell}| \quad \forall (k,\ell) \in \{(0,1), (1,0)\},$$

e aplicando esta propriedade em (2.8), os parâmetros de ct^ assumem os seguintes valores:

$$a_{01} = \frac{R_{01}}{R_{00}} = K_{01}, \qquad (2.10a)$$

$$a_{10} = \frac{R_{10}}{R_{00}} = K_{10}, \qquad (2.10b)$$

$$a_{11} = \frac{R_{11}}{R_{00}} = -K_{11} \qquad (2.10c)$$

Dessa maneira:

$$\begin{vmatrix} a_{01} \\ a_{10} \\ \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} K_{01} \\ K_{10} \\ \cdot\, ' \, ii \end{vmatrix}$$

De acordo com (2.10), a relação (2.9) pode ser escrita por:

$$= R_{00} \quad {}^{*}00{}^{*}Q1{}^{*}{}^{*}00{}^{*}{}^{*}10{}^{"}{}^{*}00{}^{"}{}^{*}Q1{}^{"}{}^{*}10 \quad 2 \; 2 \; 4 \; 4$$

uma vez que:

$$* \; l \; l \; "^{*}00*^{*}01*^{*}lo$$

$$* \; l \; l \; " \; \sim^{*}01-^{*}1Q*$$

Finalmente:

$$^{2} \; - \; ^{*}0Q^{2}{}^{2}-{}^{*}?Q^{)(2}-{}^{*}Q1^{)}$$

2.2.4 - Proposição - 3 (Relação Explícita entre a Função de Covariância e os Parâmetros ^ e g para Campo AR(1) Separável):

Se $\{X_{i,j}\}$ é um campo AR(1) separável, verificando a condição $R_{00} > |R_{kl}|$, então: $|\alpha$

A relação explícita entre a função de covariância $*_k$ e os parâmetros e $3^2$ e dada por:

$$\frac{\bullet^{a}io-^{a}oi' V_{k}, £ >.°-}{(l-a_{10})(1-0_{01})} \quad k \; l$$

Prova

Das expressões $a_{10} = R_{10}/R_{00}$ e $a_{01} = R_{01}/R_{00}$ sob a condição da proposição nota-se que $a_{10}$ e $a_{01}$ são $< 1$.

As variáveis aleatórias do campo AR(1) verificam:

$$X_{i,j} = a_{01} X_{i,j-1} + a_{10} X_{i-1,j} + a_{11} X_{i-1,j-1} + W_{i,j} \qquad (2.11)$$

Multiplicando ambos os membros desta relação por $X_{i-k,j-\ell}$ e, em seguida, aplicando $E[\cdot]$, obtém-se:

$$E X_{i,j} X_{i-k,j-\ell} = a_{01} E X_{i,j-1} X_{i-k,j-\ell} + a_{10} E X_{i-1,j} X_{i-k,j-\ell} + a_{11} E X_{i-1,j-1} X_{i-k,j-\ell} + E W_{i,j} X_{i-k,j-\ell}$$

Supondo $\ell > 0$, isto implica que $E W_{i,j} X_{i-k,j-\ell} = 0$, o que permite escrever a expressão acima na seguinte forma:

$$R_{k\ell} = a_{01} R_{k,\ell-1} + a_{10} R_{k-1,\ell} + a_{11} R_{k-1,\ell-1}$$

Se o campo AR(1) é separável, então de (2.6):

$$R_{0\ell} = a_{01} R_{0,\ell-1} + a_{10} \frac{R_{10} R_{0\ell}}{R_{00}} + a_{11} \frac{R_{10} R_{0,\ell-1}}{R_{00}}$$

ou ainda, de acordo com (2.10):

$$R_{0\ell} = a_{01} R_{0,\ell-1} + a_{10}^2 R_{0\ell} - a_{01} a_{10}^2 R_{0,\ell-1}$$

Logo

$$^{R}Ql \quad ^{\alpha c}01*^{R}0£-1*$$

O desenvolvimento recursivo desta ultima expressão para $l>0$ resulta em:

$$^{R}oi \quad ^{a}or^{R}oo \bullet \qquad (2.12)$$

Usando o mesmo raciocínio, quando se faz a multiplicação de ambos os membros de (2.11) por X. . . , seguida da aplicação de B|* | para K>0, determina-se:

1—K,J

$$^{R}k0 \quad ^{a}10 \cdot ^{R}00 \qquad (2.13)$$

Substituindo (2.12) e (2.13) em (2.6):

$$oo*"io-^{a}oi \quad k \quad l \qquad k,£ > 0 , \qquad (2.14)$$

Uma vez que para $K=í=0$ , verifica-se o caso trivial de uma identidade.

Da proposição - 2:

$$2 \quad "^{R}00 \left| ^{\iota}"^{K}10. \right| \left| ^{\iota}"^{K}01 \right| \quad 2 \; 1$$

ou, observando (2.10):

B 2 " R00 | \ 2 1 | í, 2 1 |
1 " a i0. | 1 " a 01 |

valor de R00 nesta C

o mesmo em (2.14), tem-se finalmente:

.2
l-a²₁₀) (l-0 01 .a k 10* «oi ' k ' £ ^ 0

2.3 - Sistema de Aquisição Limiar (SAL) :

Os dados relativos a cada textura devem ser processados, com o propósito de resolver os problemas de identificação e reconhecimento.

Sendo cada textura representada por uma matriz quadrada real de dimensão N×N, a mesma pode ser vista como o resultado de um processo de amostragem espacial de um sinal aleatório. Se o processamento dos dados acima referidos é feito por um computador digital, torna-se necessário a utilização de um sistema de quantização que possibilite a conversão de cada' elemento da amostragem espacial em palavras binárias.

O critério de escolha de um sistema de aquisição está intimamente relacionado com os níveis de quantização, e com a taxa de conversão em palavras binárias de cada elemento, resultante de um processo de amostragem. Em outros termos, o número de níveis de quantização é responsável pela precisão dos dados convertidos em palavras binárias. No entanto, o aumento desses níveis requer para maioria dos conversores A-D (Analógicos-Digitais) uma elevada taxa de conversão (velocidade), ou, em alguns casos, um aumento acentuado da complexidade do hardware lógico (aumento do número de comparadores e portas lógicas). Em todos os casos, o aumento de precisão implica no aumento do comprimento das palavras binárias, que, se não forem imediatamente processadas, exigirão também um aumento da capacidade de memória.

Diante dessas considerações, conclui-se que um sistema de aquisição se apresenta mais complexo e, evidentemente, de custo mais elevado, à medida em que se deseja uma melhor precisão dos dados a serem processados.

Por razões de economia, em muitas aplicações é possível que o processamento digital de uma informação seja feito por intermédio de um sistema de aquisição pobre, ou seja, com um número mínimo de níveis de quantização, porém evitando que haja uma perda significativa de sua precisão. Entretanto, restrições devem ser impostas ao sinal a ser processado. Por exempio, tem-se mostrado [3] que, se um sinal aleatório X(t) e estacionário, Gaussiano com média nula, para o quantizador de dois níveis da Fig.2.2, definido por:

$$Y = \text{Sgn}\, X(t) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad X(t) > 0 \\ -1 & \text{se} \quad X(t) < 0 \end{cases} \qquad (2.15)$$

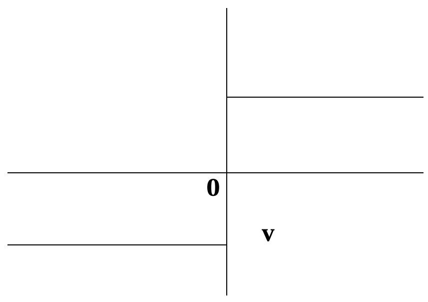



Fig.2.2. - QUANTIZADOR DE DOIS NÍVEIS.

a estimação da função de covariância padronizada do mesmo pode ser obtida a partir da estimação da função de correlação na saída desse quantizador da seguinte maneira:

$$K_x(v) = \text{Sen}\left[\frac{\pi}{2} \cdot R_y(v)\right],$$

onde:

$$R_y(v) = \frac{1}{N-v} \sum_{i=1}^{N-v} y_i \cdot y_{i+v} \qquad v = 0,1,\ldots,n$$

é o estimador discreto de correlação na saída do quantizador.

A queda de precisão estatística verificada nestas estimações em relação a um sistema de aquisição ideal (SAI), ou seja, que possui um quantizador ideal, pode ser compensada aumentando N(Número de Amostras Aleatórias). Outros métodos mais diretos e gerais têm sido estudados |4| para a estimação da correlação entre sinais estacionários e ergõdicos, fazendo uso desse tipo de quantizador de dois níveis, juntamente com um gerador de ruído branco com densidade de probabilidade uniforme e média nula, que contribui no aumento de precisão.

No presente trabalho, um sistema de aquisição elementar com apenas dois níveis de quantização, mostrado na Fig.2.3, e denominado por Sistema de Aquisição Limiar (SAL), será utilizado para resolver os problemas de identificação e reconhecimento de uma classe de textura. Para este sistema a saída y do quantizador é dada por:

$$Y = U(x-\ell) = \begin{cases} & \text{se} \quad x > \ell \\ 0 & \text{se} \quad x < \ell \end{cases} \qquad (2.16)$$

onde $\ell$ assume um valor qualquer e será chamado de LIMIAR.

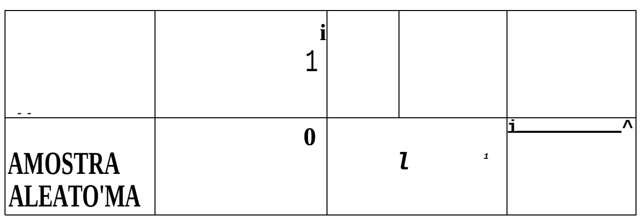



Fig.2.3 - SISTEMA-DE AQUISIÇÃO LIMIAR (SAL).

3

Segundo a Fig.2.3, a saída do SAL transforma uma textura explorada sequencialmente em uma matriz binária compôsta de zeros e uns. Supondo que $1=0$ e que $X_{i/3}$ é um elemento da amostragem espacial de um campb aleatório estacionário Gaussiano de média nula, então o método de estimação da função de covariância padronizada sofrerá um tratamento semelhante ao exemplo visto anteriormente, quando foi empregado um quantizador de dois níveis definido em (2.15). Nestas condições, ambos sistemas de aquisição apresentam o mesmo desempenho. A escolha de um ou de outro dependerá simplesmente da lógica empregada no projeto dos circuitos digitais.

Convém observar ainda que estes dois sistemas de aquisição elementares recuperam (para o SAL, será visto no próximo capítulo) apenas as características estatísticas referentes a função de covariância padronizada, quando a decisão é tomada para um limiar $1=0$. As características estatísticas não padronizadas, entretanto, poderão ser recuperadas, quando o limiar assume valores diferentes de zero $(t\neq O)$. Contudo, verifica-se que essas características não são obtidas através de uma relação explícita e sim por meio de aproximações, como será visto no próximo capítulo, para a determinação da variância do campo aleatório $\{X_{i/3}\}$, suposto estacionário Gaussiano e de média nula.

# CAPÍTULO - 3

## UTILIZAÇÃO DO SAL PARA A RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE IDENTIFICAÇÃO E RECONHECIMENTO DE CLASSES DE TEXTURAS.

# 3 - UTILIZAÇÃO DO SAL PARA A RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE IDENTIFICAÇÃO E RECONHECIMENTO DE CLASSES DE TEXTURAS

## 3.1 - Identificação na Saída do SAL dos Parâmetros do Campo AR(1) Separável Gaussiano:

Se os campos aleatórios estacionários $\{X_{i,j}\}$ do capítulo - 2 são considerados Gaussianos, então a função de covariância $R(k,\ell)$ definirá os mesmos completamente. Nestas condições, o campo aleatório tipo ruído branco $\{W_{i,j}\}$ também será Gaussiano, uma vez que na expressão (2.1), $X_{i,j}$ está relacionado linearmente com $W_{i,j}$. Estas propriedades permitem que o cálculo (demonstrado no Anexe 2) da função de correlação do campo $\{Y_{i,j}\}$ na saída do SAL, definido em 2.16, para um valor de limiar igual a zero $(l=0)$, seja dado pela expressão:

$$R_Y(k,\ell) = 1/2-1/\pi.\text{Arc.Sen}\left[\frac{1-K_X(k,l)}{2}\right]^{1/2} \qquad (3.1)$$

$$\forall \; k,l \geq 0 \; .$$

Verifica-se nesta relação que $R_Y(k,\ell)$ depende apenas da função de covariância padronizada $K_X(k,l)$ do campo $\{X_{i,j}\}$.

Extraindo o valor de $K_X(k,l)$ em (3.1) obtém-se:

$$K_X(k,l) = \text{Cos}\,\pi(1-2.R_Y(k,l)) \quad , \; \forall \; k,l \geq 0 \qquad (3.2)$$

Tendo em vista que $R_Y(0,0) = 1/2$, então:

$$K_X(k,\ell) = \mathrm{Cosn}\,(1-K_Y(k,\ell))\,,\ \forall k,\ell \geq 0\,, \qquad (3.3)$$

onde:

$$K_Y(k,\ell) = \frac{R_Y(k,\ell)}{R_Y(0,0)}$$

é a função de correlação padronizada do campo $\{Y_{k,\ell}\}$.

Levando em conta a hipótese Gaussiana para o campo AR(1) separável, estudado no capítulo - 2, os parâmetros do mesmo podem ser associados a $R_Y$ e $K_Y$ através de (2.14), que fornece a seguinte relação:

$$R_Y(k,\ell) = R_Y(0,0)\,.\alpha_{10}^{k}\alpha_{01}^{\ell}\ ,\ \forall\, k,\ell > 0\ ,$$

ou, em termos da função de correlação padronizada para o campo $\{Y_{k,\ell}\}$:

$$K_Y(k,\ell) = \alpha_{10}^{k}.\alpha_{01}^{\ell}\ ,\quad \forall k,\ell > 0\ . \qquad (3.4)$$

Neste caso, basta determinar $\alpha_{10}$ e $\alpha_{01}$ para a identificação dos parâmetros $a_{k,\ell}$, uma vez que $a_{11}$ é obtido segundo (2.10c), ou seja:

$$a_{11} = -a_{01}\cdot a_{10}$$

De acordo com (3.4) :

$$a_{01} - K_x(0,1) \qquad (3.5a)$$

$$a_{1Q} = K_x(l,0) \qquad (3.5b)$$

Assim sendo, a^^ e a^Q são determinados em função' de Ry(0,l) e R^(1,0), respectivamente, segundo (3.5) e (3.2 ) como segue:

$$a_{Q1} = CosH(1-2.R\ (0,1)) \qquad (3.6a)$$

$$o_{10} = Cosi\ (1-2.R_y(1,0)\ ) \qquad (3.6b)$$

Utilizando o mesmo raciocínio, a^^ e podem também ser obtidos em função de K^(0,1) e K (1,0), respectivamente, quando se combina (3.5) com (3.3), dando então:

$$a_{Q1} = Cosn(1-K_y(0,1)) \qquad (3.7a)$$

$$a_{1Q} - Cosntl-K\ (1,0)). \qquad (3.7b)$$

Portanto, os parâmetros cu » de um campo AR(1) separável Gaussiano podem ser identificados a partir das estimações dos parâmetros R^(k,£) ou K^(k,£) do campo {Y^ ..} na saída do SAL, para todo par (k,£) e {(0,1),(1,0)}.

As expressões (3.6) e (3.7) são teoricamente idênt:L cas. Entretanto, verifica-se na prática que as expressões(3.7) apresentam resultados mais precisos no processo de identificação | lI .

## 3.2. - Estimação de R e K !

Para a estimação de R y e K y a partir de um subcampo aleatório ÍY. ; i , j = 1,..., N}, será utilizado o seguinte estimador clássico de correlação empírica:

$$ft_y (k,l) = \frac{1}{(N-K)(N-£)} \sum_{i=k+l}^{N} \sum_{j=£+l}^{N} Y \; Y \quad , > J \; , \geq 0 \qquad (3.8a)$$

M < ti

e

$$R_y (k,£) = \frac{X}{ft_y (0,0)} . \qquad (3.8b)$$

Este estimador representa a média no sentido hori - zontal ou vertical das correlações entre os elementos do campo ÍY.$_{i,j}$} no sentido vertical ou horizontal, respectivamente, e dispostos geometricamente segundo um ângulo:

a) - De 0° para k^0 e 1=0,

b) - De 45° para k=lj*Q,

c) - De 90° para k=0 e 1^0 e

d) - Entre 0° e 90° para kfl?0.

Por exemplo, a Fig.3.1 mostra essa disposição geomé

, (1,1)}.

N

Ris»

| | ÂNGULO |
|---|---|
| (1,0) | 0° |
| (1,0 | ^5° |
| (0,1) | ^)0° |

Fig.3.1. - DISPOSIÇÕES GEOMÉTRICAS ENTRE DOIS ELEMENTOS DO CAMPO ÍY. . } . 1/3

3.2.1 - Representação de ft^ como a Media no Sentido Horizontal da Correlação entre os Elementos do Campo {Y^ } no Sentido Vertical

Desenvolvendo (3.8a), obtém-se:

$R_y(k,\pounds)$ N-£ 1/N-k. $\sum_{i=l+k}^{N} Y_{i,\pounds+1} . Y_{i}$ , + 1/N-k

$\sum_{i=l+k}^{N} Y_{i,Z+2}$ i-k, 2+...+l/N-k. $\sum_{i=l+k}^{N} Y_{1,N}$

$Y_{i-k,N-\pounds}$]

ou

N-£

A (k,£) --c 3=1 v 3 k i * - (3.9)
y

onde:

R (k,£) . é um estimador de correlação no sentido vertical
v 3

entre dois elementos (ou pixels) do campo ÍY. ,}§ e dado por
r 3

í N

P\ (k/^). — E Y.ffl...Y. (3.10)

^ N · k i = 1 + k i *+3 l - k , j

### 3.2.2 - Representação de $R_y$ como a Media no Sentido Vertical da Correlação entre os Elementos do Campo (Y. . } no Sentido Horizontal
l/3

Invertendo o somatório duplo de (3.8a):

N N

ft(k,£) (N-k) (N-£) Z Z Y: / j·Yi - k , 3-1 'N/ k,l>0
y j=£+l i=k+l

ou

$R_y$(k,£) N-k (N-£) j=l+£k+l,j'i,j-£ N-l j = ^ k + 2 , j

N

v 4- ^ F V Y
2,j-e N-£ .: N,j N-k,j-£

•"•Y(k'£)"TSqõ-íH(k'£»iH(K'«2- - - H(k'£) - i ou

N-k

$R_y(k,\ell) = -(\grave{A}r\ i\&l\, R_H(k,\ell)\, i$ ' $k,í>0$ (3-U) '

onde:

R^(k,£). é o estimador de correlação no sentido horizontal entre os pixels do campo e dado Por:

•H*'4»! = -N^rjL* Vi.^i.j-í • (3-12)

### 3.2.3 - Polarização e Convergência de fi^

Os estimadores de correlação P.^{k,l).^e &^{k,l)^ , vistos nas expressões (3.10) e (3.12), respectivamente, têm um comportamento estatístico semelhante ao caso unidimensional , por exemplo, são estimadores não polarizados. A diferença, entretanto, existe no que diz respeito à disposição geométrica entre os elementos do campo $\{Y_{i,j}\}$ envolvidos no cálculo da estimação da correlação. Por exemplo, a Fig.3.2 apresenta a ligação entre os elementos de um campo ÍY^ } no cálculo de ' $\hat{R}_H(1,1)$ quando N=5, ou seja, segundo a expressão (3.12) :

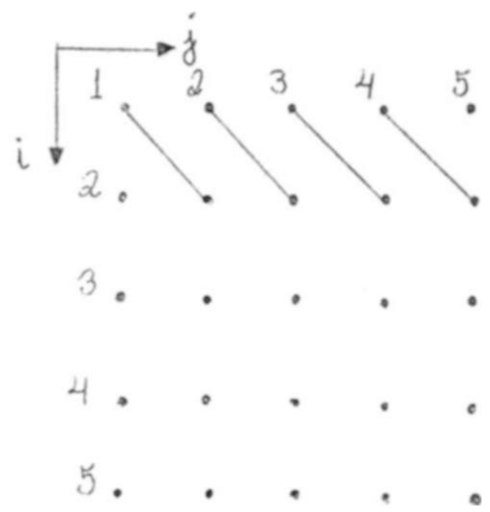


Fig.3.2. - LIGAÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS DE UM CAMPO {Y$_i$ .J i , j = 1,...,5} NO CÁLCULO DE

Sendo o campo {Y. .} estacionário, o Teorema 5.1 pág.476 1131 pode ser utilizado para a obtenção das condições de convergência para £ (k,£) ., &(k,£). e, consequentemente, para $R_y$ *ik,t)* .

## 3.3 - Identificação da Variância do Campo ÍX^ J na Salda do SAL

Os elementos X. . pertencente ao campo (X. .} (estacionário e Gaussiano com média nula) e Y. , pertencente ao campo W. . também estacionário, são, respectivamente, a entrada e a saída do SAL, definido em 2.16. Verifica-se que a estimação da variância do campo ÍX^ .} será possível se e somente se o valor do limiar deste bloco não linear for diferente de zero (£^0). Nestas condições, seja a função densidade de probabilidade de $X_{i/D}$:

$$p_{X_{i/D}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} , \qquad (3.13)$$

onde: $\sigma^2$ é a variância de $X_{i/D}$.

O valor esperado de $Y_{i/D}$ é dado por:

$$EY_{i/D} = P\left[Y_{i/D} = 1\right] = P\left[X_{i/D} > l\right].$$

São feitas, agora, duas considerações para o valor do limiar:

i) - Para $l=0$

$$EY_{i/D} = P\left[X_{i/D} \geq 0\right] = \int_0^{\infty} p_{X_{i/D}}(x)\,dx.$$

A expressão 3.13 é uma função par, como pode ser mostrada na Fig.3.3. Isto implica que:

$$\int_0^{\infty} p_{X_{i/D}}(x)\,dx = 1/2 \int_{-\infty}^{\infty} p_{X_{i/D}}(x)\,dx.$$

Mas:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_{X_{i/D}}(x)\,dx = 1.$$

Portanto, $EY_{i/j} = 1/2$. (3.14)

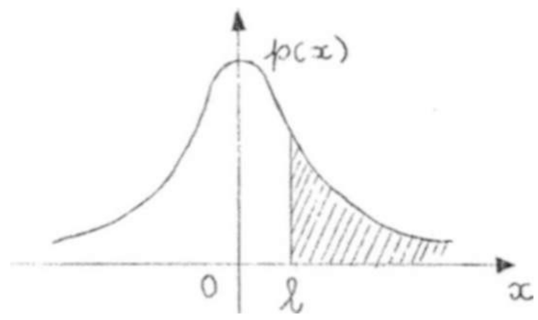



Fig.3.3. - FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE X. ..EY. . Ê IGUAL AO VALOR DA ÁREA HACHURIADA.

Observa-se que (3.1), com $k=ü=0$, e (3,14) são expressões equivalentes, ou seja:

$$EY = R(0,0) = 1/2, \vee R(0,0)$$

Conclui-se, dessa forma, que não é possível deternúnar o valor da variância do campo {X. .} , quando o valor do limiar é igual a zero.

ii) - Se $l>0$, então:

$$EY. . = P\{x. > l\}$$

ou seja, vendo a Fig.3.3

$$EY_{1/3} = \cdot e^{-x} dx = 1/2 - \cdot e^{-x} \cdot dx$$

Fazendo uma mudança de variável:

x = /2 cu e dx = /2~~a.du ,

EY. . é dada por:

EY.l/D. = 1/2 - 1//IT" . e-u .du

Mas: e"u = I ±^Ll —œ < U <°°.
2 œ 2.n
n=0 nï

Então:

£//2~c

EY. l/D = 1/2 - i//rf~. » z AzH_L du
2.P
n=0 ni

Portanto:

£//2 o

EY1/J = 1/2 - 1//ÎT. (-1) n .u 2n+l
n=0 (2n+l).n!
0

A série: °° Z (-1) .n u 2n+l converge para todo
n=0 (2n+l) n!

Substituindo os limites de integração acima:

EY.i/D . = 1/2 - 1//2ÏÏ • Z ti , 2n+l dÂM
n=0 2n . (2n.l)n:

ou explicitando os termos desta série:

EY$_{i/3}$ = 1/2 - l//2lT|£/a - (l/a)$^3$.1/2.3.1 + U/a)$^5$.1/4.5.2.1 -
... (-1)$^i$.(£/a)$^{2i}$. 1/2$^i$.(2i+l ) i : ± ...'|.

Se for imposta a condição t/o < 1, é possível considerar um valor aproximado para EY$_{i/3}$ com boa precisão, levando em conta apenas o primeiro termo desta série,mais precisamente:

EY$_{i/3}$ • ~ 1/2 - 1//2ÍÍ . l/o .

Nesse caso, o valor aproximado para o é dado por

o <sj /2/n . £/(l-2.EY$_{1/3}$) .

Finalmente, para a estimação de o, será utilizado o seguinte estimador a partir do subcampo {Y$_{i/3}$ ; i,j=l,...,N} na saída do SAL:

o= /2/n . l*/{l-2.ÊY) , (3.15)

onde ÊY representa o estimador do valor médio dos elementos Y.^ . pertencentes a este subcampo e sendo expresso por:

$$\hat{E}Y = 1/N^2 . \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} Y_{i,j} ,$$

para um valor de limiar õtimo $l^*$, que será estudado através de simulação no próximo capítulo.

### 3.4 - Introduzindo Ruído

Considerando que cada elemento, ou variável aleatória (v.a.), $N_{i,j}$ de um campo aleatório $\{N_{i,j}\}$, tipo ruído branco Gaussiano de média nula, não correlacionado com o campo $\{X_{i,j}\}$, seja adicionado a v.a. $X_{i,j}$ pertencente a este ultimo campo. Nesse caso, o elemento de ruído $N_{i,j}$ adicionado a $X_{i,j}$ produz a nova variável aleatória $Z_{i,j}$, cujo campo $\{Z_{i,j}\}$ será, consequentemente, estacionário com média nula e Gaussiano. A Fig.3.4 mostra que $Z_{i,j}$ é a nova entrada do SAL para um valor de limiar igual a zero ($l=0$), com saída $Y_{i,j}$, quando em presença do ruído e definido por:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad z > 0 \\ 0 & \text{se} \quad z < 0 \end{cases}$$

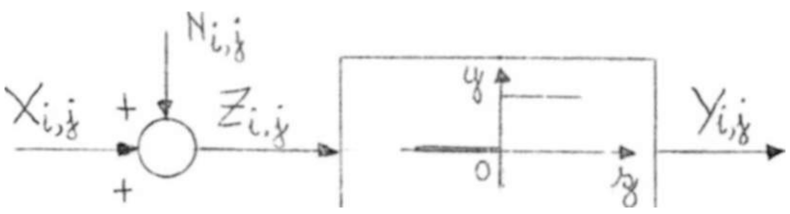



Fig.3.4 - SISTEMA DE AQUSIÇÃO LIMIAR (SAL) COM VALOR DE LIMIAR NULO ($l=0$).

Em outros termos: $Z_{i,j} = X_{i,j} + N_{i,j}$

Elevando ao quadrado $Z_{i,j}$ e aplicando $E|\cdot|$, a variância desse novo campo aleatório é dada por:

$$EZ^2_{i,j} = EX^2_{i,j} + 2EX_{i,j}N_{i,j} + EN^2_{i,j}$$

Como $EX_{i,j}N_{i,j} = 0$ (as variáveis aleatórias $X_{i,j}$ e $N_{i,j}$ não são correlacionadas), então:

$$EZ^2_{i,j} = EX^2_{i,j} + EN^2_{i,j} ,$$

onde:

$$EX^2_{i,j} = R_X(0,0) = \sigma^2$$ (variância da v.a. $X_{i,j}$)

$$EN^2_{i,j} = \gamma^2$$ (variância da v.a. $N_{i,j}$).

Portanto:

$$EZ^2_{i,j} = \sigma^2 + \gamma^2$$

ou

$$R_Z(0,0) = \sigma^2 + \gamma^2 .$$

Supondo $k+\ell \neq 0$ para todo $k,\ell \geq 0$ a função de correlação de $\{Z_{i,j}\}$ é dada por:

$$R_Z(k,l) = E Z_{i,j} Z_{i-k,j-l} = E(X_{i,j} + N_{i,j})(X_{i-k,j-l} + N_{i-k,j-l})$$

De acordo com a condição

$$E X_{\cdot} \qquad k+l \neq 0 \quad \text{e} \quad k,l \geq 0 ,$$

obtém-se:

$$R_Z(k,l) = E X_{i,j} X_{i-k,j-l} ,$$

que é igual a própria função de covariância do campo $\{X_{i,j}\}$

Logo:

$$R_Z(k,l) = R_X(k,l) \quad \text{para todo} \quad k,l \geq 0 \quad \text{e} \quad k+l \neq 0.$$

Sendo $|R_X(k,l)| < \sigma$ (condição imposta para o campo $\{X_{i,j}\}$ no capitulo - 2 ), então: para todo $k,l \geq 0$ e $k+l \neq 0$;

$$|R_Z(k,l)| = |R_X(k,l)| < \sigma$$

isto implica também que

$$R_Z(k,l) < R_Z(0,0) = \sigma^2 + \gamma^2 , \quad \forall\ k,l \geq 0 \quad \text{e} \quad k+l \neq 0.$$

i ) Supondo ainda que $k+l \neq 0$ e $k,l \geq 0$, a função de correla-ção $R_Y(k,l)$ na saída do SAL, mostrado na Fig.3.4, pode ser obtida por intermédio da seguinte expressão:

R y(k,£) = P jz ĭ/j ĭ E Z ~ ʰ/j~ > 0

ꝏ ꝏ

) /) o 2n. detS $_{k,t}$ 1/2 x Exp -1/2.z*.!² k,£ .Z

.dz₁dz₂,

onde:

Z = e a matriz de covariância é igual a:

R,(0,0) R (k,£);

•k,l

R$_Z$(k,£) R$_Z$(0,0)

Procedendo de maneira idêntica ao caso sem ruído [1] (ver Anexo 2) é possível determinar R^(k,£) em função de K$_Z$ (k,£) de acordo com:

R,(k,£) = 1/2 - l/n Are.Sen / 1 - K (k,.e) \ , ² / O(3.16a)

onde:

K$_Z$(k,£) = R$_z$(k,£) / R$_Z$(0,0) R (k,£) / R (0,0) z . −2, V * V >,c e MÎ to (3.16b)

ê a função de covariância padronizada do campo {Z^ }.

ii) Supondo K=0 e $l=0$:

$$R_y(0,0) = P\{Z_{i/D} > 0\} = 1/2, \quad (3.17)$$

uma vez que $\{Z_{i/D}\}$ é um campo estacionário Gaussiano com média nula

Portanto, de acordo com o que foi visto:

$$K_Z(k,\ell) = \begin{cases} & \text{se } k = i = 0 \\ \dfrac{R(k,\ell)}{a+V} & \end{cases} \quad (3.18)$$

3.4.1 - Identificação na Saída do SAL dos Parâmetros $\alpha_1$, $\alpha_2$ e $\sigma^2$ do Campo 'R(l) Separável quando na Presença de Ruído

Mesmo considerando a presença de ruído, a identificação dos parâmetros que caracterizam o campo AR(1) separável, já estudado, ainda pode ser possível. Substituindo (2.14) em (3.18), a função de covariância padronizada do campo $\{Z_{i,j}\}$ (restrito ao caso AR(1) separável com ruído aditivo), expressa em termos de e ot^Q, é igual a:

se k = $l$ = 0

K_(k,£) =

L-í $\frac{\quad}{a + Y}$ se k+£*0, NÍ k,£>0. (3.19)

com R (0,0) = a'

Reescrevendo (3.16a):

$K_i(k,l)$ = COSHC1-2R , Vk,£> 0 . (3.20)

Como em (3.17), R^(0,0) = 1/2, então:

$K_z(k,l) = \cos H\,(1 - K_y(k,£))$ (3.21)

onde K (k,£) é a função de correlação padronizada do campo {Y. .} definida no item 3.1.

Convém observar que as equações (3.20) e (3.21) possuem comportamentos semelhantes as equações (3.2) e (3.3), respectivamente, para o caso sem ruído.

Identificação £:

Na prática a relação (3.3) se apresenta mais precisa no processo de identificação do que (3.2) |l| . Pelo mesmo motivo a relação (3.21) será aqui escolhida para a identificação dos parâmetros Qi e io do campo AR(1) separável com ruído aditivo.

A equação (3.19) para $k+l \neq Q$, $k,l > Q$, permite escrever:

$$K_z(0,1) = \frac{\gamma^2}{a^2+\gamma^2} \cdot a_{01} \quad , \qquad (3.22a)$$

$$K_z(1,0) = \frac{\gamma^2}{a^2+\gamma^2} \cdot a_{10} \quad , \qquad (3.22b)$$

$$K_z(1,1) = \frac{\gamma^2}{a^2+\gamma^2} \cdot a_{10} \cdot a_{01} \quad . \qquad (3.22c)$$

Combinando estas expressões:

$$a_{10} = \frac{K_z(1,1)}{K_z(0,1)} \quad ; \quad a_{01} = \frac{K_z(1,1)}{K_z(1,0)}$$

ou, em função de $K_y(0,1)$, $K_y(1,0)$ e $K_y(1,1)$ através de (3.21)

$$a_{10} = \frac{\cos \pi(1-K_y(1,1))}{\cos \pi(1-K_y(0,1))} \qquad (3.23a)$$

$$a_{01} = \frac{\cos \pi(1-K_y(1,1))}{\cos \pi(1-K_y(1,0))} \qquad (3.23b)$$

<u>Identificação de $a^2$</u> :

Novamente, a partir de (3.21) e (3.22), determina - se que:

$$a^2 = |a^2+\gamma^2| . \frac{\cos \pi(1-K_y(0,1)).\cos \pi(1-K_y(1,0))}{\cos \pi(1-K_y(1,1))} \qquad (3.24)$$

Portanto, os parâmetros $\hat{}$, em (3.23), e $\sigma^2$, em (3.24), de um campo AR(1) separável Gaussiano, na presença de um ruído aditivo, podem ser identificados a partir das estimações de $K_y(k,\ell)$ do campo $\{Y_{i,j}\}$ e de $R_z(0,0)$ ou $(\sigma^2+\gamma^2)$/ sendo este ultimo estimado na saída de um SAL com limiar diferente de zero. Vale a pena salientar que as expressões (3.23) e (3.24) são também válidas para o caso sem ruído, tornando-as mais gerais.

## 3.5 - Reconhecimento de Classes de Texturas

O reconhecimento de uma textura particular entre várias classes de texturas $C_1,\ldots,C_p$ é feita usando o classificador de Bayes.

Seja uma variável aleatória $U_i$, em $R^n$, função de uma classe de textura (ou de uma maneira equivalente, do subcampo aleatório correspondente). Uma textura particular produzindo a observação $u$ (realização correspondente de $U$) será reconhecida como sendo da classe $C_i$ se e somente se:

$$P(c_i|u) > P(c_j|u), \forall j = 1,\ldots,p,$$

onde os $P(c_i|u)$ para $i = 1,\ldots,p$ são as probabilidades a posteriori das classes $C_1,\ldots,C_p$ dado que $U$ assumiu o valor $u$.

A regra de reconhecimento de Bayes acima leva a uma taxa de erro de reconhecimento definida em termo de uma probabilidade de erro. A fim de avaliar a qualidade do reconhecimento, esta probabilidade de erro deveria ser calculada. Infelizmente, o cálculo é uma tarefa difícil, mesmo quando se pode fazer a hipótese de normalidade para U. Por esse motivo, as expressões de um limite superior e inferior para esta probabilidade de erro, ou cotas de Chernoff, tornam-se mais convenientes.

O limite superior da probabilidade de erro de reconhecimento, envolvendo o par de classes $C_i$ e $C_j$, para o classificador de Bayes, acima referido, tem a seguinte expressão :

$$E_o = [P(C_i) . P(C_j)]^{1/2} . \mathrm{Exp}\{-B(C_i, C_j)\}$$

onde $P(C_i)$ e $P(C_j)$ representam as probabilidades a priori das classes $C_i$ e $C_j$, e $B(C_i, C_j)$ é uma função escalar responsável pela medida de separação das classes $C_i$ e $C_j$, conhecida por distância de Bhattacharyya, ou distância B, a qual é definida aqui por:

$$B(C_i, C_j) = -\ln\left( \int_U [p(u/C_i) . p(u/C_j)]^{1/2} du \right),$$

onde $p(u/C_i)$ e $p(u/C_j)$ são as densidades condicionais de U dado $C_i$ e $C_j$ .

No caso onde estas densidades sao normais da vetor médio $u_i$ e $u_D$ e de matriz de covariância $Z_i$ e $E_j$, respectivãmente, a distância B se escreve:

$$BÍC\hat{}C ) = 1/8.(y - u.)'.te + í\ 1/2\ l^{1}.(H_1 - W-) +$$

$$+ 1/2.£_n \frac{1/2(E.+Z\ .).}{172"\quad T72} \qquad (3.25)$$

Observa-se que o aumento da distância B implica na diminuição da probabilidade de erro de reconhecimento e vice-versa. A distância B dã também o limite inferior da probabilidade de erro que pode ser expressa em função de $E_s$ da seguinte maneira:

$$E_{i.} = 1/2 - 1/2.(1 - 4E_s^2)^{1/2}.$$

# CAPÍTULO - 4

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO.

# 4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO

## 4.1 - Algoritmos de Identificação e Reconhecimento de Texturas vistas como Realização de Campos AR(1) Separáveis Gaussianos:

Os resultados experimentais através de simulação se restrigem, neste trabalho, a texturas vistas como realizações de campos AR(1) separáveis Gaussianos, denotados simplesmente por campos AR(1). Nesse caso, o objetivo principal da simulação ê o estudo do comportamento dos algoritmos de identificação dos parâmetros ªio,ª01ᵉ °' comotamt)^ᵐ ° estudo das performances do reconhecimento, segundo o tipo de variável de observação U das texturas, comparando em particular os desempenhos do Sistema de Aquisição Ideal (SAI) com os do SAL.

### 4.1.1 - Identificação do j do Campo [X^. ^} na Salda do SAL:

No capítulo - 3, foi feita uma tentativa para a estimação do valor do a do campo {X_^ .} , suposto Gaussiano, na saída do SAL. Apesar dessa hipótese Gaussiana, verificou-se a impossibilidade em se determinar uma relação explícita para a identificação de a, quando o valor de limiar difere de zero (£7*0). Assim sendo, encontrou-se, de acordo com (3.15), a seguinte relação aproximada, para a estimação de o, supondo-se um valor de limiar maior do que zero (£>0) e que £|cr<l:

$$3 = -/TM \; . \; -£^*/(l-2\hat{E}Y) \qquad (4.1)$$

onde EY representa a estimação do valor médio dos elementos $Y_{i,j}$ do campo $\{Y_{i,j}\}$, para um valor ótimo de limiar $(l^*)$ com

Com o objetivo de avaliar esse limiar ótimo $(l^*)$, foram feitas várias tentativas por meio de simulação para 15 valores de limiares diferentes. Para cada um desses valores, o valor médio de $d$ foi determinado a partir de 5Q realizações de cada classe de texturas, as quais são representadas teoricamente pelos parâmetros Qi'CUg e a do campo AR(1). A estimação de a, por sua vez, foi feita utilizando a expressão (.4,11 para texturas com dimensões NxN = 64x64.

As tentativas, acima referidas, são mostradas graficamente no Anexo KGrãficos A-l, A-2, A-3, A-4 e A-5). Analisando cada um desses gráficos, pode-se concluir que o limiar ótimo $(l^*)$ tem um valor aproximadamente igual a metade do desvio padrão teórico (o) do campo {X^ .}. Isto implica dizer que, para uma estimação razoável de $c$ na saída do SAL, utilizando o estimador apresentado em (4.1), necessário se faz ajustar o limiar para um valor igual a metade de a. Mais precisamente, sendo $l = \hat{a}/2$ e aplicando (4.1), tem-se:

$$EY \approx 0.3 \qquad (4.2)$$

p

Convêm observar que a relação (4,2) se comporta como um indicador limiar õtimo. Em outros termos, se a estimação de EY na saída do SAL, para uma determinada classe de textura, ê aproximadamente igual a Q.3, então pode-se garantir que o mesmo está operando com um limiar ótimo, o que permite estimar o valor aproximado de o, uma vez que os valores desse limiar e de EY são conhecidos. Entretanto, se a estimação de EY não está contida num intervalo fechado 10.27, 0,3Q| (resultado experimental), deve-se concluir que o SAL está operando com um limiar inadequado, o que pode acarretar uma grande imprecisão na estimação de a.

Diante do exposto, a solução para a estimação de *o* com precisão razoável, quando este parâmetro é a priori desconhecido, está na utilização de um SAL adaptativo, ou seja, que ajuste um determinado limiar inicial para o seu valor ótimo, através da comparação do valor médio dos elementos Y. . do campo $\{Y_{i/J}.\}$, referentes a cada limiar, com o valor ótimo de EY. A fig.4.1 mostra o procedimento do SAL adaptativo para a estimação de a a partir de um valor inicial de limiar maior' do que zero (£>0). Nesta figura, o algoritmo de adaptação para *i* é estabelecido da seguinte maneira: supõe-se que a estimação de a é feita através de dois limiares diferentes '

1 e ^2' COm resPectivos e EY 2' ou se 3 a ' de acordo com (4.1):

$$5 = /2/íf \ . \ £_1/(1-2.EY_1)$$

Ô = /2/T .. $£_2$/(l-2.$EY_2$)

Estas últimas expressões permitem escrever:

. , _(1 - LJJjJ . (4.3)

¹ * (1 - 2.$ÉY_2$)

Sendo ô obtido a partir de um limiar õtimo e se, por exemplo, ***t.*** é este limiar, tem-se que:

*1^=1* * **o que implica** **ÊY_ =0.3 .**

Nestas condições, fazendo *1^=1* e $EY_2$ = EY, determina-se, portanto, o algoritmo de adaptação para *l* * :

*l** = _0.4.£

1-2ÉY

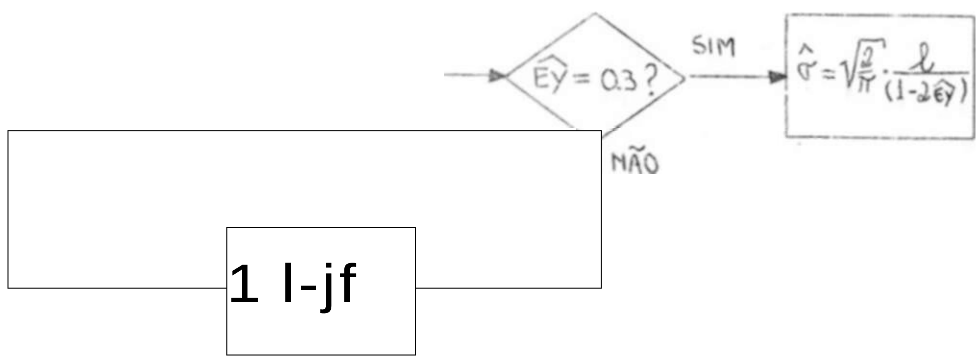



Fig.4.1 - PROCEDIMENTO DO SAL ADAPTATIVO PARA A ESTIMAÇÃO DE a A PARTIR DE UM VALOR TNICIAL DE LIMIAR MAIOR DO QUE ZERO.

A Tabela A-l (Anexo-1) apresenta os valores médios' e respectivos desvios padrões de o, í e EY, bem como a media e o desvio padrão das comparações, segundo o procedimento visto na Fig.4.1, para 5Q texturas de uma mesma classe, utilizando valores de limiares iniciais iguais a 0.10, 0.50 e 10.00 para a estimação de *o* de cada uma dessas texturas. Convém lembrar que os valores práticos de $1^*$ foram determinados nesta tabela para qualquer valor de EY pertencente ao intervalo fechado |0 .27, 0 .30 |.

4.1.2 - Identificação dos Parâmetros $_Q$ e $g_Q$ do Campo AR(1) na Saída do SAL;

Para a identificação dos parâmetros CX^Q e a^-^ utiliza-se um SAL com limiar igual a zero *(1=0)*. Neste caso, o problema de estimação ê mais simples do que para a estimação de a, tendo em vista a possibilidade ém se estabelecer uma relação explícita para a estimação dos parâmetros $a_{01}$ e $a_{.-}$ em função dos estimadores de correlação na saída deste SAL, ou seja, $K_y(0,l)$, $K_y(l,0)$ e $K(1,1)$.

Quatro algoritmos de identificação dos parâmetros $a_{10}$ e $a_{01}$ foram estudados e submetidos as condições de ausência e presença de ruído aditivo no campo AR(1). Eles são:

a) Algoritmo envolvendo o SAI:

- Algorítmo-1:

$$5_{10} = K_x(l,0)$$

e

a$_{01}$ = t ca.u

- Algorítmo-2 (geral};

ct$_{10}$ ft_(l,l) / £$_Z$ (0,1)

$_{01}$ = ft (1,1) / R$_Z^z$(1,Ü)

b) Algoritmos envolvendo o SAL:

- Algorítmo-3:

De acordo com as expressões (3.7)

S$_{10}$ = cosn(1-^ (1,0))

5$_{01}$ = cosH (1-ft (0,1))

Algorítmo-4 (geral):

De acordo com as expressões (3.23) ;

$_{10}$ = cosn(l-R (1,1)) / cosn(i-K$_y$(o,D)

$_{01}$ = cosn(l-K (1,1)) / "cosn (1-R$_y$(1,0))

As estimações de $K_x$, $R_x$ , $R_z$ , $R_y$ e $K_y$ foram feitas a partir de texturas com dimensões NxN = 64x64 e utilizando expressões do tipo (3.8a) e (3,8b)..

Para 6 classes de texturas c, foram calculadas, a partir de 50 realizações de cada classe, as médias dos estimadores $R_x$, $R_x$, $R_z$, $R_y$ e $£_y$. A Tablea A-2 (Anexo-1) contém os valores teóricos e práticos correspondentes. A Tabela A-3 contém também os valores teóricos e práticos das médias desses estimadores, levando em conta a presença do ruído no campo AR(1) (estudado no capítulo-3), para uma relação de sinal ruído de 3dB.

Considerando as mesmas 6 classes de texturas, foram calculados também a partir de 50 realizações de cada classe, as médias e os desvios padrões dos parâmetros e a^^, usando os quatro algoritmos acima, cujos valores teóricos e práticos estão contidos na Tabela A-4 (Anexo-1). A Tabela A-5 contém, novamente, os valores teóricos e práticos das médias e os desvios padrões desses estimadores, levando em conta a presença do ruído no campo AR(1), para um relação de sinal ruído de 3dB.

As Tabelas A-4 e A-5 (Anexo-1) mostram que, através do SAL, ainda é possível fazer a identificação dos parâmetros' a10 e a01' apesar de ser notada uma pequena queda de performance, comparando com os resultados obtidos pelo SAI. Convém observar que os algoritmos 2 e 4 envolvendo o SAI e o SAL, respectivamente, apresentam melhores resultados do que os algorítmos 1 (do SAI) e 3 (do SAL), quando se considera a presença de ruído no campo AR(1), uma vez que eles são mais gerais, ou seja, podem ser aplicados tanto na ausência como na presença de ruído no campo AR(1).

## 4.3 - Algoritmos de Reconhecimento

Esses resultados, sobre identificação, permitem agora estudar o problema de reconhecimento de texturas a partir da escolha específica da variável aleatória (v.a.) U, considerando a presença e a ausência de ruído no campo AR(1).

i) Considerando a ausência de ruído, as variáveis U são as seguintes:

ft (1,0)

U[1] = R (0,1)
X
tf (0,0)
X

cosn(1-^(1,0))

U = cosll tl-ft (0,1) )

/2/n. £/(l-2.ÊY)

cos (1-K (1,0))

Ü[3] = cos tl-Jt C0,1))

ÊY

ii) Considerando a presença de ruído, as variáveis U são dadas por:

ft (1,1)/R (0,1)
z z

R=(i,D/ft a,o:
ü 2
ft (0,0)
z

cosüd-Jt (1,1) )/cosn (i-í< (0,1))
y y

cosH (1-R (1,1) ) /cosil (1-R (í,o) )
ü
/27n . I /(1-2ÊY)

ccs]\(i-R (1,1)) /cosn(i-R (0,1))

u; cosjt(i-R d/1)) /oosir(l-t ClfO))

ÊY

OBS: ÊY está relacionado com *i* (limiar ótimo).

Para avaliar uma boa escolha de U, a distância B e as cotas de Chernoff são calculadas para vários pares de classes de texturas. Nesses cálculos, as classes de texturas sao consideradas equiprovaveis j ^ ' ^ ~ P(c_.) =1/2 para todo par i, j e {1,...,P}.

Supondo que as variáveis aleatórias $U^1, U^2, U^3, U^{1}, U^{2}$ e $U^{3}$ sao Gaussianas, a expressão (3.25) e usada para o cálculo de B(c^,c.). Nessa expressão, as estatísticas de $y_í^k$ e $E_i^1$? , relativas a (para o caso sem ruído) e $u_{\# i}^k$. $I_{«i}^k$ relativas a $^k uV$ (caso com ruído), dado que a classe ob - servada e $c^\wedge$, sãó estimadas por:

$$f_{1}^{k} i * = l/N \sum_{1=1}^{N} . E^{k}_{L} ir_p \qquad (4.4a)$$

$$ff? - l/N . \sum_{1=1}^{N} U»^{k} \, Uj^{k'} , \qquad (4.4b)$$

$$íi^{= 1/N} \quad N \quad 'A \qquad (4.5a)$$

onde as N variáveis aleatórias $U_1^k,\ldots,U_{IN}^k$ e $U_{WJ}^k,\ldots,XT^\wedge_{4'N}$ são independentes e identicamente distribuídas como $U^k$ e $Ity^k$, respectivamente.

Na prática 50 realizações (N=50) foram usadas no cálculo das expressões (4.4)t e (4.5). Para 6 pares diferentes' de texturas, os cálculos das distâncias B e cotas de Chernoff são dados nas Tabelas A-6 (caso sem ruído) e A-7 (caso com ruído). Verifica-se nestas Tabelas uma queda de performance devido ao uso do SAL em comparação com o SAI. Conclui-se, finalmente, que a escolha de $U^2$ no lugar de $U^3$ (caso sem ruído), e de $U^2£$ no lugar de $U^3\wedge$. (caso com ruído) sao aconselháveis , porque estas variáveis de observação são menos dependentes do do tipo de par de classes estudadas.

Com o objetivo de avaliar o erro produzido pelas irregularidades estatísticas e imprecisão nos cálculos numéricos também foram calculadas as distâncias de Bhattacharyya e as cotas de Chernoff para três pares de classes idênticas. Os resultados são apresentados nas Tabelas A-8 (caso sem ruído) e A-9 (caso com ruído).

# CAPÍTULO - 5

# CONCLUSÃO

## 5 - CONCLUSÃO

O interesse do presente trabalho foi o de utilizar um sistema de aquisição o mais elementar possível e, por conseguinte mais econômico, para fins de identificação e reconhecimento de texturas representadas em particular por matrizes reais de dimensão 64x64 e vistas como realizações de um campo AR(1) separável Gaussiano causal.

Observou-se que, apesar do SAL possuir apenas dois níveis de quantização, os parâmetros característicos ($a_{10}$, $a_{01}$, $a^2$) da representação interna do campo AR(1), acima referido, são recuperados na saída do mesmo, com uma perda de precisão aceitável no processo de identificação em comparação com o SAI. Nas mesmas condições de aceitabilidade, para uma boa escolha da variável de observação U, uma queda de performance no processo de reconhecimento foi observada. Estas considerações também são válidas, quando se leva em conta a presença do ruído branco aditivo no campo AR(1).

A maior dificuldade em usar o SAL está no que diz respeito a recuperação das características não padronizadas do campo aleatório $\{X_{ij}\}$, mesmo que este seja Gaussiano (caso considerado). O caminho escolhido para a solução deste problema foi a utilização de um SAL adaptativo, cujo desempenho se apresentou satisfatório em relação aos resultados obtidos pelo SAI.

Finalmente, houve também neste trabalho uma preocupação inicial em definir uma representação simplificada para texturas. Entretanto, a representação vista poderia sor extendida para campos autoregressivos de ordem superior a 1 |AR(P), com P>1 I, como também pcder-se-ia considerar a hipótese de não separabilidade, tornando-os mais gerais. Um caso especial' de não separabilidade que mais se aproxima do tratamento real se verifica para campos aleatórios isotrõpicos, onde a função' de covariância depende somente da distância geométrica entre os elementos que formam uma imagem (pixels) |ll| . Outro ponto que convém ser observado ê o problema da causalidade, ou seja, a dependência estatística de um pixel com os demais pode, em muitas situações, se apresentar em todas as direções do plano' de imagem, caracterizando dessa maneira, um campo nao causal.

ANEXO - 1

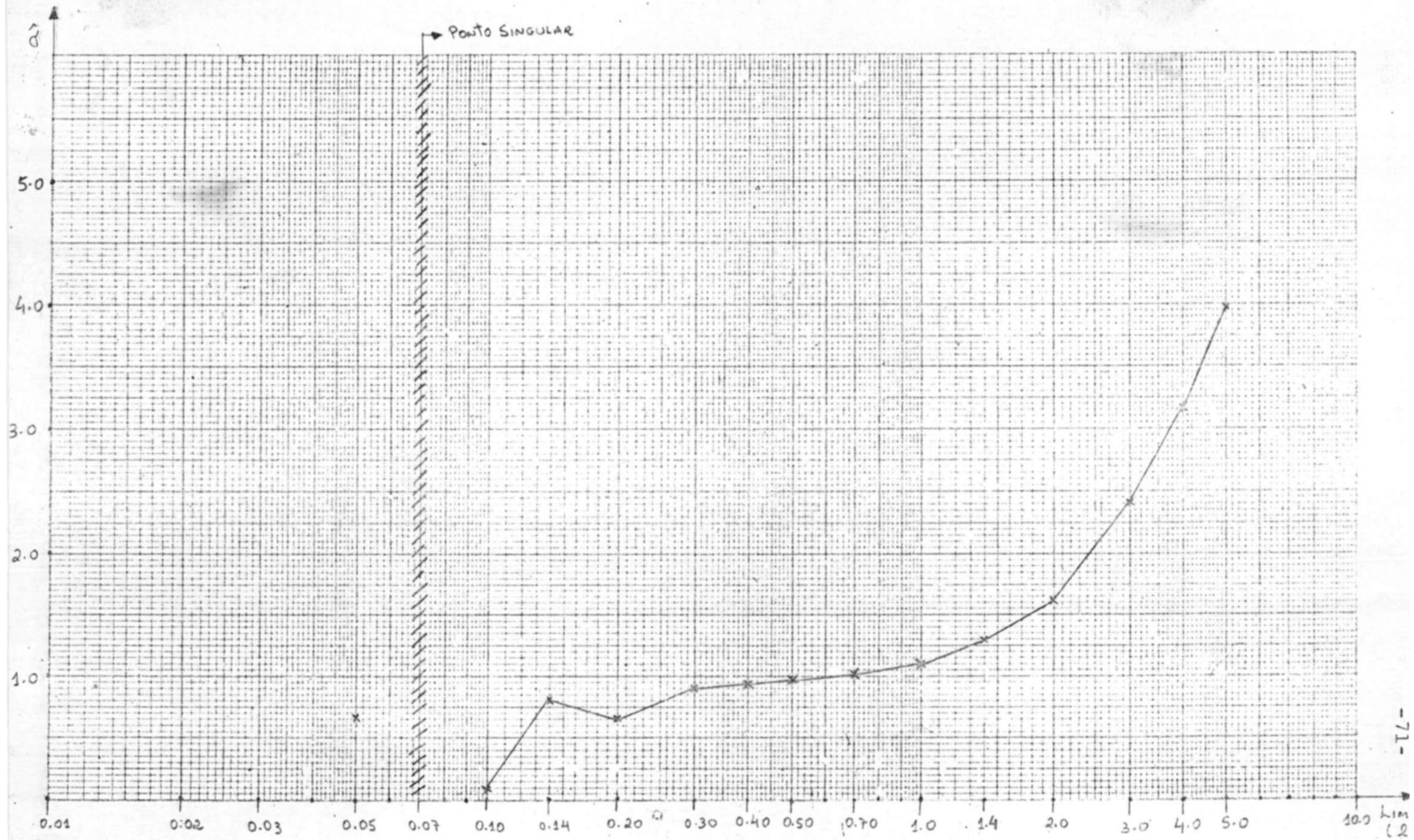



GRÁFICO A-1 $\alpha_{10} = 0.30$ , $\alpha_{01} = 0.20$ , $\sigma = 1.0$

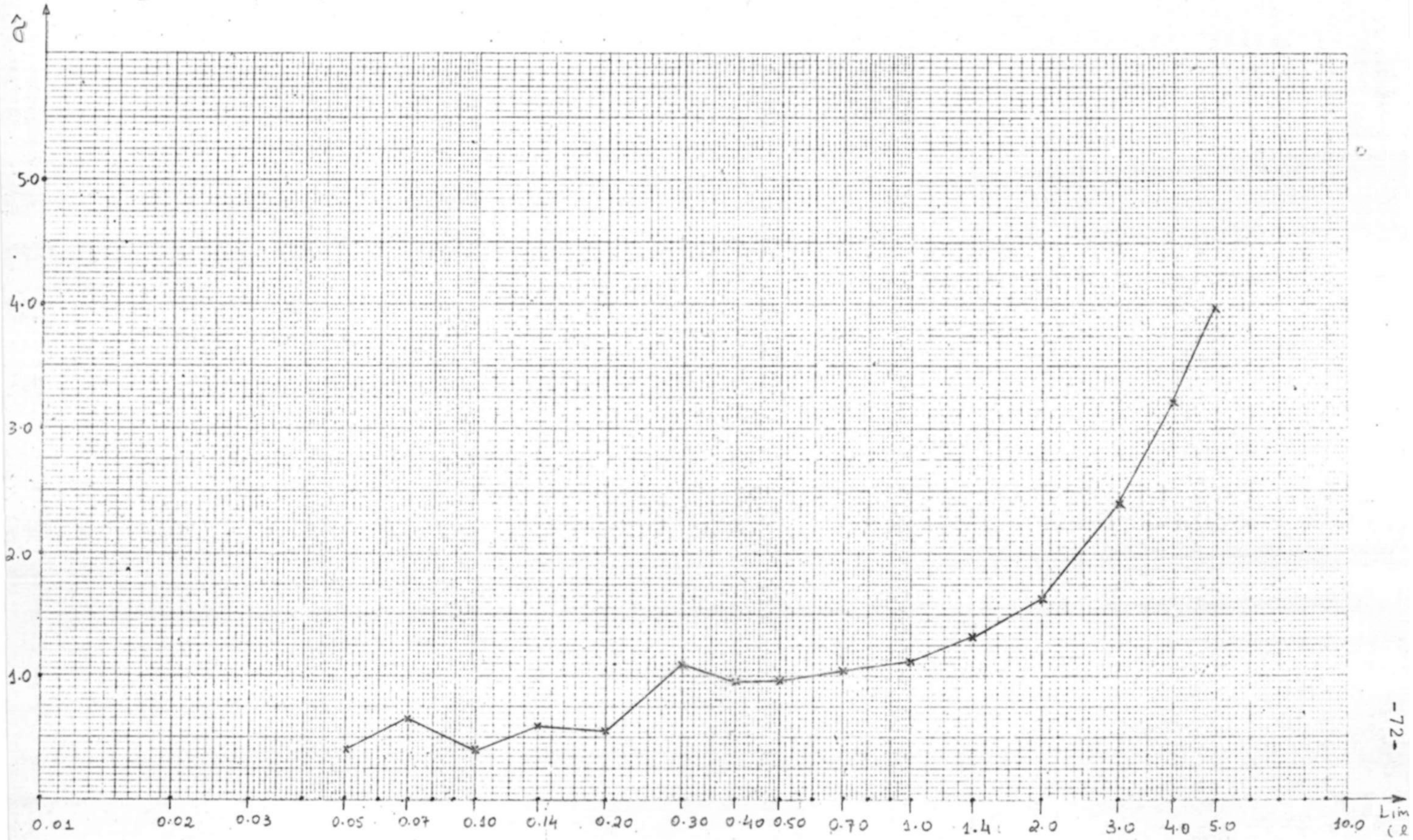



GRÁFICO A-2 $\alpha_{10} = 0.60$ , $\alpha_{01} = 0.75$ , $\sigma = 1.0$

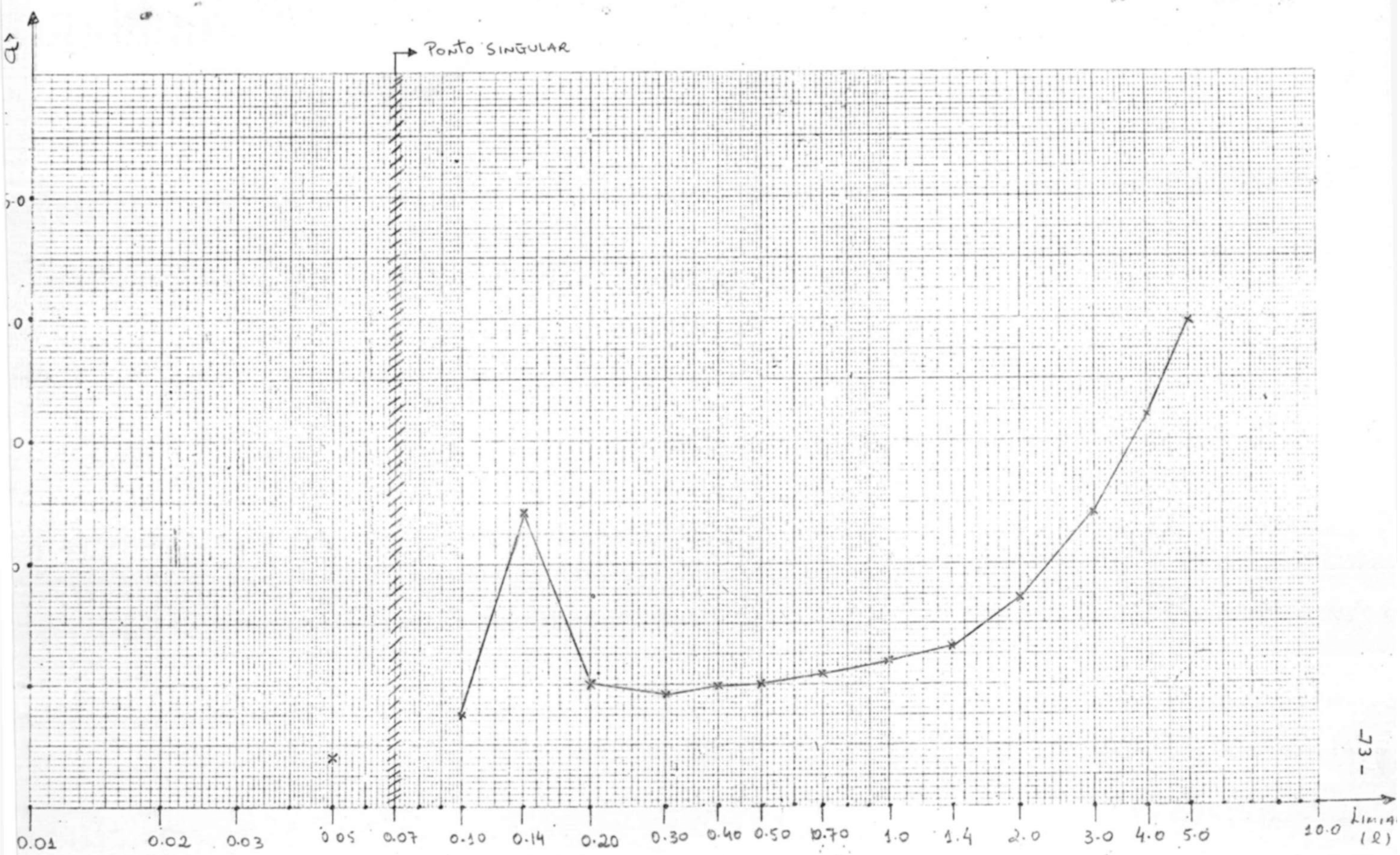



GRÁFICO A-3 $\alpha_{10} = 0.40$, $\alpha_{10} = 0.40$ $\sigma = 1.0$

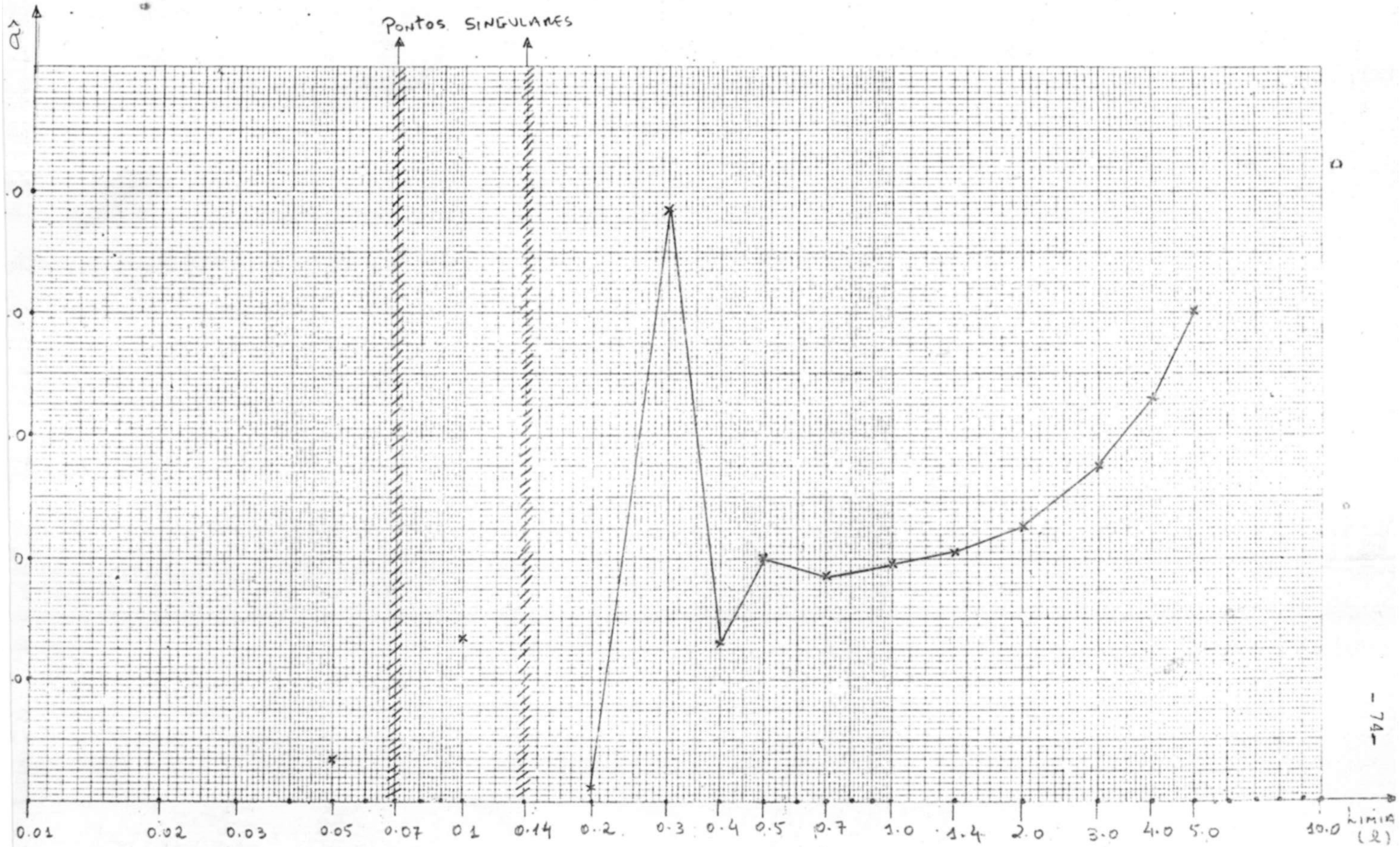



GRÁFICO A-4 $\alpha_{10} = 0.30$ $\alpha_{01} = 0.80$ $\sigma = 2.0$

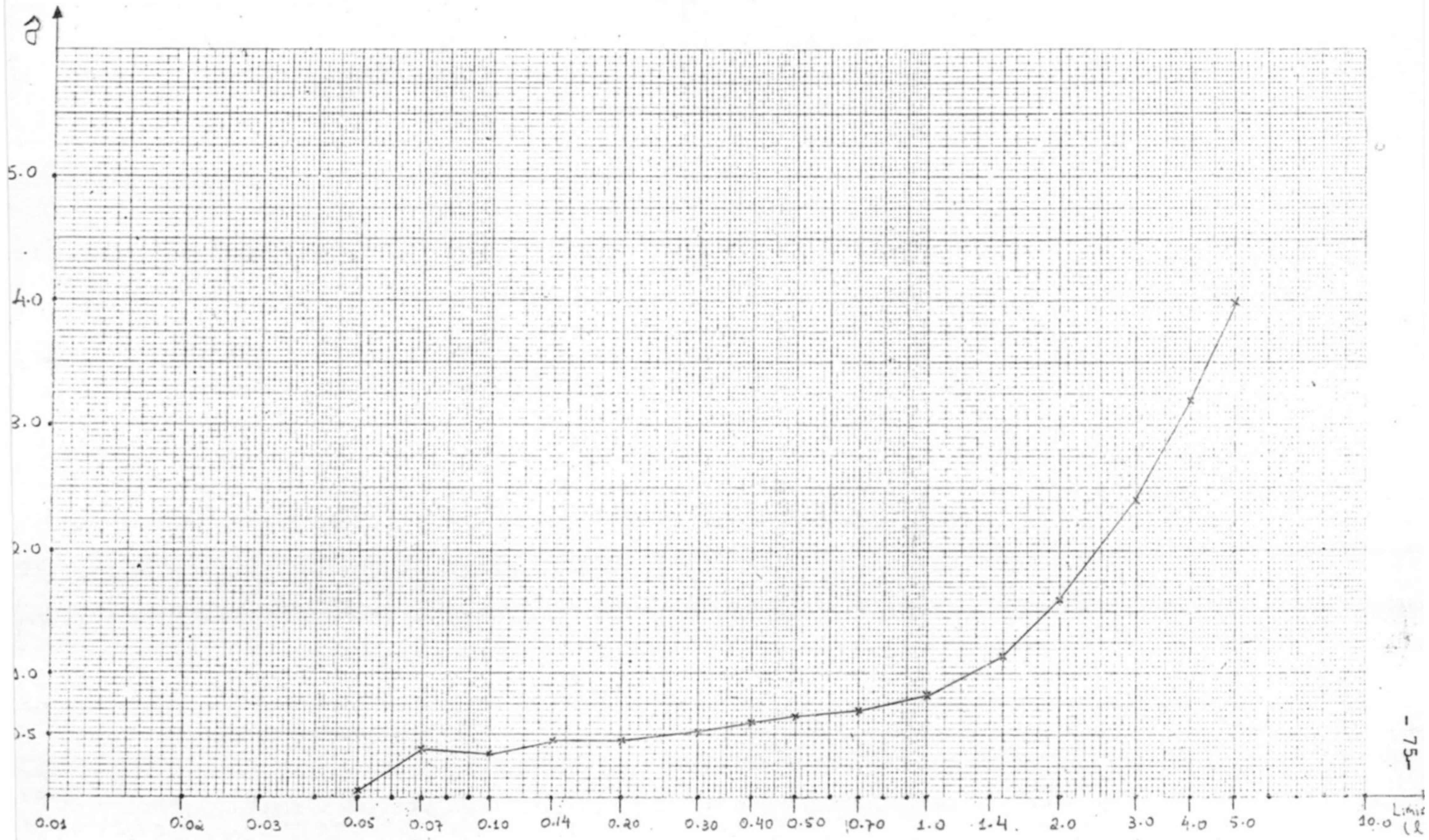



GRÁFICO A-5 $\alpha_{10} = 0.30$ ; $\alpha_{01} = 0.80$ , $\sigma = 0.5$

I^fSMrt c L^6<JC VJTiLvI ANDO Ob vÍAUOr^ç, L k<VA. Aft-CS

| X J? | JL* | El | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| | C.'DOO | o-300 | A.ooG | |
| 0-ico | 0-0t3 0.53^t 0-O3a. | 0. l'^ï t ü-OOt | C-ü^i 1. OSo t 0- | |
| I 1 i 4,0-eco | 0-‹53^1 0-0^5 | | C-loÇ | Ç. 0/*> t |

**\[o. a> , o- ao"].**

| CLASSES DE TEXTURAS | SAI | | | | | | | SAL | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma^2$ $R_x(0,0)$ | $R_x(1,0)$ | $R_x(0,1)$ | $R_x(1,1)$ | $\alpha_{01}$ $K_x(0,1)$ | $\alpha_{10}$ $K_x(1,0)$ | $K_x(1,1)$ | $R_y(0,0)$ | $R_y(1,0)$ | $R_y(0,1)$ | $R_y(1,1)$ | $K_y(1,0)$ | $K_y(0,1)$ | $K_y(1,1)$ |
| $C_1$ | 4.00 / 3.95 | 1.40 / 1.41 | 2.40 / 2.36 | 0.84 / 0.83 | 0.60 / 0.60 | 0.35 / 0.36 | 0.21 / 0.21 | 0.50 / 0.50 | 0.31 / 0.31 | 0.35 / 0.35 | 0.28 / 0.28 | 0.61 / 0.61 | 0.71 / 0.70 | 0.57 / 0.57 |
| $C_2$ | 1.00 / 0.99 | 0.35 / 0.35 | 0.60 / 0.59 | 0.21 / 0.21 | 0.60 / 0.60 | 0.35 / 0.36 | 0.21 / 0.21 | 0.50 / 0.50 | 0.31 / 0.31 | 0.35 / 0.35 | 0.28 / 0.28 | 0.61 / 0.61 | 0.71 / 0.70 | 0.57 / 0.57 |
| $C_3$ | 4.00 / 3.98 | 1.60 / 1.62 | 1.60 / 1.58 | 0.64 / 0.63 | 0.40 / 0.40 | 0.40 / 0.41 | 0.16 / 0.16 | 0.50 / 0.50 | 0.32 / 0.31 | 0.32 / 0.31 | 0.28 / 0.27 | 0.63 / 0.63 | 0.63 / 0.63 | 0.55 / 0.55 |
| $C_4$ | 1.00 / 1.00 | 0.40 / 0.41 | 0.40 / 0.40 | 0.16 / 0.16 | 0.40 / 0.40 | 0.40 / 0.41 | 0.16 / 0.16 | 0.50 / 0.50 | 0.32 / 0.31 | 0.32 / 0.31 | 0.28 / 0.27 | 0.63 / 0.63 | 0.63 / 0.63 | 0.55 / 0.55 |
| $C_5$ | 4.00 / 3.98 | 2.40 / 2.42 | 1.40 / 1.38 | 0.84 / 0.82 | 0.35 / 0.35 | 0.60 / 0.61 | 0.21 / 0.21 | 0.50 / 0.50 | 0.35 / 0.35 | 0.31 / 0.31 | 0.28 / 0.28 | 0.71 / 0.70 | 0.61 / 0.61 | 0.57 / 0.56 |
| $C_6$ | 1.00 / 0.99 | 0.60 / 0.61 | 0.35 / 0.34 | 0.21 / 0.21 | 0.35 / 0.35 | 0.60 / 0.61 | 0.21 / 0.21 | 0.50 / 0.50 | 0.35 / 0.35 | 0.31 / 0.31 | 0.28 / 0.28 | 0.71 / 0.70 | 0.61 / 0.61 | 0.57 / 0.56 |

TABELA A-2 VALORES TEÓRICOS E PRÁTICOS DAS CORRELAÇÕES PARA 6 CLASSES DE TEXTURAS (CASO SEM RUÍDO).

VALOR TEÓRICO / VALOR PRÁTICO

| CLASSES DE TEXTURAS | SAI | | | | | | | SAL | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $R_Z(0,0)$ | $R_Z(1,0)$ | $R_Z(0,1)$ | $R_Z(1,1)$ | $K_Z(0,1)$ | $K_Z(1,0)$ | $K_Z(1,1)$ | $R_Y(0,0)$ | $R_Y(1,0)$ | $R_Y(0,1)$ | $R_Y(1,1)$ | $K_Y(1,0)$ | $K_Y(0,1)$ | $K_Y(1,1)$ |
| $C_1$ | 4.00 / 5.17 | 1.40 / 1.43 | 2.40 / 2.43 | 0.84 / 0.83 | 0.60 / 0.47 | 0.35 / 0.28 | 0.21 / 0.16 | 0.50 / 0.50 | 0.31 / 0.29 | 0.35 / 0.33 | 0.28 / 0.27 | 0.61 / 0.59 | 0.71 / 0.65 | 0.57 / 0.55 |
| $C_2$ | 1.00 / 1.29 | 0.35 / 0.36 | 0.60 / 0.61 | 0.21 / 0.21 | 0.60 / 0.47 | 0.35 / 0.28 | 0.21 / 0.16 | 0.50 / 0.50 | 0.31 / 0.29 | 0.35 / 0.33 | 0.28 / 0.27 | 0.61 / 0.59 | 0.71 / 0.65 | 0.57 / 0.55 |
| $C_3$ | 4.00 / 5.22 | 1.60 / 1.63 | 1.60 / 1.65 | 0.64 / 0.63 | 0.40 / 0.31 | 0.40 / 0.32 | 0.16 / 0.12 | 0.50 / 0.50 | 0.32 / 0.30 | 0.32 / 0.30 | 0.28 / 0.27 | 0.63 / 0.60 | 0.63 / 0.60 | 0.55 / 0.54 |
| $C_4$ | 1.00 / 1.30 | 0.[illegible]0 / 0.41 | 0.40 / 0.41 | 0.16 / 0.16 | 0.40 / 0.31 | 0.40 / 0.32 | 0.16 / 0.12 | 0.50 / 0.50 | 0.32 / 0.30 | 0.32 / 0.30 | 0.28 / 0.27 | 0.63 / 0.60 | 0.63 / 0.60 | 0.55 / 0.54 |
| $C_5$ | 4.00 / 5.18 | 2.40 / 2.47 | 1.40 / 1.41 | 0.84 / 0.82 | 0.35 / 0.27 | 0.60 / 0.48 | 0.21 / 0.16 | 0.50 / 0.50 | 0.35 / 0.33 | 0.31 / 0.29 | 0.28 / 0.27 | 0.71 / 0.65 | 0.61 / 0.58 | 0.57 / 0.55 |
| $C_6$ | 1.00 / 1.29 | 0.60 / 0.62 | 0.35 / 0.35 | 0.21 / 0.21 | 0.35 / 0.27 | 0.60 / 0.48 | 0.21 / 0.16 | 0.50 / 0.50 | 0.35 / 0.33 | 0.31 / 0.29 | 0.28 / 0.27 | 0.71 / 0.65 | 0.61 / 0.58 | 0.57 / 0.55 |

TABELA A-3 VALORES TEÓRICOS E PRÁTICOS DAS CORRELAÇÕES PARA 6 CLASSES DE TEXTURAS (RELAÇÃO DE SINAL RUÍDO IGUAL A 3 dB).

VALOR TEÓRICO / VALOR PRÁTICO

| CLASSES DE TEXTURAS | SAI | | | | | | SAL | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ALGORÍTMO 1 | | | ALGORÍTMO 2 | | | ALGORÍTMO 3 | | | ALGORÍTMO 4 | | |
| | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sigma^2$ | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sigma^2$ | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sigma$ | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sigma$ |
| $C_1$ | 0.35 / 0.36 ± 0.02 | 0.60 / 0.60 ± 0.01 | 4.00 / 3.95 ± 0.14 | 0.35 / 0.35 ± 0.04 | 0.60 / 0.59 ± 0.04 | 4.00 / 3.95 ± 0.14 | 0.35 / 0.35 ± 0.06 | 0.60 / 0.59 ± 0.04 | 2.00 / 2.10 ± 0.17 | 0.35 / 0.34 ± 0.09 | 0.60 / 0.58 ± 0.11 | 2.00 / 2.10 ± 0.17 |
| $C_2$ | 0.35 / 0.35 ± 0.03 | 0.60 / 0.60 ± 0.03 | 1.00 / 0.99 ± 0.04 | 0.35 / 0.35 ± 0.04 | 0.60 / 0.59 ± 0.04 | 1.00 / 0.99 ± 0.04 | 0.35 / 0.35 ± 0.06 | 0.60 / 0.59 ± 0.04 | 1.00 / 1.05 ± 0.10 | 0.35 / 0.34 ± 0.09 | 0.60 / 0.58 ± 0.11 | 1.00 / 1.05 ± 0.10 |
| $C_3$ | 0.40 / 0.41 ± 0.02 | 0.40 / 0.40 ± 0.01 | 4.00 / 3.98 ± 0.12 | 0.40 / 0.40 ± 0.05 | 0.40 / 0.39 ± 0.04 | 4.00 / 3.98 ± 0.12 | 0.40 / 0.40 ± 0.04 | 0.40 / 0.40 ± 0.04 | 2.00 / 2.09 ± 0.17 | 0.40 / 0.39 ± 0.11 | 0.40 / 0.39 ± 0.11 | 2.00 / 2.09 ± 0.17 |
| $C_4$ | 0.40 / 0.41 ± 0.02 | 0.40 / 0.40 ± 0.01 | 1.00 / 1.00 ± 0.03 | 0.40 / 0.40 ± 0.05 | 0.40 / 0.39 ± 0.04 | 1.00 / 1.00 ± 0.03 | 0.40 / 0.39 ± 0.05 | 0.40 / 0.39 ± 0.05 | 1.00 / 1.05 ± 0.09 | 0.40 / 0.38 ± 0.11 | 0.40 / 0.38 ± 0.11 | 1.00 / 1.05 ± 0.09 |
| $C_5$ | 0.60 / 0.61 ± 0.02 | 0.35 / 0.35 ± 0.02 | 4.00 / 3.98 ± 0.15 | 0.60 / 0.60 ± 0.05 | 0.35 / 0.34 ± 0.03 | 4.00 / 3.98 ± 0.15 | 0.60 / 0.59 ± 0.04 | 0.35 / 0.34 ± 0.06 | 2.00 / 2.09 ± 0.21 | 0.60 / 0.57 ± 0.13 | 0.35 / 0.33 ± 0.10 | 2.00 / 2.09 ± 0.21 |
| $C_6$ | 0.60 / 0.61 ± 0.01 | 0.35 / 0.34 ± 0.02 | 1.00 / 0.99 ± 0.03 | 0.60 / 0.60 ± 0.05 | 0.35 / 0.34 ± 0.03 | 1.00 / 0.99 ± 0.17 | 0.60 / 0.59 ± 0.04 | 0.35 / 0.34 ± 0.06 | 1.00 / 1.04 ± 0.11 | 0.60 / 0.57 ± 0.13 | 0.35 / 0.34 ± 0.10 | 1.00 / 1.04 ± 0.11 |

TABELA A-4 VALORES TEÓRICOS E PRÁTICOS DE IDENTIFICAÇÃO, UTILIZANDO OS ALGORÍTMOS 1, 2, 3 E 4 PARA 6 CLASSES DE TEXTURAS (CASO SEM RUÍDO).

VALOR TEÓRICO

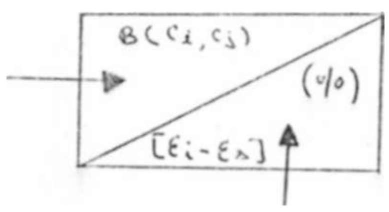
VALOR PRÁTICO (MÉDIA ± DESVIO PADR.)

| CLASSES DE TEXTURAS | SAI | | | | | | SAL | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ALGORÍTMO 1 | | | ALGORÍTMO 2 | | | ALGORÍTMO 3 | | | ALGORÍTMO 4 | | |
| | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sigma^2+\gamma^2$ | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sigma^2+\gamma^2$ | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sqrt{\sigma^2+\gamma^2}$ | $\alpha_{10}$ | $\alpha_{01}$ | $\sqrt{\sigma^2+\gamma^2}$ |
| $C_1$ | 0.35 / 0.28 ± 0.03 | 0.60 / 0.47 ± 0.02 | 5.00 / 5.16 ± 0.50 | 0.35 / 0.34 ± 0.04 | 0.60 / 0.58 ± 0.05 | 5.00 / 5.16 ± 0.50 | 0.35 / 0.26 ± 0.06 | 0.60 / 0.46 ± 0.05 | 2.24 / 2.34 ± 0.20 | 0.35 / 0.33 ± 0.10 | 0.60 / 0.57 ± 0.12 | 2.24 / 2.34 ± 0.20 |
| $C_2$ | 0.35 / 0.28 ± 0.03 | 0.60 / 0.47 ± 0.02 | 1.25 / 1.29 ± 0.12 | 0.35 / 0.34 ± 0.04 | 0.60 / 0.58 ± 0.05 | 1.25 / 1.29 ± 0.12 | 0.35 / 0.26 ± 0.06 | 0.60 / 0.46 ± 0.05 | 1.12 / 1.17 ± 0.10 | 0.35 / 0.33 ± 0.10 | 0.60 / 0.57 ± 0.12 | 1.12 / 1.17 ± 0.10 |
| $C_3$ | 0.40 / 0.32 ± 0.02 | 0.40 / 0.31 ± 0.02 | 5.00 / 5.21 ± 0.55 | 0.40 / 0.39 ± 0.05 | 0.40 / 0.38 ± 0.05 | 5.00 / 5.21 ± 0.55 | 0.40 / 0.30 ± 0.05 | 0.40 / 0.30 ± 0.05 | 2.24 / 2.37 ± 0.18 | 0.40 / 0.35 ± 0.12 | 0.40 / 0.35 ± 0.12 | 2.24 / 2.37 ± 0.18 |
| $C_4$ | 0.40 / 0.32 ± 0.02 | 0.40 / 0.31 ± 0.02 | 1.25 / 1.30 ± 0.14 | 0.40 / 0.39 ± 0.05 | 0.40 / 0.38 ± 0.05 | 1.25 / 1.30 ± 0.14 | 0.40 / 0.30 ± 0.05 | 0.40 / 0.30 ± 0.05 | 1.12 / 1.18 ± 0.09 | 0.40 / 0.35 ± 0.12 | 0.40 / 0.35 ± 0.12 | 1.12 / 1.18 ± 0.09 |
| $C_5$ | 0.60 / 0.48 ± 0.02 | 0.35 / 0.27 ± 0.02 | 5.00 / 5.17 ± 0.50 | 0.60 / 0.58 ± 0.05 | 0.35 / 0.33 ± 0.03 | 5.00 / 5.17 ± 0.50 | 0.60 / 0.46 ± 0.05 | 0.35 / 0.26 ± 0.06 | 2.24 / 2.36 ± 0.21 | 0.60 / 0.54 ± 0.16 | 0.35 / 0.31 ± 0.11 | 2.24 / 2.36 ± 0.21 |
| $C_6$ | 0.60 / 0.48 ± 0.02 | 0.35 / 0.27 ± 0.02 | 1.25 / 1.29 ± 0.12 | 0.60 / 0.58 ± 0.05 | 0.35 / 0.33 ± 0.03 | 1.25 / 1.29 ± 0.12 | 0.60 / 0.46 ± 0.05 | 0.35 / 0.26 ± 0.06 | 1.12 / 1.18 ± 0.10 | 0.60 / 0.54 ± 0.16 | 0.35 / 0.31 ± 0.11 | 1.12 / 1.18 ± 0.10 |

TABELA A-5 VALORES TEÓRICOS E PRÁTICOS DE IDENTIFICAÇÃO UTILIZANDO OS ALGORÍTMOS 1, 2, 3 E 4 PAR 6 CLASSES DE TEXTURAS (RELAÇÃO DE SINA

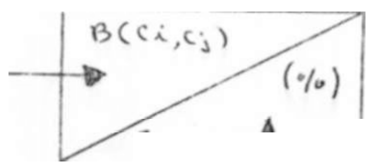
T>><^íW»A vi C ^ A S 9t C U^icjocf f ?Art.** to 'jMtfiTs
7)Ç CIASSE -ye TVTK^OAAS , VJ^AUTÍO 3 f|?»4

| ?AÄ DZ ClASicS Ox | | SAI. | 0 |
|---|---|---|---|
| | . o- s[''] | | 0 -Mi] 5 |
| | • í.ol | | 0. OiO -M-S" |
| | | | 0. 013 |
| | A. é>4 Qo. o •0-0 | [01 - 4«0 | 2- |
| | -C o -o- í.O | | 1- Co.S- |
| | i̇A oh \ c.o • 0-0 | | |
| | 5,. OSI | | |



t)€ ClA&&€< "0^ 'TçJC"VO*AS ( VJSA*JT)Ü ?> t»?os '0 c VA«'A'-

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | S A I '~— vT' .fr. | S A L | V>V~ |
| | | | at*" • |
| | | o. 8<5 | o- oãi |
| Cs,a) | | | |
| | | | $. s i a |
| | i - | | |
| (Vs} | 5- Si') | | |
| | | | 3. cs"* |

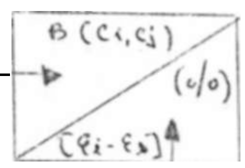



Co+A<, .^

DiS^Â^í-tA ft t Co'^A^ D<5 Cut«#aOff ^>AA.A %

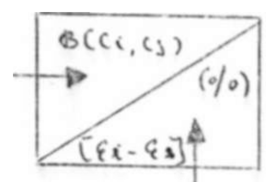
| DC; | SAI | | |
|---|---|---|---|
| | | | V)³ |
| 1 | y | 0.ooí ^ | O. o10 |
| | | 0.oib / | O. o13 |
| 3 | | | |

TK
ftVAMWvAAC-flA



Cot**AS T**)C

| ?A«. 0€ | NM(rt.lAVvFl -r,c- OßSt<tV,ACAC | | |
|---|---|---|---|
| | SAI | SM | |
| | | « A | |
| . | | 0. o33 / | |
| | | 0-03> | O- O3} |
| 3 | O- Jo>^< y | | |




COTAS DE CHERNOFF

ANEXO - 2

CALCULO DA FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO R (k,£)

o

## ANEXO - 2 - CALCULO DA FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO $R_Y(k,l)$

Seja $\{X(i,j)\}$ um campo aleatório Gaussiano e estacionário com media nula, $E X_{i,j} = 0$, e função de correlação $R_X(k,l) = E X_{i,j} X_{i-k,j-l}$. Seja $Y_{i,j}$ a saída de um bloco não linear de entrada $X_{i,j}$ de acordo com a Fig.A2.1, e definido por:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

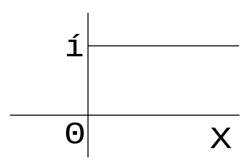



Fig.A2.1 - BLOCO NÃO LINEAR.

i) Supondo $k,l > 0$ e $k+l \neq 0$, $R_X(k,l) < R_X(0,0)$ a função de correlação $R_Y(k,l)$ pode ser calculada através da relação:

$$R_Y(k,l) = P[X_{i,j} \geq 0 \text{ e } X_{i-k,j-l} \geq 0]$$

0

$$\frac{1}{2\pi[\det(\Sigma_{k\ell})]^{1/2}} \cdot \operatorname{Exp}(-1/2.X'.\Sigma_{k\ell}^{-1}.X)\,dx_1\,dx_2$$

onde:

$$X = x. \qquad \begin{bmatrix} R_x(0,0) & R_x(k,\ell) \\ R_x(k,\ell) & R_x(0,0) \end{bmatrix}$$

Seja $h > 0$ e $S_{k\ell}(h)$ a area da elipse obtida da relação:

$$p(X) = \frac{1}{2\pi\,\det(\Sigma_{k\ell})^{1/2}} \cdot \operatorname{Exp}(-1/2.X.\Sigma_{k\ell}^{-1}.X) = h \;,$$

$h$ = (Densidade Constante).

Seja $S_{k\ell}^{*}(h)$ a área da elipse acima, limitada pela região $x_1$ e $\geq 0$ (denota-se estas áreas simplesmente por $S(h)$ e $S^{*}(h)$, respectivamente). Então, observa-se que $S(h)$ e $S^{*}(h)$ sao definidas para todo $h < \frac{1}{2\pi\,\det(\Sigma_{k\ell})^{1/2}} = h_o$

onde $h_o$ e o valor máximo da densidade, que

$$\int_o S(h)dh = \int_R p(X)dX = 1 \text{ e que } R_y(k,\ell) = \int_o S^{*}(h)dh$$

Isto implica que:

$$R_y(k,£) = \frac{\int_0^{h_0} S'(h).dh}{\int_0^{h_0} S(h).dh} = \frac{S'(h)}{S(h)} \quad \forall h \leq h_0$$

Denota-se:

$$R_y(k,£) = S'/S.$$

equação da elipse no sistema de eixos $x_1, x_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & -p \\ -p & 1 \end{bmatrix} .X = r$$

ou

$$x_1^2 - 2p x_1 x_2 + x_2^2 = r^2 ,$$

onde $p = \dfrac{R_X}{R_X(0,0)}$ e r é uma constante dependente de h.

Fazendo uma mudança de eixos, pode-se modificar a forma quádrica acima na forma diagonal:

$$\det \begin{bmatrix} 1-A & -p \\ -p & 1-X \end{bmatrix} = (1-A)^2 - p^2 = (1-X+p)(1-A-p)$$

Daí

$$A_1 = 1+p \quad , \quad A_2 = 1-p$$

Adj X 1 , i p 1 = Adj P P IP P = P -P -D P

Adj V 1 1 = Adj -P P . P " P = -P -P -P -P

Expressando no sistema de eixos $x^\wedge$ e $x^\wedge$, os auto-vetores associados a $X_1$ e $X_2$ e unitários são:

1 -1 »₂ - 1//?

O vetor 1 2 na nova base U_# $u_2$ é dado por

*1 *2 -1 x. x.

Desde que $u_2$ é uma matriz ortogonal,

*1 2 P-1 . $x_2$

0

$$= 1//2. \begin{vmatrix} I & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_{,1} \\ x_2 \end{vmatrix} \qquad \frac{\begin{matrix} x_l - x_2 \\ x_l + x_2 \end{matrix}}{/r}$$

Logo, a forma quadrática passa a ser:

$(1+p)\text{-}Y\pm r^2 + (1-p)$ «$y^{\wedge 2} \sim {}^{r}\ {}^{2}r$ a qual representa a equação da elipse (ver Fig.A2.2) no sistema de eixos $yL$, ^ .

Toda área hachuriada, S', na Fig.A2.2, é dada por S' = A+B, onde A é a área do triângulo, ou seja: $h = r^{\wedge}/2$ .

A área da elipse e dada pela relação: $S = n.r^2 //1\text{-}p^2$

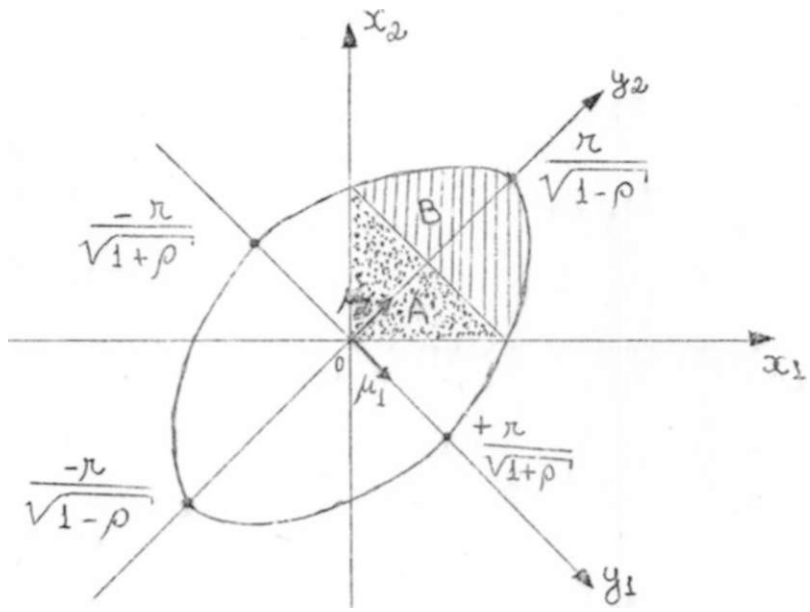



Fig. A2.2 .

Para calcular R^(k,£) basta calcular B, uma vez que:

R (k,£) =(A+B1/S

Cálculo de B:

De acordo com a Fig.A2.2;

+yj ,² - ((1-p))Y₂»/l+p

B = l.dY₁ dY₂ = 1- 1 -v r

r//2~ -v^r²-(l-p)^)/l+p ã

Fazendo uma mudança de variáveis:

Y2 " —— sene , então dY₂ = —— cosG dG

e r 2 - (1-p) , Y₂ = r 2 -r 2 .senO = r 2 .cosO 2 .

Finalmente:

n/2 n/2

B = 2r 2 //1-p 2 . \ cos e.de = r //l-p² • (l+cos26)de

ArcSen |U-p)/2 1/2 ArcSen (U-pV2) 1/2

n/2

B = r 2 V/l-p 2 dGH-r²//l-p² cosG'.dG'/2

ArcSen ((l-p)/2 1/2 2ArcSen j(l-p;>/2 1/2

A última integral foi obtida, fazendo 0' = 2 0.

Portanto:

$$B = r^{2} \sqrt{1-p^{2}} \cdot (\pi/2 - \text{ArcSen}(a-p\sqrt{2})^{1/2}) + r^{2}/2\sqrt{1-p^{2}}$$

$$\cdot\ (0 - \text{Sen}\ 2\ \text{ArcSen}\ (1-p/2)^{1/2})$$

Observando que Sen2G = 2SenG Cos G -= 2SenG

/1-Sen 0 (uma vez que nesse caso Cos 0 > 0), tem-se:

$$\text{Sen}\ 2\ \text{ArcSen}\left(\frac{1-P}{2}\right)^{1/2} = \sqrt{1-p^{2}}\ .$$

Assim:

$$B = r^{2}\sqrt{1-p^{2}}\ .\ (\pi/2 - \text{ArcSen}(\tfrac{1-p}{2})^{1/2}) - r^{2}/2$$

$$R(k,\ell) = s^{*}/s = \frac{\pi/2 - \text{ArcSen}(\frac{1-p}{2})^{1/2}}{\pi}$$

ou ainda:

$$p = K_{x}(k,\ell) = R_{x}(k,\ell)/R_{x}(0,0)$$

$$\therefore R_{Y}(k,\ell) = 1/2 - 1/\pi\ \text{ArcSen}\left[\frac{1-K(k,\ell)}{2}\right]^{1/2}$$

ii) Supondo $k = l = 0$ ou $R_{x}(k,\ell) = R_{x}(0,0)$,

então:

$$R_{Y}(k,l) = P\{X_{ij} > 0\} = 1/2.$$

Finalmente, para todo $k,l$ e 2. /

$$R_{Y}(k,\ell) = 1/2 - 1/\pi\ \text{ArcSen}\left[\frac{1-K(k,\ell)}{2}\right]^{1/2}$$

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


BANON,G. - CARNEIRO LEÃO,M.J.
"Reconhecimento Automático de Texturas por Aqusição Limiar".
Publicação DES - UFPE - Recife, 1982.

BANON,G.
"Estimação de Variáveis Aleatórias - Aplicação a Predição Linear".
Publicação DES - UFPE - Recife, 1982.

BEAUCHAMP, K.G.
"Signal Processing Using Analog and Digital Techniques".
John Wiley & Sons - New York, 1973.

CASTANIE,F.
"Conception et Realization d'un Corrélateur Vidéo-Fréquences ã Sources de Nombres Aléatoires",
Thèse : de Docteur de Spécialité - Toulouse, 1971.

DAVENPORT,W.B. - ROOT,W.L.
"An Introduction to the Theory of the Randop Signal and'Noise"
Mac6raw-Hi]! - 1958.

DUDA,R.O. - HART,P.E.
"Pattern Classification and Scene 'Analasys ".
John Wiley & Sons - New York, 1973.

DAVENPORT,JR., W.B,
"Random Processes and Introduction for Applied Scientists and Engineers".
McGraw-Hill - 1970.

FAUGERAS,O.D. - PRATT,W.K.
"Decorrelation Methods of Texture Extraction".
IEEE Trans. Pattern Anal. March. Intelligence - Vol.PamI - 2 - N9 4 - July, 1980.

9 FUKUNAGA,K.
"Introduction to Statistical Pattern Recognition",
Academic Press, Inc. New York, 1972.

10 HARALICK,R.M.
"Statistical and Strutural Approaches to Textures",
Proc. IEEE - Vol.67 - n? 5 - May, 1979.

11| JAIN,A.K.
"Partial Differential Equations and Finite-Difference Methods in Image Processing, Part 1: Image Representation",
J.Optimization Theory Appl. - vol.23 - n9 1 - September,1977

12) JAIN,A.K.
"Advances in Mathematical Models for Imago Processing".
Proc. IEEE - vol.69 n9 5 - May, 1981.

13 KARLIN,S. -TAYLOR, M.H.
"A First Course in Stochastic Processes".
Academic Press, Inc. - New York, 1975.

14 PRATT.W.K. - FAUGERAS, O. D, - GAGALOWICZ,A,

"Visual Discrimination of Stochastic Texturas Fields",

IEEE Trans. Syst.Man Cybern - Vol.SMC - N9 11 - November, 1978

|l5| WOODS,J.W.

"Two-Dimensional Discrete Markovien Fields".

IEEE Trans.Inform.Theory - vol.IT - 18 - n? 2 - March, 1972,

i i*

OBS: I - Referenda citada no texto.

I 16 I* Rosenfeld, A. - King -r Sun Fu

"Pattern Recognition and Image Processing"

IEE Transactions on Computers - Vol. C - 25 - N9 12, Decembe

1976.