



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL**

LAYS AGUIAR BEZERRA

**EMPREGO DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA
OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Caruaru, 2017

LAYS AGUIAR BEZERRA

EMPREGO DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental-PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste - CAA, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientadora: Profa. Dra. Giuliana F. F. Bono

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Bono

Caruaru, 2017

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva CRB/4 – 1223

B574e Bezerra, Lays Aguiar.
Emprego de algoritmos genéticos para otimização de vigas de concreto armado /
Lays Aguiar Bezerra. - 2017.
120f.: 30 cm.

Orientadora: Giuliana Furtado Franca Bono.
Coorientador: Gustavo Bono.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2017.
Inclui Referências.

1. Concreto armado. 2. Vigas. 3. Otimização estrutural (Brasil). 4. Algoritmos
genéticos. I. Bono, Giuliana Furtado Franca. II. Bono, Gustavo. III. Título.

620 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-069)

LAYS AGUIAR BEZERRA

**EMPREGO DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE
CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, Campus Agreste, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Aprovada em: 11 de Agosto de 2017

BANCA EXAMINADORA

Dra. GIULIANA FURTADO FRANCA BONO – PPGECAM/UFPE
(Orientadora e Presidente da banca)

Dr. CHARLEI MARCELO PALIGA – FAUrb-UFPeI
(Examinador Externo)

Dr. ALESSANDRO ROMÁRIO ECHEVARRIA ANTUNES – PPGECAM/UFPE
(Examinador Interno)

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Profa. Dra. Giuliana F.F. Bono e Prof. Dr. Gustavo Bono, pelo conhecimento, tempo e paciência transmitidos ao longo do curso.

Aos meus amigos e colegas de curso, pela dedicação e parceria para superar as dificuldades dessa jornada. Em especial à Kaike Manoel que me acompanhou durante todo o percurso.

Aos meus amigos pessoais pelo apoio e compreensão quando da minha ausência, especialmente à Rafael Lourenço, por sua ajuda tanto na parte de programação, quanto na parte do texto deste trabalho.

À CAPES pelo incentivo financeiro em parte da pesquisa.

Aos meus pais, por existirem e estarem sempre presentes na minha vida.

À Deus, por permitir que tudo isso tenha acontecido.

RESUMO

A escassez de recursos naturais em adição ao constante crescimento de sua demanda tem impulsionado a comunidade científica a buscar por novas tecnologias que viabilizem uma solução eficiente na aplicação dos produtos que de tais recursos são produzidos. Dentre essas tecnologias, com destaque, tem-se a otimização, que vem sendo adotada com êxito em diversas áreas. Optou-se no presente trabalho pela utilização de uma técnica computacional de otimização probabilística chamada Algoritmo Genético (AG), que foi implementada no *software* MATLAB através de um *toolbox* específico. O algoritmo foi aplicado na otimização do custo de vigas de concreto armado, biapoiadas e engastadas-livres, submetidas à flexão simples, cujas variáveis otimizadas foram a altura útil e a base da seção, a área de aço longitudinal comprimida e tracionada e a quantidade de estribos ao longo da viga. Ao todo, três análises foram feitas: a relação entre o custo da viga e as variáveis otimizadas quando variados os comprimentos das vigas e a resistência característica do concreto, a relação do custo entre vigas com armadura simples e dupla, e a relação do custo entre vigas considerando e desconsiderando o estado limite de deformações excessivas. Além disso, para garantir que as variáveis escolhidas no processo de otimização fossem aquelas com maior relevância no custo final, foi usada uma técnica probabilística chamada *Design Of Experiment* (DOE), que verifica o grau de influência de cada variável na função objetivo.

Palavras-chave: Concreto armado. Vigas. Otimização estrutural. Algoritmo genético. DOE.

ABSTRACT

The scarcity of natural resources in addition to the constant growth of its demand has driven a scientific community to search for new technologies that enable an efficient solution in the application of the products of such resources are produced. Among these Technologies the optimization has been successfully adopted in several areas. For the accomplishment of the present work it was chosen a computational technique of probabilistic optimization called Genetic Algorithm (GA) that was implemented in MATLAB software through a specific toolbox. The algorithm was applied in the optimization of the cost of reinforced concrete beams (biapoided and cantilever) subjected to symmetrical bending, whose optimized variables were the useful height and the base of the section, the area of compressed and tensile longitudinal steel and the number of stirrups along the beam. Three analyzes were made: the relation between the cost of the beam and the optimized variables when varying the lengths of the beams and the characteristic resistance of the concrete, the cost ratio between beams with single and double reinforcement, and the relation between the cost of beams considering and disregarding the limit state of excessive deformations. In addition, to ensure that the variables chosen in the optimization process are those with the greatest relevance in the final cost, a probabilistic technique called Design Of Experiment (DOE) was used, which verifies the degree of influence of each variable on the objective function.

Keywords: Reinforced concrete. Beams. Structural optimization. Genetic algorithm. DOE.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas do Trabalho	17
Figura 2- Diagrama tensão-deformação do aço	27
Figura 3 - Diagrama tensão-deformação do concreto	27
Figura 4-Diagrama de tensão-deformação parábola-retângulo e retangular simplificado	29
Figura 5-Distribuição de tensões e deformações para cálculo da linha neutra para vigas submetidas à flexão simples.	30
Figura 6-Diagrama de equilíbrio de seções com armadura dupla	32
Figura 7-Decomposição de uma seção com armadura dupla	33
Figura 8 – Ilustração dos componentes genéticos associados a um problema de otimização	46
Figura 9-Esquema geral de funcionamento do Algoritmo Genético	47
Figura 10 – Documento de dados de entrada do programa	57
Figura 11 – Esquema das vigas que podem ser otimizadas no programa.	60
Figura 12 – Resultado da otimização no MATLAB	64
Figura 13 – Documento de texto com resultado gerado pelo programa	64
Figura 14 – Viga usada na calibração do programa	66
Figura 15 – Esquema da viga otimizada por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014)	71
Figura 16 – Viga calculada pela norma	73
Figura 17 – Relação entre altura da seção, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada	88
Figura 18 - Relação entre largura, resistência do concreto e comprimento da	

viga biapoiada	89
Figura 19 - Relação entre área de armadura, resistência do concreto e comprimento do vão da viga biapoiada	89
Figura 20 - Relação entre custo do concreto, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada	90
Figura 21 - Relação entre custo das formas, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada	91
Figura 22 - Relação entre custo total, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada	92
Figura 23 - Relação entre altura da seção, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre	95
Figura 24 - Relação entre largura, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre	96
Figura 25 - Relação entre área de armadura, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre	97
Figura 26 - Relação entre o custo do concreto, resistência e comprimento da viga engastada-livre	98
Figura 27 - Relação entre o custo das formas, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre	98
Figura 28 - Relação entre o custo total, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre	99
Figura 29 – Diferença percentual do custo entre as considerações com armadura dupla e simples	101
Figura 30 - Diferença do custo entre armadura dupla e simples	103

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Trabalhos que usaram o AG na otimização de estruturas	23
Quadro 2 - Restrições e variáveis de projeto para um problema de minimização do custo de uma viga de concreto armado	49
Quadro 3 - Número de experimentos e tipo de design a partir do nº de variáveis	51
Quadro 4 - Preços dos itens necessários para confecção de uma peça de concreto	82
Quadro 5 - Preços totais	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Matriz de Planejamento para 2IV4 – 1	53
Tabela 2 – Resultado da influência de cada variável	54
Tabela 3 – Matriz dos efeitos de segunda ordem	54
Tabela 4 – Resultado da influência das variáveis combinadas	55
Tabela 5 - Resultado da influência de todas as variáveis e combinações	55
Tabela 6 – Dados da viga de calibração	66
Tabela 7 – Resultados da calibração pelo ALGA	67
Tabela 8 – Resultados solver Penalty para tamanhos de população diferentes	69
Tabela 9 – Resultados ótimos do solver ALGA e Penalty Function	69
Tabela 10 - Dados utilizados no problema otimizado por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014)	71
Tabela 11 - Resultados da otimização de Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997), Alexandre (2014) e do programa implementado neste estudo.	72
Tabela 12 – Diferença dos resultados da otimização do programa deste trabalho em relação aos trabalhos de referência.	72
Tabela 13 - Dados utilizados na otimização do problema dimensionado pela NBR 6118 (ABNT, 2014)	74
Tabela 14 - Resultados da viga dimensionada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e comparados com os resultados otimizados do presente Programa.	74
Tabela 15 – Matriz de Planejamento para 2V5 – 1	75
Tabela 16 – Valores de alto e baixo nível para avaliação pelo DOE	76
Tabela 17 – Matriz de Planejamento preenchida	77
Tabela 18 – Matriz de efeitos de segunda ordem	78
Tabela 19 – Resultado da influência de todas as variáveis e combinações	78
Tabela 20 - Dados utilizados na otimização das vigas	81

Tabela 21 - Resultados da viga biapoiada com 3,00 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto	84
Tabela 22 - Resultados da viga biapoiada com 4,50 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto	85
Tabela 23 - Resultados da viga biapoiada com 6,00 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto	85
Tabela 24 - Resultados da viga biapoiada com 7,50 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto	86
Tabela 25 - Resultados da viga biapoiada com 8,50 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto	87
Tabela 26 - Resultados da viga engastada-livre com 1,00 metro de comprimento e variação da resistência do concreto	92
Tabela 27 - Resultados da viga engastada-livre de 2,00 metros de comprimento e com a variação da resistência do concreto	93
Tabela 28 - Resultados da viga engastada-livre de 3,00 metros de comprimento com a variação da resistência do concreto	94
Tabela 29 - Resultados da viga engastada-livre de 4,00 metros de comprimento com a variação da resistência do concreto	94
Tabela 30 – Resultados da viga biapoiada considerando armadura simples e dupla	101
Tabela 31 - Resultados da viga engastada-livre considerando armadura simples e dupla	102
Tabela 32 - Resultados da viga biapoiada com e sem verificação de flecha	104

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivos	15
1.1.1	<i>Objetivo geral</i>	15
1.1.2	<i>Objetivos específicos</i>	15
1.2	Justificativa e Motivação	16
1.3	Delineamento da Pesquisa	17
1.4	Revisão Bibliográfica	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1	Modelo Convencional de Cálculo	25
2.1.1	<i>Dimensionamento de vigas de concreto armado</i>	28
2.2	Otimização	43
2.2.1	<i>Métodos de otimização</i>	44
2.2.2	<i>Método dos Algoritmos Genéticos</i>	45
2.3	Algoritmos Genéticos em Vigas de Concreto Armado	48
2.4	Planejamento de Experimentos (DOE)	49
2.4.1	<i>Exemplo de aplicação</i>	51
3	DESCRIÇÃO E VALIDAÇÃO DO PROGRAMA	57
3.1	Calibração do Programa	65
3.2	Validação do Programa	70
3.2.1	<i>Viga otimizada por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014)</i>	70
3.2.2	<i>Viga calculada pela NBR 6118 (ABNT, 2014)</i>	73
3.3	Análise das Variáveis através do DOE	75
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	80
4.1	Estudo da Variação do Comprimento do Vão e da Resistência Característica à Compressão do Concreto (f_{ck})	80
4.1.1	<i>Resultados das vigas biapoçadas</i>	83

4.1.2	<i>Resultados das vigas engastadas-livres</i>	92
4.2	Comparação do Custo de Vigas com Armaduras Simples e Dupla	99
4.2.1	<i>Resultados das vigas biapoiadas</i>	100
4.2.2	<i>Resultados das vigas engastadas-livres</i>	102
4.3	Comparação entre vigas com e sem verificação do estado limite de deformações excessivas	103
4.3.1	<i>Resultados das vigas biapoiadas</i>	104
5	CONCLUSÕES	106
5.1	Calibração do Programa	108
5.2	Validação do Programa	108
5.3	Design of Experiments (DOE)	108
5.4	Análise da Variação do Vão e Resistência Característica à Compressão do Concreto das Vigas Biapoiadas e Engastadas-Livres	109
5.5	Armadura Simples e Dupla em Vigas Biapoiadas e Engastadas-Livre	110
5.6	Análise do Estado Limite de Deformações Excessivas de Vigas Biapoiadas	110
5.7	Sugestões para Trabalhos Futuros	111
	REFERÊNCIAS	112
	APÊNDICES	118
	Apêndice A – Mapa conceitual dos parâmetros do solver ALGA	118
	Apêndice B – Parâmetros alterados no solver ALGA para calibração do programa	119

1 INTRODUÇÃO

A alta taxa de urbanização, aliada ao crescimento populacional acelerado, vem demandando índices de consumo de recursos naturais muito elevados. Assim, administradores públicos, indústrias, pesquisadores, e a própria população têm se mostrado preocupados em estudar, cada um à sua maneira, formas de usar esses recursos mais conscientemente a fim de reduzir o impacto causado pelo uso deles.

Essa busca pelo uso consciente das matérias primas retiradas da natureza tem mobilizado pesquisadores de diversas áreas do conhecimento, procurando por tecnologias que permitam a extração da matéria prima do meio ambiente em menor quantidade e com maior aproveitamento das características as quais motivaram sua extração.

Na engenharia estrutural, os esforços têm sido direcionados para a otimização de projetos, nos quais se procura encontrar a melhor disposição dos elementos, as menores dimensões destes, a melhor tipologia e/ou a melhor tecnologia a ser implantada, permitindo que a estrutura, quando construída, atenda a todas as recomendações de estabilidade, durabilidade e segurança com o menor consumo e energia de produção possível.

Quando os elementos estruturais são de concreto armado, a otimização normalmente consiste na redução das dimensões das seções transversais, área de aço e, conseqüentemente, o custo de produção desses elementos. Para que esse objetivo seja alcançado, os pesquisadores da área fazem uso de ferramentas e técnicas de otimização computacionais em substituição aos métodos convencionais de análise de estruturas, evitando, dessa forma, peças superdimensionadas e uso desnecessário de materiais.

Dentre as muitas técnicas de otimização computacionais, a técnica dos Algoritmos Genéticos tem sido muito usada nos últimos anos e vem se mostrando muito eficiente em seus resultados, tornando-se uma ferramenta bastante útil na otimização de estruturas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo principal realizar o dimensionamento otimizado de seções de viga de concreto armado conforme a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizando o método dos Algoritmos Genéticos. Buscando-se, dessa maneira, uma redução do custo desses elementos estruturais através da racionalização dos materiais que compõem as peças estruturais em estudo e, conseqüentemente, a minimização dos impactos ambientais que essas estruturas venham a provocar.

1.1.2 Objetivos específicos

- Implementar um programa de otimização, com o auxílio do *toolbox* de Algoritmo Genético do *software* MATLAB, com o objetivo de encontrar a solução mais econômica que atenda às restrições de projeto e solicitações impostas ao elemento estrutural em estudo.
- Verificar a eficiência do programa implementado através da comparação dos seus resultados com os resultados gerados a partir de outros trabalhos de otimização envolvendo Algoritmos Genéticos e de vigas calculadas analiticamente baseadas na NBR 6118 (ABNT, 2014).
- Fazer uso do método estatístico de Planejamento de Experimentos (DOE- *Design Of Experiments*) para identificar qual a importância de cada variável usada na otimização;
- Determinar a relação ótima entre as características geométricas da seção, a resistência do concreto e a área das armaduras longitudinais e transversais, a fim de encontrar a seção na qual os custos dos materiais (concreto, armadura e formas) é mínimo.
- Analisar parametricamente e comparar os custos de vigas considerando análise de estado limite de serviço para deformações excessivas e estado limite último de elementos com armadura simples e dupla.

1.2 Justificativa e Motivação

A indústria da construção civil tem importância fundamental dentre os objetivos do desenvolvimento sustentável, não apenas pela sua contribuição para a economia, mas também pelos seus grandes impactos gerados tanto em termos ambientais como em termos sociais. Construir de forma sustentável consiste em minimizar o consumo de recursos naturais e maximizar a sua reutilização. Neste sentido, um diferencial competitivo para as empresas desse setor é reduzir o consumo de material utilizado na construção civil. Por isso, as empresas do setor vêm investindo incessantemente no conhecimento de novas técnicas que permitam minimizar o desperdício e, conseqüentemente, minimizar o custo total da obra e os impactos ambientais em decorrência da atividade humana.

Devido ao grande número de sistemas estruturais encontrados no mercado da construção civil, é de competência do engenheiro a definição da alternativa ideal frente às opções disponíveis, isto é, aquela capaz de conciliar o desempenho esperado ao menor consumo de materiais.

Nesse sentido, torna-se extremamente importante a busca por soluções que possibilitem a racionalização nas obras de engenharia através dos conhecimentos técnicos aplicados à escolha de sistemas estruturais que conduzam ao dimensionamento otimizado de estruturas.

Essa busca já vem ocorrendo, ao longo dos anos, de várias maneiras. Na programação computacional, por exemplo, são usados vários modelos numéricos que permitem a otimização de elementos estruturais. Alguns destes são: a programação quadrática linear, os multiplicadores de Lagrange, Algoritmo da colônia de formigas, Algoritmo Genético, entre outros.

No cálculo de um elemento estrutural de concreto armado devem ser atendidas as recomendações de segurança da norma em vigência, a NBR 6118 (ABNT, 2014) no caso do Brasil. Embora o uso dos modelos citados e outros modelos de otimização demonstrarem resultados satisfatórios, observa-se que há verificações que não são consideradas nos estudos já realizados, como é o caso de Silva et al. (2010), Barros et al. (2005) e Vitorio Junior e Martins (2011) que, entre outras verificações, não consideraram os esforços cortantes e a análise de

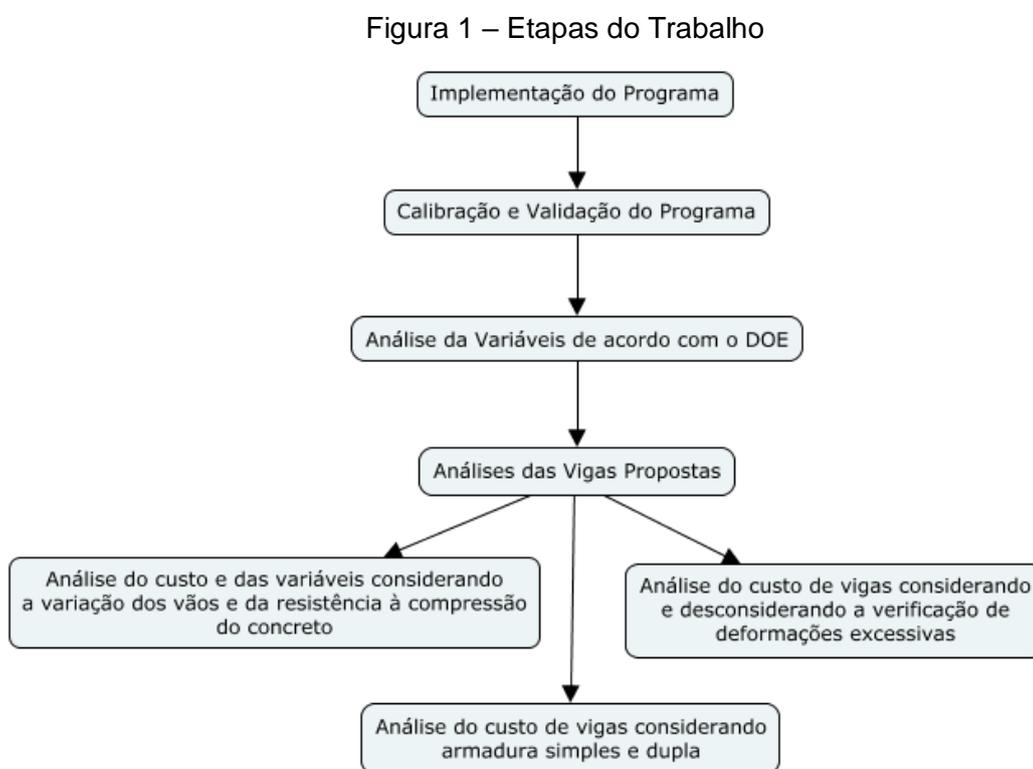
deformação de vigas, como é o caso de Govindaraj e Ramasamy (2005) e Yousif e Najem (2012), respectivamente.

No caso do Algoritmo Genético usado na otimização de vigas de concreto armado, modelo usado nesta pesquisa, é comum encontrar trabalhos que não consideram o esforço cortante ou que não consideram a análise de estado limite de deformações excessivas.

Dessa maneira, pesquisas que consideram a maior quantidade de recomendações possíveis da norma são indispensáveis para o crescimento e a eficiência do uso de técnicas de otimização computacional.

1.3 Delineamento da Pesquisa

Para um melhor acompanhamento do trabalho desenvolvido, na Figura 1 apresenta-se um fluxograma composto por todas as etapas de programação e análises realizadas na pesquisa.



Fonte: A Autora (2017)

A fim de garantir que os resultados gerados fossem satisfatórios, após a implementação do programa foi feita uma calibração. Para isso, foram comparados dois tipos de algoritmos internos que permitem a manipulação da configuração do algoritmo genético no MATLAB. Com a calibração concluída, foram otimizados dois exemplos de vigas encontrados na literatura, de modo a validar os resultados gerados pelo programa.

A etapa seguinte consistiu em uma avaliação estatística, através do método de Planejamento de Experimentos (DOE), das variáveis empregadas no processo de otimização de forma a identificar o grau de relevância de cada uma delas sobre a função objetivo do problema.

Finalmente, com o programa devidamente calibrado e validado, foram feitas as análises propostas:

- Análise da influência da variação dos vãos da viga e da resistência característica à compressão do concreto em relação ao custo dos materiais e as variáveis de projeto.
- Análise do custo de vigas quando permitido: (a) apenas armadura simples e (b) armadura dupla.
- Análise do custo de vigas considerando e desconsiderando a verificação de deformação excessivas.

1.4 Revisão Bibliográfica

No que se refere à engenharia civil, existem inúmeros estudos que visam a utilização de recursos de forma econômica. Dentro da engenharia estrutural podem-se citar, por exemplo, os trabalhos de Teles e Gomes (2010), Vitorio Junior e Martins (2011), Yousif e Najem (2012), Sias e Alves (2014), Alapati (2014), entre outros. Esses trabalhos têm estudado métodos de otimização de estruturas por intermédio de simulações numéricas, a fim de fazer com que os elementos estruturais trabalhem no seu limite de serviço, sempre respeitando os limites de segurança impostos pelas normas, e reduzindo o custo de produção.

Em meio aos muitos métodos computacionais desenvolvidos nas últimas décadas, a otimização via Algoritmos Genéticos vem ganhando espaço e se mostrando um método eficiente quando se trata de otimização de elementos estruturais.

Esse método foi desenvolvido pelo professor da Universidade de Michigan nos Estados Unidos, John Holland, e publicado, em 1975, no livro “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*”. Porém, apenas em 1986 foi aplicado na otimização industrial por Goldberg, aluno de Holland (LIMA, 2011).

Os Algoritmos Genéticos (AGs) fazem parte de um grupo de técnicas de otimização chamada Computação Evolutiva, que se baseia em características da natureza para compor suas características de programação. Kicinger et al. (2005) fez uma varredura nos estudos envolvendo a computação evolutiva e a otimização estrutural, desde as primeiras publicações até o ano de publicação do seu estudo, a fim de entender a cronologia histórica de como os estudos nessa área foram acontecendo. Foi identificado, então, as três etapas descritas a seguir:

- Etapa 1 (1986-1995) – Fase inicial, os algoritmos evolutivos eram usados combinados com outros métodos e aplicados em problemas simples da engenharia estrutural.
- Etapa 2 (1996-2000) – Fase caracterizada pela exploração e melhoria dos algoritmos evolutivos, podendo ser aplicados em problemas mais complexos e multiobjetivos.
- Etapa 3 (2001-2004) – A computação evolutiva se torna modelo de otimização estrutural e começa a ser usado não apenas por pesquisadores, mas por profissionais também.

Entre os pesquisadores que participaram da história da computação evolutiva, há os que se destacam por aparecer em todas as etapas de evolução, entre eles estão: Goldberg, pioneiro no uso da computação evolutiva, Bentley, Coello, Schoenawer, Hajela, Deb, entre outros.

Embora seja mais comum encontrar pesquisas de otimização de estruturas metálicas usando os Algoritmos Genéticos, como é o caso de Pizzirani (2003), Guerra (2008), Forti et al. (2009) e Teles e Gomes (2010), trabalhos envolvendo otimização de concreto armado vem ganhando um acervo considerável.

Na otimização de pilares, podem-se citar por exemplo: Bastos (2004), usou os AGs na otimização de seções retangulares submetidas à flexo-compressão oblíqua; Sias e Alves (2014), otimizaram seções de pilares sujeitas à flexo-compressão, comparando os resultados com outros métodos de otimização matemática; e Pires (2014), otimizou pilares esbeltos submetidos à flexo-compressão oblíqua, entre outros.

Já na otimização de vigas, Vakil-Baghmosheh e Peimani (2008) fizeram o uso dos AGs para detectar fissuras em vigas em balanço e compararam com resultados de ensaios experimentais. Perera e Vique (2009) otimizaram as equações para obtenção dos esforços de cisalhamento nas vigas e compararam com normas de vários países; e Shahnewaz et al. (2016) fizeram o mesmo tipo de otimização que Perera e Vique (2009) porém em vigas de concreto armado reforçadas com fibra de polímero.

Geralmente, na otimização de vigas de concreto armado, se busca a minimização do custo de fabricação, objetivo a ser alcançado também neste trabalho. A seguir serão descritos com um pouco mais de detalhes, alguns dos principais estudos nessa linha de pesquisa.

Além do custo de vigas, Camp et al. (2003) otimizaram o custo de um pilar e um pórtico 2D com 6 níveis. Na função objetivo foram levados em consideração o volume de concreto, a área de armadura e de formas necessários para a confecção do que se pretendia otimizar. As variáveis otimizadas foram a base, a altura e a quantidade e diâmetro das barras de aço. Foram otimizados dois tipos de viga, uma simplesmente apoiada com armadura simples e uma contínua com dois vãos, sendo um em balanço, considerando armadura dupla. Ambas estavam sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído e foram calculadas e detalhadas de acordo com as restrições do *American Concrete Institute (ACI) Building Code and Commentary 318-99*. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados propostos por McCormac (1998), conseguindo uma redução no custo de produção total da viga de 13,59% no primeiro caso e 11,81% no segundo caso.

Usando como referência as restrições do *EUROCODE 2 Standard (EC2)* de 1995, Leps e Sejnoha (2003) otimizaram, usando o AG associado ao Método dos

Elementos Finitos, uma viga contínua simétrica de dois vãos submetida a um carregamento uniformemente distribuído. A função objetivo do estudo levou em consideração o aço e o concreto a fim de otimizar o custo de fabricação da viga. Os resultados obtidos foram comparados com resultados de Matous et al. (2000), sendo alcançada uma redução de 42,27% no custo total da viga estudada.

O volume de concreto, o peso do aço e a área de forma foram as variáveis que compuseram a função objetivo do estudo do Govindaraj e Ramasamy (2005), cujas vigas otimizadas tinham duas configurações, uma biapoiada e a outra contínua com 3 vãos de comprimentos diferentes, ambas submetidas a um carregamento uniformemente distribuído. O custo atribuído a cada parâmetro analisado, diferente dos demais trabalhos que usaram um valor monetário, foi dado proporcionalmente em relação ao metro cúbico de volume de concreto necessário. Após otimizadas, os resultados foram comparados com o trabalho publicado por Kanagasundaram e Karihaloo (1991), gerando uma economia de 11,28% no custo da viga biapoiada e 7,46% da viga contínua.

Um programa de otimização para vigas contínuas de concreto armado de até 6 vãos foi criado por Lima (2011), cuja função objetivo era a otimização do custo total da viga, constituída pela contribuição dos materiais concreto, aço e formas necessários para execução da viga, sendo que as variáveis de projeto foram a base e a altura da seção transversal, e as armaduras longitudinais e transversais da viga. Para validar o programa, a autora analisou uma viga simplesmente apoiada, otimizada por Soares (1997) através dos multiplicadores de Lagrange, e por Castilho (2003) através dos Algoritmos Genéticos. Os resultados comparados foram a altura da viga e a área de armadura total, nos quais houve uma redução de 3,35% da altura em relação aos autores citados acima e um aumento da área de armadura de 16,22% em relação a Soares (1997) e 10,85% em relação a Castilho (2003). A autora também fez um estudo sobre a influência dos parâmetros internos do Algoritmo Genético no resultado final e identificou que os parâmetros mais influentes eram o tamanho da população e a taxa de mutação dos indivíduos.

A redução do custo de vigas em balanço foi o objetivo do trabalho de Yousif e Najem (2012). Foram otimizadas 6 vigas diferentes e cada uma delas foi

comparada com vigas de dimensões de seção diferentes calculadas de acordo com o *American Concrete Institute (ACI) Building Code 318* de 2008. Primeiramente foram otimizadas três vigas submetidas somente a momentos fletores diferentes, além de variar as resistências do concreto e do aço empregados. As três últimas vigas foram submetidas a momentos fletores, esforços cortantes e a torções diferentes, assim como também, foram variadas a resistência do concreto e do aço. Em todos os 6 casos estudados, a viga otimizada com os Algoritmos Genéticos tiveram o menor custo em relação as vigas calculadas pelo *ACI Code*.

Em seu trabalho, Alexandre (2014) implementou um programa de otimização de vigas contínuas que considera a influência dos pilares como seus apoios. Ao validar o seu programa, o autor otimizou duas vigas simplesmente apoiadas e uma viga contínua de um projeto estrutural real. A primeira viga otimizada teve como referência os trabalhos de Chakrabarty (1992) e Coello et al. (1997), chegando a um resultado 0,17% maior no custo final da viga. A segunda viga biapoiada otimizada foi proposta por Kanagasundaram e Karihaloo (1991), atingindo uma redução de até 10,26% no custo total. A viga contínua otimizada foi projetada para um alojamento de atletas, e seus resultados foram obtidos e analisados modificando a disposição da armadura dentro da peça, tendo seus resultados finais variando entre 5,36% e 20,15% de redução no custo total. Foi feito, ainda, uma análise de sensibilidade em relação ao preço dos insumos necessários para confecção de uma viga, e para isso foi otimizada uma viga biapoiada variando apenas o custo de cada insumo separadamente (concreto, forma, armadura), chegando a conclusão de que o material que mais influência no custo final é a forma, seguida pelo concreto e pelo aço, respectivamente.

Sendo assim, no Quadro 1, apresenta-se, de forma resumida todos os trabalhos citados nessa seção que usaram o Algoritmo Genético como método de otimização de elementos estruturais.

Quadro 1 – Trabalhos que usaram o AG na otimização de estruturas

ANO	AUTOR(ES)	ELEMENTO OTIMIZADO	CARACTERÍSTICA A OTIMIZAR
1991	COELLO, C. C. HERNÁNDES, F.S. FARRERA, F.A	Vigas Concreto Armado	Minimizar geometria e custo
2000	MATOUS, K. et al.	Vigas De Concreto Armado	Minimizar o custo
2003	CAMP, C.V. PEZESHK, S. HANSSON, H.	Viga, Pilar E Pórtico 2d De Concreto Armado	Minimizar o custo
	CASTILHO, V. C. de	Concreto Pré-Moldado Protendido	Minimizar o custo
	LEPS, M. SEJNOHA, M.	Vigas De Concreto Armado	Minimizar o custo
	PIZZIRANI, O.	Treliças Planas E Espaciais	Minimizar a massa da estrutura
2004	BASTOS, E. A.	Pilares De Concreto Armado	Minimizar o custo
2005	GOVINDARAJ, V. RAMASAMY, J.V	Vigas De Concreto Armado	Minimizar o custo
2008	VAKIL-BAGHMISHEH, M. et al.	Vigas De Concreto Armado	Identificar fissuras
	GUERRA, C.	Treliças Planas E Espaciais	Minimizar a massa da estrutura
2009	FORTI, T.L.D. SOUZA, M.G.Q.de REQUENA, J.A.	Treliça Metálica Plana Para Cobertas	Otimizar a geometria
	PERERA, R. VIQUE, J.	Vigas De Concreto Armado	Otimizar equações de cisalhamento
2010	TELES, M. L. GOMES, H. M.	Treliça Metálica Espacial De 25 E 72 Barras	Minimizar a massa da estrutura
2011	LIMA, M.L.R	Vigas De Concreto Armado	Minimizar o custo
2012	YOUSIF, S.T. NAJEM, R.	Vigas De Concreto Armado	Minimizar o custo
2014	ALEXANDRE, L.J.	Vigas De Concreto Armado	Minimizar o custo
	SIAS, F. M. ALVES, E. C.	Pilares De Concreto Armado	Minimizar a área da seção de concreto e de aço
	PIRES, S. de L.	Pilares Esbeltos De Concreto Armado	Minimizar a área da seção de concreto e de aço
2016	SHAHNEWAZZ, M. et al.	Vigas De Concreto Armado	Otimizar equações de cisalhamento

Fonte: A Autora (2017)

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando uma obra é idealizada, para viabilizar sua construção é preciso que ela seja planejada. Independente da finalidade para qual a obra será destinada, é necessário que sejam elaborados projetos específicos para cada etapa de sua construção. Em se tratando de um edifício residencial, por exemplo, são necessários os projetos de arquitetura, estrutura, instalações hidrossanitárias, instalações elétricas, lógica e telefonia, tubulações de gás, e de combate ao incêndio. Cada projeto é elaborado, com base em suas normas regulamentadoras, por um profissional qualificado.

Dentre os inúmeros projetos necessários para a execução de uma obra, um dos mais importantes é o estrutural, pois tem como objetivo assegurar que a construção atenda a todos os requisitos impostos de segurança, estética, condições de execução e utilização, ambientais e legais, de modo que seu resultado gere um conjunto de detalhes, orientações e representações gráficas capazes de indicar e permitir a localização e construção dos elementos que constituem a obra em questão (MARTHA, 2011).

A estrutura de uma edificação funciona como um conjunto de elementos que recebem e transferem cargas entre si, até que elas possam ser dissipadas no solo. Em um edifício, por exemplo, os primeiros elementos estruturais que devem ser calculados são as lajes, pois elas têm contato direto com a maior parte da carga que o empreendimento deve suportar. Em seguida, as vigas são dimensionadas pois, além de suportarem seu peso próprio e eventuais cargas diretas, elas são responsáveis por absorver parte das cargas que estão atuando nas lajes. Na sequência, são dimensionados os pilares, que recebem as cargas advindas das vigas e as transmitem para as fundações que, por sua vez, são os elementos responsáveis pela transferência dessas cargas para o solo.

Nesta pesquisa serão analisadas vigas de concreto armado através de um programa que será desenvolvido no *software* MATLAB para otimização de vigas de concreto armado, com o objetivo de encontrar a solução mais econômica que

atenda às restrições de projeto e solicitações impostas ao elemento estrutural em estudo.

Sendo assim, para um melhor entendimento do dimensionamento desses elementos estruturais, serão demonstradas as etapas e considerações de cálculo que devem ser realizadas durante a elaboração de um projeto estrutural para o dimensionamento de vigas de concreto armado, seguindo as especificações de segurança, desempenho e durabilidade da NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.1 Modelo Convencional de Cálculo

Antes de ser iniciado o processo de cálculo dos elementos estruturais de concreto armado, é necessário fazer a verificação de alguns requisitos que possam garantir a segurança, o desempenho e a durabilidade da estrutura.

Para garantir a durabilidade mínima do concreto é necessário identificar a Classe de Agressividade Ambiental (CAA), que indica qual o risco de deterioração que os elementos estruturais estarão submetidos, e depende do tipo de ambiente no qual a edificação será construída. No item 6.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), a CAA é dividida em quatro níveis, onde o nível com menor agressividade se refere a ambientes rurais ou submersos e o nível de maior agressividade se refere a ambientes com respingos de maré. Na norma ainda é possível determinar a relação água/cimento e o cobrimento mínimos a partir da Classe de Agressividade do Ambiente onde será construída a edificação.

Já em relação à segurança e ao desempenho de uma estrutura de concreto armado, as resistências dos elementos estruturais empregados devem ser superiores às ações de solicitação da mesma. Desta maneira, é necessário que os elementos sejam verificados em seu Estado Limite Último (ELU), que está relacionado à ruína da estrutura, e seus Estados Limites de Serviço (ELS), que estão relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização da estrutura (NBR 6118, ABNT, 2014).

A segurança de uma estrutura deve ser verificada em relação aos ELU encontrados no item 10.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Neste trabalho foi

verificado o ELU de esgotamento da capacidade resistente da estrutura devido às solicitações normais e tangenciais.

A análise do ELU deve ser tratada de forma mais rigorosa porque basta a ocorrência de um evento isolado para que todo o sistema venha a colapsar. Sendo assim, interessam valores mínimos de resistência e valores máximos das solicitações, para que seja estabelecida uma relação de segurança adequada. Desta maneira, através da NBR 6118 (ABNT, 2014) convencionam-se coeficientes de minoração de resistência que são aplicados nas resistências características dos materiais a fim de obter uma resistência de cálculo inferior e assegurar que os elementos estruturais não atinjam o limite durante a sua vida útil.

Os coeficientes de minoração das resistências a serem utilizados, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), para as estruturas mais usuais tem valores de $\gamma_c = 1,4$ para o concreto e $\gamma_s = 1,15$ para o aço. Os valores das resistências de cálculo são obtidos a partir das seguintes formulações (1) e (2):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1)$$

onde f_{cd} é a resistência à compressão de cálculo do concreto e f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias.

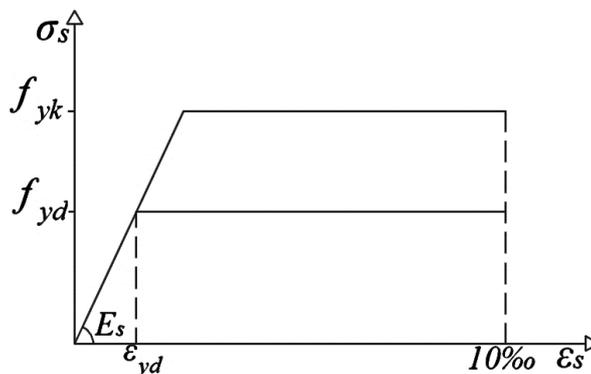
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2)$$

onde f_{yd} é a resistência ao escoamento de cálculo do aço a ser utilizado e f_{yk} é a tensão de escoamento característica do aço.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), mesmo que atenda a todos os critérios de segurança, em uma estrutura de concreto armado devem ser limitadas a formação e abertura de fissuras, deformações e vibrações excessivas, ou seja os ELS também devem ser verificados. Para essas análises, as resistências de cálculo são idênticas as resistências características, ou seja, $\gamma_c = \gamma_s = 1,0$.

Para o ELU, devem ser considerados os diagramas tensão-deformação para o aço e o concreto, apresentados nas Figuras 2 e 3.

Figura 2- Diagrama tensão-deformação do aço



Fonte: ABNT NBR 6118/2014

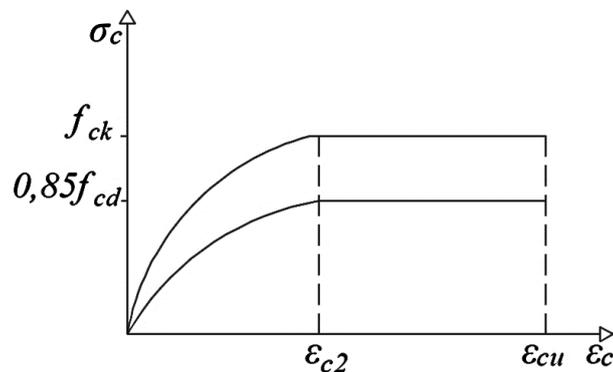
O patamar do diagrama de tensão-deformação do aço pode ser calculado por:

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3)$$

onde f_{yd} = resistência de cálculo do aço;

E_s = módulo de elasticidade do aço.

Figura 3 - Diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: ABNT NBR 6118/2014

A partir do diagrama apresentado na Figura 3, utiliza-se a Equação

(4) para determinar a tensão de cálculo atuante no concreto comprimido quando $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$.

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (4)$$

onde ε_c = deformação específica por encurtamento do concreto;

ε_{c2} = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

para $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$: $n=2$

para $f_{ck} > 50\text{MPa}$: $n=1,4+23,4[(90-f_{ck})/100]^4$

com: $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$ e $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$, para concretos até 50MPa

$\varepsilon_{c2} = 2\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck}-50)^{0,53}$, para concretos de 50 até 90MPa

$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰}[(90-f_{ck})/100]^4$, para concretos de 50 até 90MPa

2.1.1 Dimensionamento de vigas de concreto armado

Antes da realização do dimensionamento de uma viga de concreto armado, torna-se necessário a definição de alguns parâmetros, restrições e considerações.

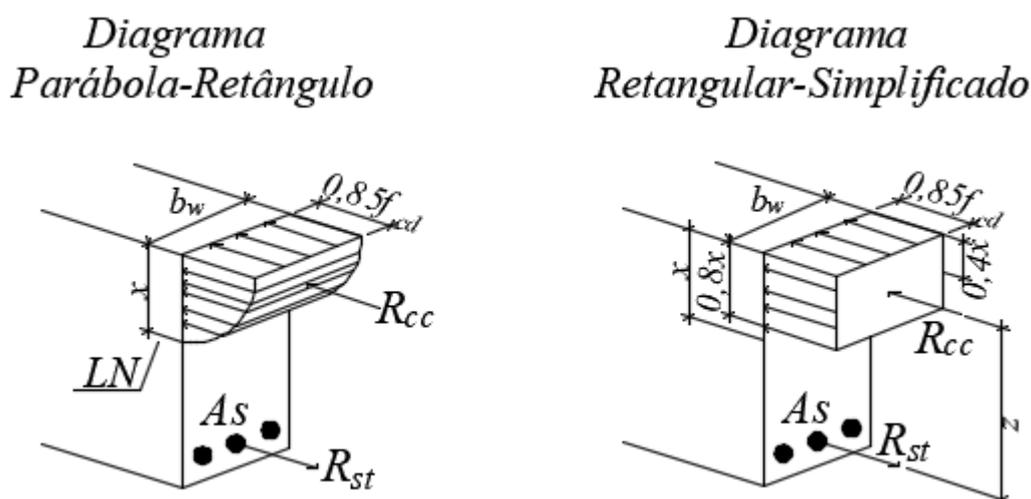
Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), devem ser consideradas as seguintes hipóteses para o cálculo de vigas de concreto armado:

- As seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- A deformação sofrida pela armadura é a mesma sofrida pelo concreto que a envolve;
- As tensões de tração normais à seção transversal do concreto devem ser desconsideradas no ELU;
- O diagrama parábola-retângulo de distribuição de tensões de compressão do concreto pode ser substituído pelo diagrama simplificado retangular de profundidade $y=\lambda x$, sendo $\lambda = 0,8$ para concretos até 50MPa e $\lambda=0,8 - (f_{ck}-50)/400$ para concretos maiores que 50MPa. Na Figura 4, observa-se o

diagrama parábola-retângulo e o retangular simplificado para concretos até 50MPa;

- A tensão nas armaduras é definida a partir do diagrama de tensão-deformação do aço (Figura 2), para cada tipo de aço a ser utilizado;
- O ELU se caracteriza através da distribuição das deformações na seção transversal pertencente a um dos domínios de deformação encontrados no item 17.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Os elementos estruturais caracterizados como vigas podem se enquadrar nos domínios 2, 3 e 4.

Figura 4-Diagrama de tensão-deformação parábola-retângulo e retangular simplificado



Fonte: Bastos (2015)

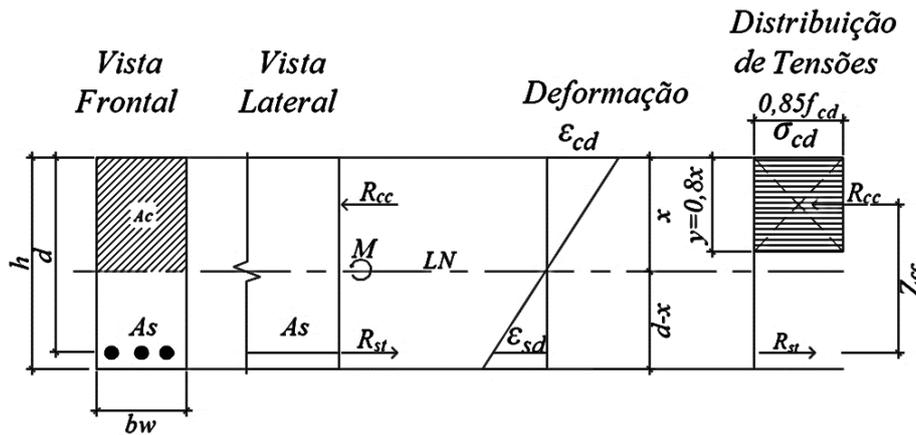
O item 17.3.5 da NBR 6118 (ABNT, 2014) limita a taxa de armadura de uma seção de concreto armado de maneira a assegurar as condições de ductilidade do concreto, assim como, também limita o espaçamento entre as barras para garantir a homogeneidade do concreto e proporcionar condições favoráveis para a execução da peça.

2.1.1.1 Vigas com armadura simples

O dimensionamento de uma viga de concreto armado é feito a partir do equilíbrio entre os esforços internos de forças normais e momentos fletores da

seção em estudo. Tratando-se de seções retangulares, o equilíbrio desses esforços é calculado a partir das seguintes formulações obtidas a partir da Figura 5.

Figura 5-Distribuição de tensões e deformações para cálculo da linha neutra para vigas submetidas à flexão simples.



Fonte: Bastos (2015)

O equilíbrio das forças normais se dá por:

$$R_{cc} = R_{st} \quad (5)$$

onde R_{cc} é a resultante das tensões da área comprimida do concreto e R_{st} é a resultante das tensões de tração na armadura tracionada.

Analisando a Figura 5, pode-se afirmar que:

$$R_{cc} = 0,85 f_{cd} 0,80x bw \quad (6)$$

$$R_{st} = \sigma_{sd} A_s \quad (7)$$

onde b_w é a largura da seção, f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto, σ_{sd} é a tensão de cálculo da armadura tracionada e A_s é a área de armadura tracionada.

Então, substituindo (6) e (7) em (5) e reorganizando tem-se a seguinte equação para área de armadura na região tracionada da seção transversal:

$$A_s = \frac{0,85 f_{cd} 0,80x bw}{\sigma_{sd}} \quad (8)$$

onde σ_{sd} é a tensão de cálculo da armadura tracionada, sendo seu valor definido pelo menor valor entre o f_{yd} e o produto da deformação da armadura tracionada (ε_s) com o módulo de elasticidade do aço (E_s).

Ao verificar o equilíbrio dos momentos fletores, deve-se garantir que o momento fletor solicitante (M_{sd}) seja igual ao momento resistente (M_{rd}), dessa maneira:

$$M_{sd} = M_{rd} \quad (9)$$

ou seja,

$$M_{sd} = R_{cc}Z_{cc} \quad (10)$$

$$M_{sd} = R_{st}Z_{cc} \quad (11)$$

onde Z_{cc} é a distância entre R_{cc} e R_{st} .

Igualando e reorganizando as equações (10) e (11), assim como na da equação (8), também é possível calcular a área de armadura longitudinal necessária na região tracionada da seção transversal da viga.

Para que o aço possa proporcionar o comportamento dúctil em vigas e lajes, o item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) impõe que a posição da linha neutra 'x' no ELU não deve ser maior que 45% da altura útil 'd', quando se tratar de concretos com resistências características até 50MPa e 35% da altura útil 'd', para concretos com resistências características entre 50MPa e 90MPa.

2.1.1.2 Vigas com armadura dupla

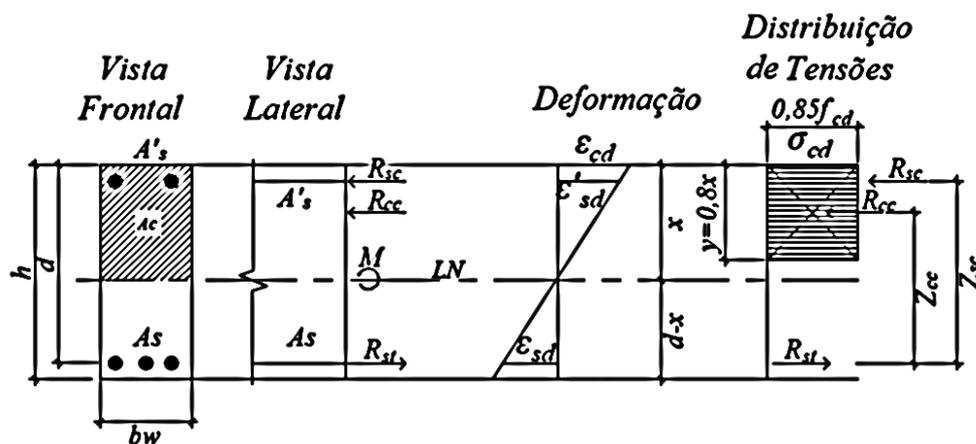
Podem existir situações em que, por imposições de projeto, seja necessário considerar uma viga com altura menor que a altura mínima exigida pelo momento fletor atuante de cálculo, precisando considerar situações com armadura dupla. Segundo Bastos (2015), isso também pode ocorrer em vigas contínuas que estão sujeitas a momentos fletores negativos nos apoios intermediários. Como esses momentos são maiores do que os momentos fletores positivos, seria necessário que a viga tivesse altura maior nos trechos onde o momento fletor é negativo. Por

este motivo opta-se pela padronização da altura e o uso de armadura dupla nos apoios intermediários e simples nos vãos.

Nesse caso, determina-se o momento limite (M_{rd}) que a seção consegue resistir com a sua altura real e armadura apenas tracionada (armadura simples), trabalhando no limite da relação $x = 0,45d$. A diferença entre o momento atuante e o momento limite, será resistida por uma armadura de compressão. Nessa situação, a viga terá uma armadura inferior tracionada e uma superior comprimida (armadura dupla).

Como é mostrado a seguir (Figura 6), o cálculo desse tipo de seção é semelhante ao das seções com armaduras simples.

Figura 6-Diagrama de equilíbrio de seções com armadura dupla



Fonte: Bastos (2015)

O equilíbrio nas forças normais é calculado por.

$$R_{cc} + R_{sc} = R_{st} \quad (12)$$

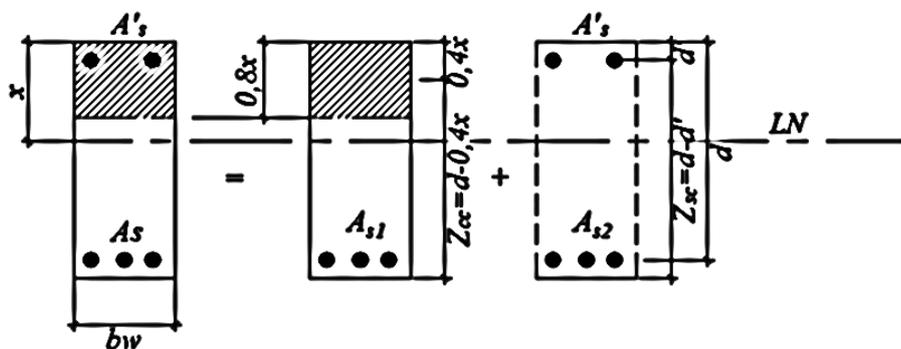
onde R_{cc} é a resultante das tensões da área comprimida do concreto, R_{st} é a resultante das tensões de tração na armadura tracionada e R_{sc} é a resultante da armadura comprimida, sendo escrita da seguinte maneira:

$$R_{sc} = \sigma'_{sd} A'_s \quad (13)$$

onde A'_s é a área de armadura comprimida e σ'_{sd} é a tensão de cálculo da armadura comprimida, sendo seu valor definido pelo menor valor entre o f_{yd} e o produto da deformação da armadura comprimida (ϵ'_{s}) com o módulo de elasticidade do aço (E_s).

Na figura (7), mostra-se a decomposição dos momentos e das áreas de aço que compõem uma viga com armadura dupla.

Figura 7- Decomposição de uma seção com armadura dupla



Fonte: Bastos (2015)

O equilíbrio dos momentos é determinado separadamente por:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad (14)$$

com:

$$M_{1d} = R_{cc} Z_{cc} \quad (15)$$

e

$$M_{2d} = R_{sc} Z_{sc} \quad (16)$$

onde M_{1d} é o momento de cálculo referente aos esforços de tração, M_{2d} é o momento de cálculo referente aos esforços de compressão, Z_{cc} é a distância entre R_{cc} e R_{st} , e Z_{sc} é a distância entre R_{sc} e R_{st} .

A partir de M_{1d} o valor da linha neutra é calculado, devendo ser, obrigatoriamente, para o caso de concretos até 50MPa, menor ou igual a $0,45d$.

Reorganizando as equações (14) até (16), teremos as seguintes formulações para as áreas de armadura comprimida (A'_s) e tracionada (A_s):

$$A'_s = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd}(d - d')} \quad (17)$$

onde d é a altura útil da seção da viga e d' é a distância entre a armadura comprimida e a fibra mais comprimida do concreto.

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (18)$$

com:

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd}(d - 0,4x)} \quad (19)$$

e

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{\sigma_{sd}(d - d')} \quad (20)$$

onde σ_{sd} é a tensão de cálculo da armadura tracionada e x é a altura da linha neutra da seção, que nos casos ideais é f_{yd} .

2.1.1.3 Armadura de cisalhamento (cortante)

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), todos os elementos estruturais lineares submetidos a esforços cortantes devem possuir armadura transversal. O cisalhamento pode sofrer influência da forma da seção, da disposição das armaduras, da condição do carregamento, entre outros fatores. O programa implementado neste trabalho também calcula a armadura de cisalhamento.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que a armadura transversal seja calculada por dois modelos diferentes:

- Modelo de cálculo I: admite que as diagonais de compressão tenham inclinação de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da viga, levando em consideração a treliça clássica de Ritter-Mörch;

- Modelo de cálculo II: admite que as diagonais de compressão tenham inclinação variando livremente entre $\theta = 30^\circ$ e $\theta = 45^\circ$, levando em consideração a treliça clássica de Ritter-Mörch.

Só é necessário o cálculo da armadura transversal se o esforço cortante de cálculo for maior que o esforço cortante mínimo imposto pelo item 17.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Caso o cortante de cálculo não ultrapasse o cortante mínimo, basta usar a armadura mínima exigida encontrada no mesmo item da norma.

Neste trabalho optou-se pelo uso do modelo de cálculo I, cujo procedimento de cálculo será demonstrado a seguir, assim como o cálculo da armadura mínima e do cortante mínimo mencionados acima.

- Determinação do cortante mínimo (Modelo de cálculo I)

$$V_{sd,min} = 0,0137 b d^3 \sqrt{f_{ck}^2} \quad (21)$$

onde b = largura; d = altura útil;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto.

- Determinação da armadura transversal mínima

Se o cortante de cálculo for menor que o valor obtido na equação (21), a área de armadura da seção transversal, para estribos de 90° , a ser usada na viga será a seguinte:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} \geq 0,20 \frac{f_{ctm}}{f_{yw}} b, \quad (22)$$

onde $A_{sw,min}$ = área de armadura da seção transversal;

s = espaçamento entre os estribos;

f_{ctm} = resistência à tração média do concreto;

f_{yw} = resistência característica do aço.

- Verificação da diagonal comprimida do concreto

Nessa verificação o cortante de cálculo (V_{sd}) deve ser menor ou igual ao cortante resistente à ruína da diagonal comprimida (V_{rd2}), então:

$$V_{rd2} = 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} b d \quad (23)$$

onde f_{ck} = resistência característica do concreto;

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto.

Se $V_{sd} \leq V_{rd2}$, pode-se passar para próxima verificação. Caso V_{sd} não atenda a essa verificação, ocorrerá o esmagamento do concreto na biela comprimida, sendo necessário aumentar a largura da viga ou aumentar a resistência do concreto a ser usado.

- Verificação da diagonal tracionada

Nessa verificação V_{sd} deve ser menor ou igual ao cortante resistente à ruína da diagonal tracionada (V_{rd3}), que é calculado por:

$$V_{rd3} = V_{sw} + V_c \quad (24)$$

onde V_{sw} = cortante suportado pela armadura transversal;

V_c = parcela do cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça.

A parcela V_c para vigas e lajes é calculada através da seguinte equação:

$$V_c = 0,60 f_{ctd} b d \quad (25)$$

onde $f_{ctd} = 0,15 f_{ck}^{2/3}$ é o valor de cálculo da resistência à tração do concreto.

O cálculo do V_{sw} pode ser feito a partir da equação (26)

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (26)$$

- Determinação da armadura transversal

Após verificados os itens acima, calcula-se a armadura transversal que, para estribos à 90° é dada por:

$$\frac{A_{sw,90}}{s} = \frac{V_{sd}}{39,2d} \quad (27)$$

- Determinação do espaçamento máximo horizontal

O espaçamento horizontal (s) é calculado pela seguinte fórmula:

$$s = \frac{2\phi_t}{A_{sw}} \quad (28)$$

onde ϕ_t = área do diâmetro da armadura do estribo.

O espaçamento horizontal máximo deve ser $s_{max} = 0,6d \leq 30cm$, se $V_{sd} \leq 0,67V_{rd2}$, ou $s_{max} = 0,3d \leq 20cm$, caso $V_{sd} > 0,67V_{rd2}$. Já o espaçamento mínimo não pode ser menor que o diâmetro do vibrador mais um centímetro.

2.1.1.4 Estado limite de deformações excessivas

As vigas sofrem deformações e deslocamentos, podendo ser de translação (flecha) e/ou rotação (torção). Para analisar o estado limite de deformações excessivas são levados em consideração os deslocamentos de translação. Esses deslocamentos podem sofrer influência de vários fatores, alguns deles são: o vão da viga, a grandeza do carregamento, a armadura de compressão e a geometria (largura e altura) da seção transversal da viga.

Para a análise dos deslocamentos deve ser considerada a rigidez efetiva da seção transversal de concreto armado. Essa rigidez que é calculada levando em consideração a área de armadura longitudinal, a existência de fissuras no concreto onde o aço está posicionado e as deformações diferidas do concreto (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2015).

Os limites para esses deslocamentos são divididos em quatro grupos e podem ser obtidos no item 13.3 na NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo eles:

- Aceitabilidade sensorial: vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- Efeitos específicos: deslocamentos que possam impedir o uso adequado da construção;
- Efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos de elementos estruturais que podem comprometer o funcionamento de elementos não estruturais incorporados à estrutura;
- Efeitos em elementos estruturais: deslocamentos que podem afetar o comportamento de um elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas.

Neste trabalho, a verificação do estado limite de deformações excessivas se realizou através da análise de aceitabilidade sensorial visual, devido ao fato de influenciar diretamente no conforto do usuário. Seu deslocamento foi calculado considerando as combinações de serviço.

No item 11.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014), podem ser encontradas as formulações de como devem ser calculadas as solicitações de acordo com a combinação de serviço escolhida. Cada solicitação é calculada com base nas cargas permanentes e variáveis que o elemento estrutural está submetido. As cargas usadas nesse cálculo poderão sofrer uma redução a partir de um coeficiente de redução, indicados no item 11.7 da NBR 6118 (ABNT, 2014), que depende das ações consideradas, podendo ser as cargas acidentais de edifícios, as cargas devido ao vento ou a temperatura do ambiente no qual o elemento estrutural se encontrar. Escolhido o tipo de efeito a ser analisado na verificação do deslocamento e as ações a serem consideradas, pode-se calcular o valor da flecha da viga.

A seguir está descrito o passo a passo do cálculo da flecha e contraflecha usado no programa deste trabalho. Como mencionado, o efeito considerado para o cálculo do deslocamento foi o de aceitabilidade sensorial visual, cujo deslocamento limite, de acordo com a norma, é $l/250$ (l = comprimento do vão) e as ações consideradas foram as de serviço com combinação rara para o cálculo do momento máximo da seção e combinação quase permanente para o cálculo

da flecha imediata. Os coeficientes de redução foram os referentes a cargas acidentais de edifícios residenciais.

- Determinação do momento máximo na seção (combinação rara)

A determinação do momento fletor máximo (M_a) para vigas biapoiadas é realizada por:

$$M_a = \frac{(q_{1k} + g_k + \psi_1 q_{2k})l^2}{8} \quad (29)$$

onde q_{1k} = carga variável principal característica;

g_k = carga permanente característica;

q_{2k} = carga variável secundária característica;

ψ_1 = fator de redução de combinações frequentes para ELS;

l = comprimento da viga.

Já o cálculo do M_a para vigas do tipo engastada-livre é o seguinte:

$$M_a = \frac{(q_{1k} + g_k + \psi_1 q_{2k})l^2}{2} \quad (30)$$

- Determinação do momento de fissuração (M_r)

Segundo o item 17.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), no estado limite de serviço “as estruturas trabalham parcialmente no Estádio I e parcialmente do Estádio II. A separação desses dois comportamentos é definida pelo momento de fissuração”, que é definido aproximadamente por:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (31)$$

onde α = fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta do concreto – usa-se 1,5 (para seções retangulares);

f_{ct} = resistência à tração direta do concreto;

I_c = momento de inércia da seção bruta do concreto;

y_t = distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada do concreto.

Para seções retangulares o M_r pode ser calculado, também, por:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} b h^2}{6} \quad (32)$$

onde b = largura da seção e h = altura da seção.

- Determinação do estágio de fissuração

Para identificar em qual estágio o concreto está trabalhando basta comparar o resultado obtido do M_a e do M_r . Caso o M_a seja menor ou igual ao M_r , a seção estará no estágio I, ou seja, o concreto resiste às tensões de tração e não está fissurado. Se o M_a for maior que o M_r , então a seção está no estágio II, ou seja, a parcela do concreto tracionado será desconsiderada, uma vez que o concreto está fissurado.

Para seções no estágio I, a rigidez (EI) será:

$$EI = E_{cs} I_c \quad (33)$$

onde E_{cs} é o módulo de deformação secante.

Para seções no estágio II, a rigidez equivalente (EI_{eq}) é usada:

$$EI_{eq} = E_{cs} I_{II} \leq EI \quad (34)$$

onde I_{II} = Inércia bruta equivalente.

- Cálculo do módulo de deformação secante (E_{cs})

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (35)$$

onde $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1$;

E_{ci} = estimativa do módulo de deformação do concreto inicial, que é calculado através das equações (36) ou (37) para concretos com resistência característica à compressão entre 20 e 50 MPa e entre 55 e 90 MPa respectivamente:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (36)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (37)$$

onde α_E = depende do agregado graúdo, conforme item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Neste trabalho foi considerado o valor igual a 1,0 referente a granito e gnaisse.

- Determinação da rigidez da seção da viga

-Rigidez da seção da viga no estágio I

Calculado pela equação (33), com E_{cs} calculado pela equação (35) e I_c pela equação a seguir, para seções retangulares:

$$I_c = \frac{b h^3}{12} \quad (38)$$

-Rigidez da seção da viga no estágio II

Para o cálculo da rigidez equivalente é necessário calcular a linha neutra equivalente (X_{II}) e a inércia equivalente (I_{II}). Ambas estão demonstradas a seguir:

$$X_{II}^2 + \frac{2n}{b} (A_s + A'_s) X_{II} - \frac{2n}{b} * (A_s d + A'_s d') = 0 \quad (39)$$

$$I_{II} = \frac{b * X_{II}^3}{12} + b X_{II} \left(\frac{X_{II}}{2} \right)^2 + \alpha_E A'_s (X_{II} - d')^2 + \alpha_e A_s (d - X_{II})^2 \quad (40)$$

onde n = razão entre o módulo de elasticidade do aço (E_s) e do concreto (E_{cs});

A_s = área de armadura tracionada;

A'_s = área de armadura comprimida;

d = altura útil da seção;

d' = distância entre o centro de gravidade da armadura comprimida e a fibra de concreto mais comprimida.

Com X_{II} e I_{II} calculados, pode-se calcular a rigidez equivalente:

$$EI_{eq} = E_{cs} \left[\frac{Mr^3}{Ma^3} I_c + \left(1 - \frac{Mr^3}{Ma^3} \right) I_{II} \right] \leq EI \quad (41)$$

- Determinação da flecha imediata (a_i)

A flecha imediata (a_i) é calculada a partir da rigidez da seção calculada no estágio correspondente, aqui chamada de EI_t , e da carga calculada considerando as combinações quase permanentes, ver Hibbeler (2006).

$$a_i = \frac{(g_k + \psi_2 q_k) l^4}{EI_t} \frac{5}{384} \quad (42)$$

$$a_i = \frac{(g_k + \psi_2 q_k) l^4}{8 EI_t} \quad (43)$$

onde g_k = carga permanente característica

q_k = carga variável característica;

ψ_2 = fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

A equação (42) se refere a vigas biapoias e a equação (43) é usada para vigas engastadas-livres.

- Determinação do coeficiente de fluência a_f

O coeficiente de fluência é obtido através da formulação a seguir:

$$a_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'} \quad (44)$$

com:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b d} \quad (45)$$

onde $\Delta\xi$ é a diferença entre o coeficiente de tempo final e inicial, podendo serem encontrados na tabela 17.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Neste trabalho foram considerados como tempo inicial 1 mês e tempo final maior que 70 meses.

- Determinação da flecha total

A flecha total (a_t) é obtida através da equação a seguir:

$$a_t = a_i (1 + a_f) \quad (46)$$

O valor que essa equação resultar é a flecha total da viga e deve ser comparada com o limite em estudo encontrado na tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Caso a flecha calculada seja maior que o limite imposto pela norma, é possível aplicar uma contraflecha, que é calculada da seguinte maneira:

$$c_f = a_t - f_l \leq l/350 \quad (47)$$

onde f_l = flecha limite ($l/250$, para este trabalho)

2.2 Otimização

O modelo tradicional de dimensionamento de peças de concreto armado leva em consideração hipóteses simplificadoras para que seja possível chegar a um elemento estrutural mais seguro e econômico. Sendo assim, é comum que esses elementos assumam seções superdimensionadas. A fim de encontrar as dimensões otimizadas para os elementos de concreto armado podem ser usadas técnicas de otimização.

De acordo com Haftka e Gürdal (1991), a otimização consiste em alcançar, através da minimização ou maximização, o resultado que melhor se aplica à uma função. Sua estrutura é composta por uma função objetivo que contém uma ou mais variáveis de projeto, e pode, ou não, estar sujeito a restrições de igualdade e/ou desigualdade limitando o espaço de busca (região viável).

A função objetivo representa o que se pretende minimizar ou maximizar. Em se tratando de otimização estrutural, a função objetivo pode representar o volume de material utilizado ou o custo de execução da peça, por exemplo.

As variáveis de projeto são os parâmetros que variam dentro do sistema durante o processo de otimização. Alguns exemplos de variáveis de projeto no âmbito da engenharia estrutural são a área de armadura, a área e/ou o volume de concreto e as dimensões dos elementos estruturais a serem otimizados

As restrições são funções que descrevem as situações não desejáveis (desigualdade) ou de imposição (igualdade). Quando se trata de restrições relacionadas ao concreto armado, estas são os valores limites de cargas, momentos, áreas de armadura, altura de vigas, entre outras limitações que, em sua grande maioria, levam em consideração as recomendações de normas específicas. Já o espaço de busca é a região que compreende todas as soluções possíveis do problema, tendo seus limites impostos pelas restrições de desigualdade e igualdade.

Estes componentes podem ser escritos matematicamente como:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar } f(x) & \text{(função objetivo)} \\
 x \in X \subseteq \mathbb{R} & \text{(espaço de busca)} \\
 \text{Sujeito: } h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, m & \text{(restrições de igualdade)} \\
 g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, p & \text{(restrições de desigualdade)}
 \end{array} \quad (48)$$

com x sendo o vetor de variáveis de projeto

2.2.1 Métodos de otimização

Há várias maneiras de classificar os tipos de otimização estrutural, porém a mais comum se divide em três tipos: otimização paramétrica, a qual mantém a forma da estrutura, mas as dimensões podem ser alteradas; otimização de forma, na qual são alterados os contornos externos e internos do elemento que se deseja otimizar; e a otimização topológica, na qual o contorno externo da estrutura é mantido mas podem ser feitos furos em seu interior em busca da conformação ótima. Esses três tipos de otimização podem ser usados individualmente ou associados.

Quanto aos modelos matemáticos para otimização, podem ser lineares e não lineares. De acordo com Arora (2004), um problema que contém função objetivo e restrições lineares é um problema de otimização linear. Embora sua utilização seja mais simples, sua aplicabilidade para problemas da engenharia se torna restrita, uma vez que grande parte desses problemas possuem funções objetivos e funções de restrições não lineares. Os modelos de otimização podem, ainda, ser divididos em dois grandes grupos, são eles: os métodos determinísticos e os probabilísticos.

Nos métodos determinísticos, o algoritmo de busca utiliza pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Devido a isto, se torna um método rápido, com custo computacional reduzido, contudo pode apresentar dificuldades para encontrar um ótimo global em funções multimodais. Apesar das limitações, esses métodos são eficientes e de fácil aplicação.

Já os métodos probabilísticos se baseiam em prováveis soluções a partir de uma busca “pseudo-aleatória, pois, apesar das variáveis serem geradas randomicamente no início do processo da otimização e alguns dados criados aleatoriamente durante o processo, a procura pela solução é direcionada por regras de probabilidade” (CARVALHO, 2014; p.7).

Dessa maneira, o método dos Algoritmos Genéticos, que será tratado neste trabalho, se enquadra no grupo dos métodos probabilísticos e se baseia na Teoria da Evolução das espécies de Darwin para solucionar os problemas propostos.

2.2.2 Método dos Algoritmos Genéticos

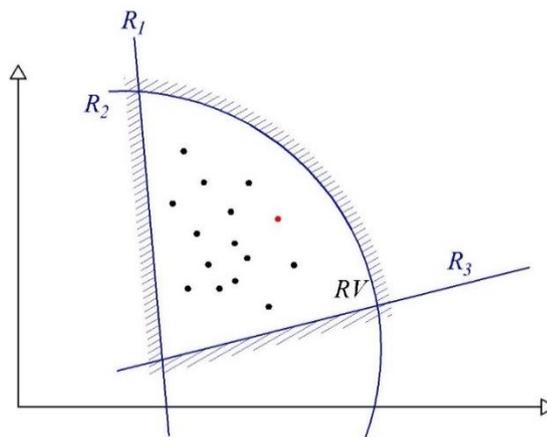
Proposto em 1975 por John Holland, o método de otimização dos Algoritmos Genéticos (GA) baseia-se na teoria da evolução das espécies de Darwin, que parte do princípio de que os indivíduos pertencentes a uma mesma espécie têm chances diferentes de sobrevivência, tornando propícia o que se chama de seleção natural, de maneira que somente os indivíduos com melhores características adaptativas irão sobreviver e transmitir essas características para seus descendentes.

Por se tratar de um algoritmo evolucionista, muitos dos termos utilizados neste método vêm da biologia. Dessa maneira, faz-se necessário destacar os mais utilizados:

- Gene: um dos elementos (características) que compõem os cromossomos;
- Cromossomo: é um conjunto de genes que representa um ponto dentro do espaço de busca;
- Indivíduo: é um membro de uma população, ou seja, um cromossomo com suas características;
- População: conjunto de indivíduos que podem se tornar a possível solução ótima.

A figura 8 ilustra como as características genéticas citadas acima funcionam em um problema de otimização.

Figura 8 – Ilustração dos componentes genéticos associados a um problema de otimização



Fonte: A Autora (2017)

Na Figura 8 encontra-se o espaço de busca, representado pelos eixos ortogonais, e três restrições de igualdade e/ou desigualdade que juntas limitam a região viável do problema. O conjunto de pontos dentro da região viável representa a população criada aleatoriamente pelo algoritmo e o ponto vermelho é chamado de indivíduo. Cada indivíduo é composto por um conjunto de características (genes) que juntas se tornam um cromossomo, o que permite que o indivíduo seja codificado.

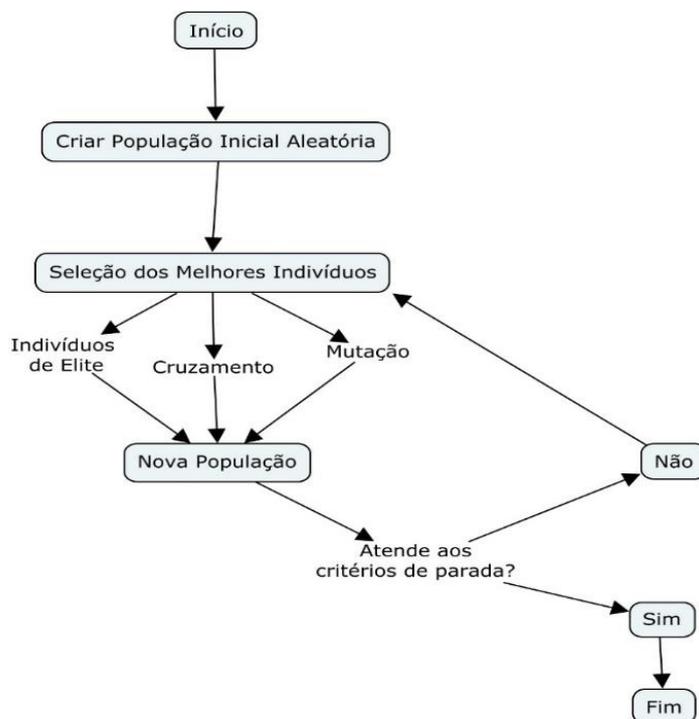
É através dessa codificação que o Algoritmo Genético analisa os indivíduos que pertencem a população e aplica os operadores genéticos para encontrar o valor ótimo do problema.

Os operadores genéticos são aplicados para que, a cada nova população, os melhores indivíduos da população anterior permaneçam como membros na nova população, e para combinar os genes dos indivíduos, criando um novo indivíduo com genes melhores. Os operadores genéticos são os seguintes:

- Indivíduos de elite: o algoritmo seleciona os melhores indivíduos da população e permite que eles façam parte da nova população com os mesmos genes;
- Cruzamento: o algoritmo seleciona dois indivíduos (pais) e cruza seus genes, gerando um novo indivíduo (filho) com características combinadas dos pais;
- Mutação: o algoritmo seleciona um único indivíduo e troca alguns genes presentes em seu cromossomo, criando um novo indivíduo.

A partir desses conceitos, o fluxograma a seguir demonstra as etapas de funcionamento geral do algoritmo genético.

Figura 9-Esquema geral de funcionamento do Algoritmo Genético



Fonte: A Autora (2017)

Como se pode observar na Figura 9, o algoritmo inicia o processo de otimização criando uma população inicial aleatoriamente e, a partir dessa população, são selecionados os melhores indivíduos para que sejam aplicados os operadores genéticos de cruzamento, mutação e de seleção dos indivíduos de elite, criando assim uma nova população. Uma vez criada a nova população o ciclo é fechado e o algoritmo verifica se algum critério de parada foi alcançado e seja finalizada a otimização. Caso nenhum critério de parada seja atendido, o ciclo reinicia até que algum critério seja alcançado. Existem alguns critérios de parada, sendo os mais comuns listados a seguir:

- Solução encontrada;
- Número máximo de gerações alcançadas;
- Tempo limite excedido;
- A população não muda o suficiente para alcançar o número máximo de gerações;
- Quando, após uma sequência de gerações consecutivas não provoca mudanças na população que contém a solução.

2.3 Algoritmos Genéticos em Vigas de Concreto Armado

O método dos algoritmos genéticos, por ser um método bastante versátil, permite que sejam otimizados vários parâmetros de uma viga de concreto armado submetidas a vários tipos de restrições.

Para melhor entender como funciona esse tipo de otimização, o Quadro 2 demonstra possíveis variáveis de projeto e restrições impostas que podem ser usadas em um problema de otimização cuja função objetivo é o custo de fabricação de uma viga de concreto armado.

O custo de fabricação de uma viga sofre influência de vários fatores, sendo alguns deles o preço do metro cúbico de concreto; o peso do material empregado (aço e concreto); o preço do aço utilizado; a área e o preço das formas. Esses e outros fatores sofrem influência direta das variáveis escolhidas e das restrições impostas na otimização.

Quadro 2 - Restrições e variáveis de projeto para um problema de minimização do custo de uma viga de concreto armado

Função Objetivo: Minimizar o custo de produção	
Restrições	Variáveis
Dimensão da Largura	Largura
Dimensão da Altura da seção	Altura da seção
Diâmetro das barras longitudinais	Diâmetro das barras longitudinais
Diâmetro dos estribos	Diâmetro dos estribos
Quantidade de barras	Quantidade de barras
Espaçamento entre as barras	Espaçamento entre as barras
Esforços	
Deslocamentos	
Abertura de fissuras	

Fonte: A Autora (2017)

Nota: Adaptação de Lima (2011)

2.4 Planejamento de Experimentos (DOE)

Planejamento de Experimentos é a tradução do termo em inglês *Design of Experiments* (DOE), e consiste em uma técnica estatística desenvolvida por Ronald A. Fisher em 1920 para experimentos relacionados à agricultura em Londres, sendo posteriormente aplicado por outros pesquisadores na indústria, experimentos militares, problemas de engenharia e até em programas de aperfeiçoamento das empresas Toyota e Motorola (TELFORD, 2007).

A ideia principal do modelo é avaliar a influência de cada variável dentro da função objetivo através de alterações propositalmente desses fatores. De acordo com Calado e Montgomery (2003), através do DOE se pode “determinar as variáveis que exercem maior influência no desempenho de um determinado processo”, permitindo que variáveis com pouca influência em relação as demais possam ser retiradas do processo de otimização. Dessa maneira, o uso dessa técnica pode resultar na redução do processamento e do custo operacional, uma vez que quanto menor o número de variáveis, mais rápida será a busca do algoritmo de otimização.

Atualmente, o DOE é aplicado na avaliação e comparação de configurações básicas de projeto; avaliação de diferentes materiais a serem aplicados; seleção

de parâmetros de projetos; determinação de parâmetros de projeto que melhorem o desempenho de produtos; entre outras aplicações (CALADO e MONTGOMERY, 2003). Telford (2007) ainda cita aplicações no planejamento de produtos robustos; estabelecimento e mantimento de controle de qualidade; triagem de muitas variáveis e otimização de processos, inclusive operações evolucionárias.

Existem alguns métodos diferentes para o uso do DOE, o mais usado é o fatorial fracionado de dois níveis, que permite a análise de três ou mais variáveis considerando dois valores diferentes para cada variável em estudo. Este método será utilizado neste trabalho, que será aplicado para analisar cinco variáveis.

A quantidade de experimentos necessários para que o DOE seja aplicado é definido pela quantidade de níveis (n) elevado a quantidade de variáveis (k), no caso do uso do método fatorial completo (n^k). Considerando as cinco variáveis utilizadas neste trabalho (altura útil, largura, área de armadura longitudinal tracionada e comprimida, e a quantidade de estribos), a quantidade de experimentos necessários seriam $2^5 = 32$ experimentos. Para que esse número possa ser reduzido é usado o fatorial fracionado, que pode ser de 1/2, 1/4, 1/8, 1/16. Dessa maneira, a quantidade de experimentos passa a ser a quantidade de níveis (n) elevado a quantidade de variáveis (k) menos o valor referente a fração a ser utilizada (q): $n^{(k-q)}$. Aplicando esse conceito ao mesmo problema de cinco variáveis considerando o fatorial de meia fração (1/2) temos a seguinte quantidade de experimento $2^{(5-1)} = 16$, caracterizando uma redução 50%.

A escolha da fração também indica o grau resolução do experimento, que descreve até que ponto os efeitos em um experimento fatorial fracionado são confundidos com outros efeitos. Os graus de resolução mais comuns são **III**, **IV** e **V**, dos quais é sempre aconselhável usar o maior grau possível. Estes três graus de resolução são definidos por Telford (2007) da seguinte maneira:

III – Os efeitos principais são linearmente combinados com efeitos de interação de 2ª ordem;

IV – Os efeitos principais são linearmente combinados com efeitos de interação de 3ª ordem e os efeitos de interação de 2ª ordem são combinados entre si;

V – Os efeitos principais de interação não são linearmente combinados entre si, com exceção de interações de ordem superior.

No Quadro 3 está listada a quantidade de experimentos necessários em relação a quantidade de variáveis e a fração usada, assim como o grau de resolução do experimento, para problemas de dois níveis.

Quadro 3 – Número de experimentos e tipo de design a partir do nº de variáveis

Nº de Variáveis (k)	Especificação do Design	Nº de Experimentos (n)
3	2_{III}^{3-1}	4
4	2_{IV}^{4-1}	8
5	2_V^{5-1}	16
5	2_{III}^{5-2}	8
6	2_{VI}^{6-1}	32
6	2_{IV}^{6-2}	16
6	2_{III}^{6-3}	8
7	2_{VII}^{7-1}	64
7	2_{IV}^{7-2}	32
7	2_{IV}^{7-3}	16
7	2_{III}^{7-4}	8

Fonte: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/section3/pri3347.htm>

Resultados para experimentos com mais variáveis podem ser encontradas no manual de métodos estatísticos do Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia dos EUA: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/section3/pri3347.htm> (link direto da tabela).

Para entender melhor como funciona a aplicação desse método do DOE, um exemplo de quatro variáveis será demonstrado a seguir.

2.4.1 Exemplo de aplicação

O exemplo demonstrado aqui foi obtido do trabalho de Ferreira (2016), que usou o DOE para identificar as variáveis mais influentes da otimização de sistema

de ancoragem equivalente com profundidade truncada de tanques de extração de petróleo.

Considera-se que as quatro variáveis assumam os respectivos valores A, B, C e D . No Quadro 3 nota-se que, devido a pequena quantidade de variáveis do problema, apenas o método fatorial de meia fração pode ser usado para reduzir a quantidade de experimentos, o que resulta em oito experimentos e grau de resolução **IV**, ou seja $2_{IV}^{4-1} = 8$. Reduzindo pela metade a quantidade de experimentos se fosse usado o fatorial completo.

Como o problema tem dois níveis ($n = 2$), é necessário que cada uma das variáveis assuma dois valores distintos entre si, chamados de valor de nível alto (+) e valor de nível baixo (-). Essa variação é de escolha do examinador, mas geralmente aplica-se um percentual extra à variável para obter a variável de nível alto e retira-se esse mesmo percentual da variável para obter a variável de nível baixo.

Considerando as variáveis do exemplo estudado, temos as seguintes variáveis de alto e de baixo nível respectivamente: $(+A, +B, +C, +D)$ e $(-A, -B, -C, -D)$. Com as variáveis de nível determinadas, a estrutura de planejamento 2_{IV}^{4-1} e o número de experimentos (8) definidos, torna-se possível desenvolver as análises.

Para que a análise seja desenvolvida, é preciso montar a matriz referente a estrutura de planejamento escolhida. Cada estrutura de planejamento no Quadro 4 tem uma matriz de planejamento específica que pode ser encontrada no mesmo endereço eletrônico mencionado anteriormente. A matriz de planejamento para 2_{IV}^{4-1} é mostrada na tabela a seguir.

Tabela 1 – Matriz de Planejamento para 2_{IV}^{4-1}

Experimento	A	B	C	D	Resposta
1	-	-	-	-	45
2	+	-	-	+	100
3	-	+	-	+	45
4	+	+	-	-	65
5	-	-	+	+	75
6	+	-	+	-	60
7	-	+	+	-	80
8	+	+	+	+	96

Fonte: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/section3/pri3347.htm>

Os sinais (+) e (-) que compõem a matriz se referem as variáveis de alto e baixo níveis respectivamente. Cada linha corresponde a um experimento e a resposta deve ser preenchida com o valor gerado pela função objetivo quando as variáveis assumem os valores indicados nestas linhas.

A partir dessa matriz é possível calcular as estimativas dos efeitos principais, que é a análise da influência que cada variável assume individualmente na função objetivo. Esses efeitos são calculados através da seguinte formulação:

$$\frac{\sum \text{resp.}(+k)}{\text{exp}/2} - \frac{\sum \text{resp.}(-k)}{\text{exp}/2} \quad (49)$$

onde $\sum \text{resp.}(+k)$ = somatório das respostas para a variável k de nível alto;

$\sum \text{resp.}(-k)$ = somatório das respostas para a variável k de nível baixo;

$\text{exp}/2$ = número de experimentos dividido por 2.

Essa formulação aplicada a cada variável retorna a estimativa dos efeitos principais para o problema. Aplicando para o exemplo em estudo na variável A obtemos o seguinte resultado:

$$\frac{(100 + 65 + 60 + 96)}{8/2} - \frac{(45 + 45 + 75 + 80)}{8/2} = 80,25 - 61,25 = 19,00 \quad (50)$$

Então, 19,00 é o grau de influência que a variável A exerce no resultado da função objetivo. Aplicando essa mesma formulação temos os resultados para todas as variáveis apresentados na tabela abaixo.

Tabela 2 – Resultado da influência de cada variável

Variável	Estimativa
A	19,00
B	1,50
C	14,00
D	16,50

Fonte: A Autora (2017)

Nota: Adaptação de Ferreira (2016)

Ao analisar os resultados, observa-se que as variáveis *A*, *C* e *D* tem influência significativa no resultado, enquanto que a variável *B* tem pouca influência.

Porém, para garantir que esta variável realmente tem influência pouco significativa, é aconselhável analisar os efeitos de interação de segunda ordem, uma vez que esses efeitos representam a influência das variáveis combinadas entre si.

Para fazer a análise de interações de segunda ordem é feita uma segunda matriz, semelhante a matriz de planejamento usada para a análise dos efeitos principais, mas as colunas que antes eram referentes a cada variável individualmente, agora serão referentes a todas as combinações possíveis de duas variáveis, como pode ser visto na Tabela 3.

Tabela 3 – Matriz dos efeitos de segunda ordem

Experimento	AB	AC	AD	BC	BD	CD	Resposta
1	+	+	+	+	+	+	45
2	-	-	+	+	-	-	100
3	-	+	-	-	+	-	45
4	+	-	-	-	-	+	65
5	+	-	-	-	-	+	75
6	-	+	-	-	+	-	60
7	-	-	+	+	-	-	80
8	+	+	+	+	+	+	96

Fonte: A Autora (2017)

Nota: Adaptação de Ferreira (2016)

Os sinais da matriz são preenchidos a partir do produto dos sinais referentes as variáveis combinadas em cada linha. Por exemplo: na linha referente ao experimento 1 da matriz de planejamento dos efeitos principais tem sinais para as variáveis *A* e *B* = -. O produto desses sinais também resulta no sinal (+), o que

implica que na linha 1 da matriz de interações de segunda ordem na coluna AB o sinal é (+). Para essa matriz não é necessário calcular novos valores de resposta, esses valores vão ser os mesmos usados na matriz de planejamento. Uma vez montada a matriz, aplica-se a equação (49) e se obtém o fator de influência das variáveis combinadas. Aplicando em AB :

$$\frac{(45 + 65 + 75 + 96)}{8/2} - \frac{(100 + 45 + 60 + 80)}{8/2} = 70,25 - 71,25 = -1,00 \quad (51)$$

Os resultados de todas as variáveis combinadas estão listados na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultado da influência das variáveis combinadas

Variável	Estimativa
AB	-1,00
AC	-18,50
AD	19,00
BC	19,00
BD	-18,50
CD	-1,00

Fonte: A Autora (2017)

Nota: Adaptação de Ferreira (2016)

Como o grau de resolução do problema é **IV**, os efeitos de interação de segunda ordem deveriam se combinar entre si. Isso realmente acontece, uma vez que $AB = CD$, $AC = BD$ e $AD = BC$. Dessa maneira, só é necessária a análise de três das seis combinações: AB , AC e AD .

Os resultados obtidos, tanto para os efeitos principais, como para os efeitos interativos de segunda ordem foram organizados na Tabela 5.

Tabela 5 - Resultado da influência de todas as variáveis e combinações

Variável	Estimativa
A	19,00
B	1,50
C	14,00
D	16,50
AB	-1,00
AC	-18,50
AD	19,00

Fonte: A Autora (2017)

Nota: Adaptação de Ferreira (2016)

A partir dos dados da Tabela 5, observa-se que a variável *B* tem influência praticamente insignificante quando relacionada com as outras variáveis, mesmo quando combinada com outra variável, tornando possível analisar o problema com apenas três variáveis (*A, C e D*).

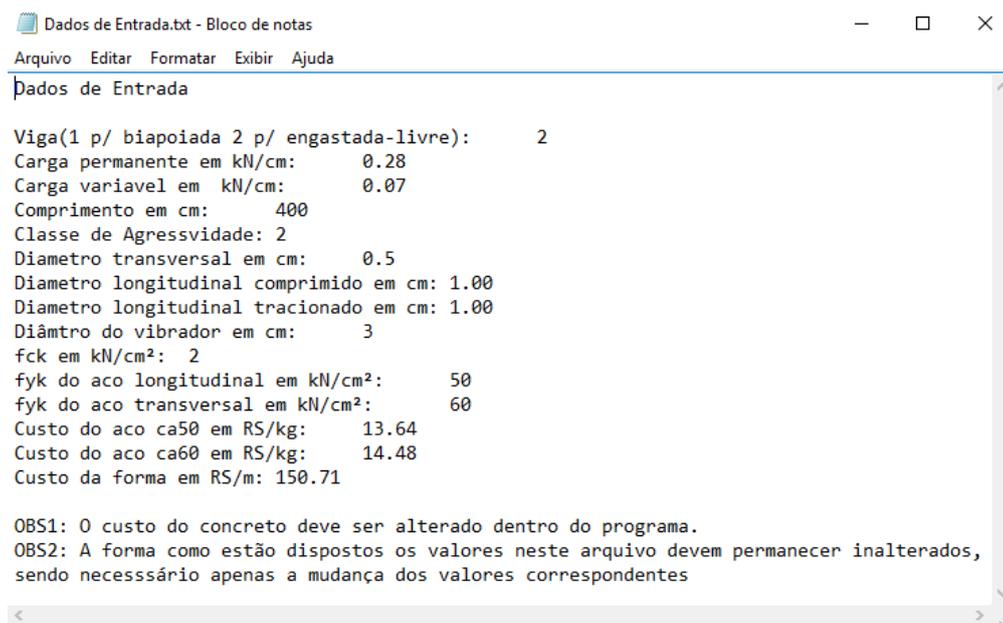
O DOE foi aplicado para as cinco variáveis de projeto desta pesquisa, utilizando o mesmo princípio descrito acima, como será apresentado mais adiante.

3 DESCRIÇÃO E VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

Neste trabalho, o programa de otimização foi implementado no *software* MATLAB com o auxílio do *toolbox* de algoritmos genéticos que já vem pré-programado no mesmo, sendo necessário alguns ajustes para uma melhor adaptação do programa ao tipo de problema a ser otimizado.

O programa foi implementado para o dimensionamento otimizado de vigas simplesmente apoiadas e vigas engastadas-livres. Para o cálculo podem ser considerados concretos de resistências características à compressão (f_{ck}) variando entre 20 e 90 MPa. Também é necessário informar outros dados de entrada (valores das cargas atuantes, comprimento da viga, classe de agressividade do ambiente, diâmetro das armaduras longitudinais e transversais, diâmetro do vibrador, propriedades mecânicas e custos dos materiais) para que o programa possa realizar o dimensionamento otimizado da viga. Os dados de entrada principais são informados através de um arquivo de dados 'Dados de Entrada.txt', como pode ser visto na Figura 10.

Figura 10 – Documento de dados de entrada do programa



```

Dados de Entrada.txt - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
Dados de Entrada

Viga(1 p/ biapoiada 2 p/ engastada-livre):      2
Carga permanente em kN/cm:                    0.28
Carga variavel em kN/cm:                      0.07
Comprimento em cm:                            400
Classe de Agressividade: 2
Diâmetro transversal em cm:                   0.5
Diâmetro longitudinal comprimido em cm: 1.00
Diâmetro longitudinal tracionado em cm: 1.00
Diâmetro do vibrador em cm:                   3
fck em kN/cm²: 2
fyk do aco longitudinal em kN/cm²:           50
fyk do aco transversal em kN/cm²:            60
Custo do aco ca50 em RS/kg:                   13.64
Custo do aco ca60 em RS/kg:                   14.48
Custo da forma em RS/m: 150.71

OBS1: O custo do concreto deve ser alterado dentro do programa.
OBS2: A forma como estão dispostos os valores neste arquivo devem permanecer inalterados,
sendo necessário apenas a mudança dos valores correspondentes

```

Fonte: A Autora (2017)

Dentro do próprio programa também é possível modificar os seguintes dados: peso específico do aço e do concreto em kN/cm^3 ; os coeficientes de minoração de resistência do concreto e do aço; o índice de deformação do aço; o módulo de elasticidade longitudinal do aço e o custo do concreto referente a qualquer resistência.

Nesse programa foram implementados três arquivos distintos dentro do MATLAB, sendo eles:

- Dados de Entrada (OtminGenVigas.m): arquivo no qual são inseridas as características do problema e os principais parâmetros do Algoritmo Genético necessários para otimizar o problema a partir das informações contidas nos três arquivos.
- Função Objetivo (FOVigas.m): arquivo que contém a função que se deseja otimizar. Neste trabalho, a função objetivo representa o custo de produção de uma viga, considerando a área de armadura, o volume de concreto e a área de formas necessários.
- Restrições (RestVigas.m): arquivo que contém todas as restrições de igualdade e/ou desigualdade as quais o problema está submetido. Neste arquivo, se encontra todo o procedimento de cálculo necessário, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), para o dimensionamento de vigas de concreto armado.

A função do algoritmo genético no MATLAB é manipulada no arquivo de dados de entrada (OtminGenVigas.m), onde todos os parâmetros referentes ao método de otimização podem ser alterados. Neste trabalho, a função foi inserida da seguinte forma:

$$[x, fval, exitflag] = ga(FObjetivo, nvars, [], [], [], [], lb, [], rest, options) \quad (52)$$

Onde os dados que estão entre colchetes representam os resultados que o algoritmo deve retornar ao terminar o processo de otimização. Para este caso serão informados, ao otimizar o problema, o valor ótimo de todas as variáveis (x), o valor da função objetivo ($fval$) e o critério de parada do problema ($exitflag$).

Os dados entre parêntesis representam as informações necessárias para que a otimização ocorra. Esses dados devem ser inseridos em uma ordem específica que é definida dentro do próprio MATLAB, dessa forma, caso alguma informação seja desnecessária para a solução do problema basta deixar o espaço em branco. Neste caso foram inseridos a função objetivo (*FObjetivo*), a quantidade de variáveis a serem otimizadas (*nvars*), o ponto de partida da otimização (*lb*), as restrições impostas (*rest*) e os parâmetros que o algoritmo deve seguir para otimização (*options*). Todas essas informações são referências que serão buscadas pelo algoritmo genético dentro dos três arquivos citados.

No presente trabalho optou-se, ainda, pelo arredondamento dos resultados referentes as dimensões de altura e largura da seção da viga, uma vez que na prática essas dimensões assumem valores inteiros, tornando assim os valores obtidos mais reais.

Para que o resultado arredondado atenda a todas recomendações da norma consideradas no processo de otimização, um novo dimensionamento é feito em função das medidas arredondadas, garantindo que as outras variáveis se relacionem diretamente com essas medidas.

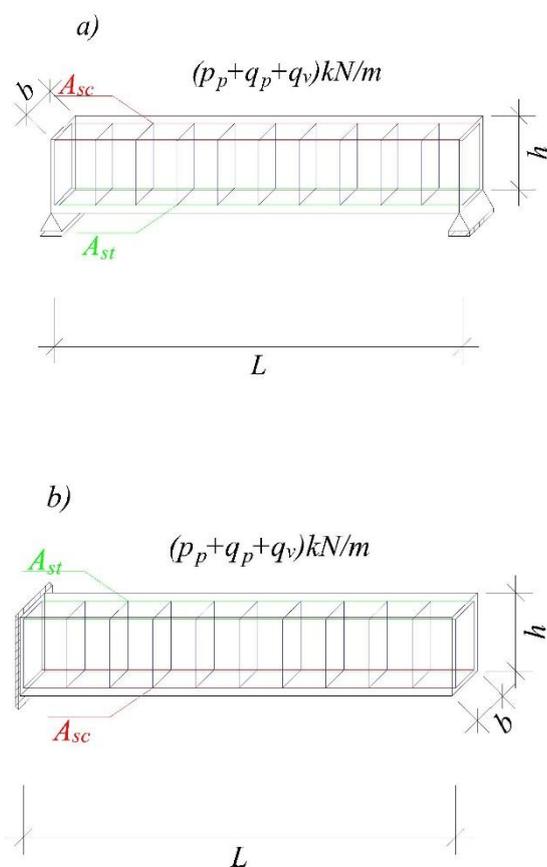
O objetivo principal do programa é a otimização do custo de dois tipos de vigas de concreto armado (biapoiada e engastada-livre), levando em consideração os custos envolvendo o volume de concreto necessário, a quantidade de aço, a quantidade de formas e a mão-de-obra envolvida na produção da viga a ser otimizada.

Foram verificados os estados limites últimos, levando em consideração os esforços cortantes e momentos fletores. Também foi feita a análise do estado limite de deslocamentos excessivos, considerando a aceitabilidade sensorial visual e permitindo a aplicação de contraflecha, caso seja necessário.

O programa calcula o peso próprio da viga de acordo com as dimensões encontradas durante o processo de otimização, sendo necessário informar apenas as cargas que têm influência externa em relação à viga.

As variáveis a serem otimizadas são a altura útil (x_1), a largura (x_2), a área de armadura longitudinal tracionada (x_3) e comprimida (x_4) e a quantidade de estribos (x_5). Apresenta-se na Figura 11, a configuração da viga a ser otimizada, sendo uma viga biapoiada (caso a) e uma viga engastada-livre (caso b):

Figura 11 – Esquema das vigas que podem ser otimizadas no programa.



Fonte: A Autora (2017)

As variáveis de projeto citadas acima são apresentadas da seguinte maneira:

$$x_1 = h - d'' \quad (53)$$

$$x_2 = b \quad (54)$$

$$x_3 = A_{st} \quad (55)$$

$$x_4 = A_{sc} \quad (56)$$

$$x_5 = E_{st} \quad (57)$$

onde h = altura da seção;

d'' = distância entre a armadura tracionada e a fibra mais tracionada do concreto;

b = largura da seção;

A_{st} = área de aço tracionada;

A_{sc} = área de aço comprimida;

E_{st} = quantidade de estribos.

A função objetivo abaixo é composta por quatro parcelas, das quais a primeira se refere ao volume de concreto, a segunda à área de armadura longitudinal (comprimida e tracionada), a terceira remete a armadura transversal e a última a área de formas.

A seguir estão descritas a função objetivo e as restrições de desigualdade e igualdade impostas ao problema:

Minimizar:

$$f(x) = (l x_2 h cc) + (l (x_3 + x_4) \rho ca_{50}) + (l_{tt} \rho A_t c_{at}) + (l (2 * h + x_2) cf) \quad (58)$$

Sujeito a:

$$x_3 \geq A_{smin} \quad (59)$$

$$12 \leq x_2 \leq 25 \quad (60)$$

$$25 \leq h \leq 60 \quad (61)$$

$$r_{ca} \geq 2 \quad (62)$$

$$V_{sd} \leq v_{rdz} \quad (63)$$

$$V_{sd} \leq v_{rd3} \quad (64)$$

$$s \geq S_{min} \quad (65)$$

$$c_{ff} \leq c_{fl} \quad (66)$$

$$x_3 = A_{sp} \quad (67)$$

$$x_4 = A_{sn} \quad (68)$$

$$x_5 = n \quad (69)$$

onde l = comprimento da viga em cm;

h = altura da viga ($h = x_1 + d'$) em cm;

l_{tt} = somatório do comprimento de todos os estribos em cm;

A_t = área de estribos em cm²;

ρ = massa específica do aço em kg/cm³;

cc = custo do concreto em R\$/cm³;

ca_{50} = custo do aço CA-50 em R\$/kg;

ca_t = custo do aço transversal em R\$/kg;

cf = custo da forma em R\$/cm²;

A_{smin} = armadura longitudinal mínima em cm²;

r_{ca} = relação comprimento x altura da seção;

V_{sd} = cortante de cálculo;

V_{rd2} = cortante resistente referente a compressão;

V_{rd3} = cortante resistente referente a tração;

s = espaçamentos dos estribos;

S_{min} = espaçamento mínimos dos estribos;

c_{ff} = contraflecha;

c_{fl} = contraflecha limite;

A_{sp} = área de aço tracionada;

A_{sn} = área de aço comprimida;

n = quantidade de estribos.

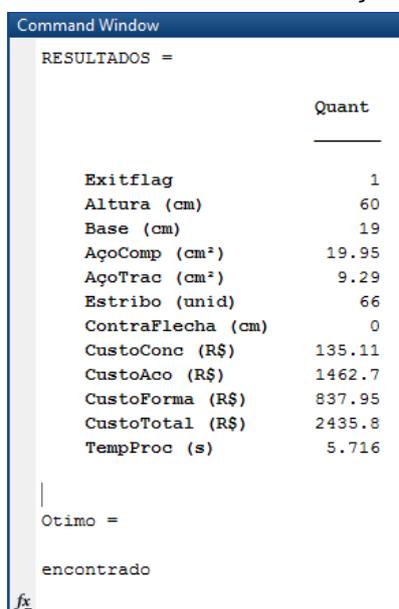
Todas as restrições impostas estão de acordo com as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014) e se referem a:

- Restrição 1: A armadura tracionada (x_3) deve ser maior ou igual a armadura longitudinal mínima especificada no item 17.3.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) (Eq. 59);
- Restrição 2: a largura (x_2) da viga deve ser maior do que 12 cm e menor que 25cm (Eq. 60);
- Restrição 3: a altura da seção (h) da viga deve ser maior que 25cm e menor que 60cm (limite imposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 17.3.5.2.3, para que não seja necessária armadura de pele) - (Eq. 61);
- Restrição 4: para garantir que seja uma viga e não uma laje e relação comprimento/altura da seção deve ser maior ou igual a 2 – item 18.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) - (Eq. 62);
- Restrição 5: o esforço cortante ao qual a viga está sujeita deve ser inferior ao cortante resistente em relação à compressão – item 17.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) - (Eq. 63);
- Restrição 6: o esforço cortante ao qual a viga está sujeita deve ser inferior ao cortante resistente em relação à tração – item 17.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) - (Eq. 64);
- Restrição 7: o espaçamento entre os estribos deve ser maior ou igual ao espaçamento mínimo obtido no item 17.4.1.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) (Eq. 65);
- Restrição 8: a contraflecha aplicada deve ser menor ou igual ao limite imposto pela tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) (Eq. 66);
- Restrição 9: a área da armadura tracionada (x_3) deve ser igual ao valor calculado de acordo com o item 17.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) (Eq. 67);
- Restrição 10: a área da armadura comprimida (x_4) deve ser igual ao valor calculado de acordo com o item 17.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) (Eq. 68);
- Restrição 11: a quantidade de estribos (x_5) deve ser igual ao calculado de acordo com o item 17.4.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) (Eq. 69).

Deve-se ressaltar, que o espaçamento máximo dos estribos está sendo limitado internamente no programa, não sendo necessário impor a condição como uma restrição.

Com os dados de entrada devidamente informados, o programa retorna os principais resultados e parâmetros da otimização conforme mostrado na Figura 12. Os resultados também são exportados para um arquivo de saída 'Resultados.txt', ver Figura 13.

Figura 12 – Resultado da otimização no MATLAB



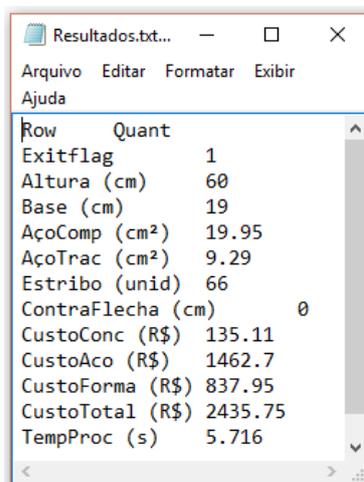
```
Command Window
RESULTADOS =

                Quant
-----
Exitflag          1
Altura (cm)       60
Base (cm)         19
AçoComp (cm²)    19.95
AçoTrac (cm²)    9.29
Estribo (unid)    66
ContraFlecha (cm) 0
CustoConc (R$)   135.11
CustoAco (R$)    1462.7
CustoForma (R$)  837.95
CustoTotal (R$)  2435.8
TempProc (s)     5.716

Otimo =
encontrado
```

Fonte: A Autora (2017)

Figura 13 – Documento de texto com resultado gerado pelo programa



```
Resultados.txt...
Arquivo Editar Formatar Exibir
Ajuda
Row      Quant
Exitflag 1
Altura (cm) 60
Base (cm) 19
AçoComp (cm²) 19.95
AçoTrac (cm²) 9.29
Estribo (unid) 66
ContraFlecha (cm) 0
CustoConc (R$) 135.11
CustoAco (R$) 1462.7
CustoForma (R$) 837.95
CustoTotal (R$) 2435.75
TempProc (s) 5.716
```

Fonte: A Autora (2017)

Para garantir a eficiência dos resultados obtidos, foi feita uma 'calibração' na qual parâmetros internos do algoritmo genético foram modificados e comparados para identificar qual seria a configuração que retornaria os melhores resultados.

3.1 Calibração do Programa

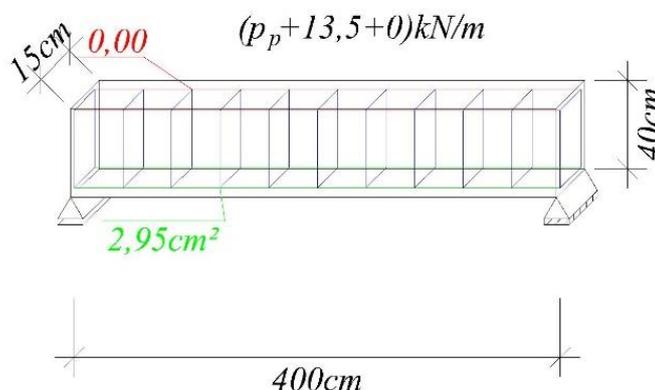
Para garantir que o programa está retornando os melhores resultados foi necessária fazer uma calibração do algoritmo, na qual foram alterados alguns parâmetros internos do algoritmo genético.

O *solver* padrão do AG no MATLAB é o Algoritmo Genético Lagrangeano Aumentado (ALGA). Esse modelo permite a otimização de problemas não lineares com restrições lineares e não-lineares, limites inferior e superior, criando subproblemas que analisam as restrições lineares, não-lineares e limites separadamente através da combinação da função objetivo e das funções de restrições não-lineares, usando os parâmetros de penalidade e lagrangeano. (CONN et al., 1997). Dessa maneira, ao encontrar uma resposta, dentro da população, que não atende às restrições, é aplicada uma penalidade para que esse dado possa ser analisado junto às outras respostas.

Para a calibração do programa, foi otimizada uma viga, ver Figura 14, usada como exemplo de aplicação no livro de Araújo (2003) com as seguintes características: seção transversal de 15x40cm, 4,00 metros de comprimento, e sujeita a uma carga uniformemente distribuída de 15kN/m, já incluso o peso próprio, e área de armadura longitudinal igual a 2,95cm².

A carga considerada na análise numérica pelo programa de otimização foi de 13,5kN/m, valor referente a carga aplicada sem o peso próprio, que será calculado pelo programa. Os demais dados do problema são apresentados na Tabela 6.

Figura 14 – Viga usada na calibração do programa



Fonte: A Autora (2017)

Tabela 6 – Dados da viga de calibração

Descrição	Valor	Unidade
Custo do aço (C_s)*	13,64	\$/kg
Custo do concreto (C_c)*	296,29	\$/m ³
Custo das formas (C_f)*	150,71	\$/m ²
Resistência do concreto (f_{ck})	20	MPa
Resistência do aço (f_{yk})	500	MPa
Fator de minoração da resistência do concreto (γ_c)	1,40	adimensional
Fator de minoração da resistência do aço (γ_s)	1,15	adimensional
Massa específica do concreto (ρ_c)	2500	kg/m ³
Massa específica do aço (ρ_s)	7850	kg/m ³
Cobrimento nominal (cn)	3,00	cm

*Valores obtidos da SINAPI 07/2016 não desonerada para Pernambuco

Fonte: A Autora (2017)

O MATLAB permite que vários parâmetros sejam modificados para que o programa resolva de forma eficiente o problema a ser otimizado. Entre esses parâmetros os mais comuns são:

- Tamanho da população inicial (*InitialPopulation*): quantidade de indivíduos que compõem a primeira geração escolhida aleatoriamente pelo programa;
- Tamanho da população (*PopulationSize*): quantidade de indivíduos que compõem todas as próximas gerações até que o ótimo seja alcançado;
- Função de criação (*CreationFcn*): função que define como a população inicial será escolhida;

- Função de seleção (*SelectionFcn*): função que define como os indivíduos serão selecionados dentro da população para que possam ser aplicados os operadores genéticos;
- Contagem de elite (*ElitCount*): define quantos indivíduos permanecerão na próxima geração;
- Função de cruzamento (*CrossoverFcn*): função que define como será feito o cruzamento de informações entre dois indivíduos pais para formar o indivíduo filho que pertencerá a próxima geração.

Todas as opções que permitem modificação estão organizadas em um mapa mental no Apêndice A.

No estudo foram alterados 13 parâmetros do *solver* de AG, sendo que as melhores opções foram escolhidas em função do tempo de processamento e do valor da função objetivo. Na Tabela 7, mostram-se os resultados dos parâmetros que mais influenciaram no custo final e suas variações. Os demais resultados podem ser encontrados no Apêndice B.

Tabela 7 – Resultados da calibração pelo ALGA

Opção	Parâmetro	x_1 (cm) - d	x_2 (cm) - b	x_3 (cm ²) - Ast	x_4 (cm ²) - Asc	x_5 (un) Estribo	FO (R\$)	Tempo (s)
Default do MATLAB	Nenhum	41,67	12,00	2,53	-	16	832,29	19,00
	50 (Default)	41,67	12,00	2,53	-	16	832,29	19,00
	100	41,67	12,00	2,53	-	16	832,29	23,18
Tamanho da população	500	31,36	23,35	3,50	-	22	865,37	287,53
	1000	32,76	14,54	3,33	-	21	778,55	545,78
	5000	36,67	12,00	2,93	-	18	782,92	1045,76
	10000	40,00	12,00	2,65	-	17	815,98	2554,38
	10 (Default)	32,76	14,54	3,33	-	21	778,55	5485,78
Penalidade Inicial	1	35,00	12,00	3,11	-	19	768,62	121,25
	2	36,67	12,00	2,93	-	18	782,92	138,53
	9	-	-	-	-	-	-	-
Função de criação da população	gcreation uniform (Default)	33,33	12,00	3,32	-	20	755,41	167,23
	gcreation linearfeasible	33,33	12,00	3,32	-	20	755,41	177,29
	gcreationnon linearfeasible	31,67	12,00	3,56	-	21	743,68	195,74

Fonte: A Autora (2017)

As alterações foram feitas de maneira cumulativa, ou seja, as opções que geravam uma resposta melhor que as anteriores eram mantidas nas próximas análises.

Como pode-se observar, o tamanho da população é a opção que tem maior influência no custo da função objetivo. Porém quanto maior a população, maior o tempo de processamento. Tanto a penalidade inicial como a função de criação não demonstram uma redução no custo tão representativa quanto o tamanho da população, porém o tempo de processamento reduz drasticamente ao serem utilizadas. É importante informar que na análise da penalidade inicial, onde foi usado o valor 9 na otimização, o programa não conseguiu encontrar o ótimo do problema, gerando resultados que não condizem como a realidade da viga.

Há também um outro *solver* que está implementado no MATLAB chamado de Função de Penalidade (*Penalty Function*). Este faz a seleção dos indivíduos que irão compor a população comparando dois indivíduos (seleção de torneio), cujas possibilidades de escolha, de acordo com Deb (2000), são as seguintes:

- É preferível a escolha de qualquer solução possível: nesse caso nem a função objetivo e nem as restrições são consideradas na avaliação, somente a solução possível;
- Quando dois indivíduos possíveis são comparados, o indivíduo de menor valor é escolhido: nesse caso, somente a função objetivo é analisada;
- Quando dois indivíduos não possíveis são comparados, o indivíduo que apresentar a menor violação das restrições é escolhido: nesse caso apenas as restrições são levadas em consideração.

Quando um indivíduo não possível é escolhido, ele sofre uma penalização, assumindo o maior valor possível da função objetivo somado à violação das restrições (DEB, 2000).

Para o uso deste *solver*, não é necessária qualquer mudança nas opções internas de funcionamento do algoritmo genético no MATLAB, uma vez que ele já possui uma configuração específica para esses parâmetros. Porém, considerando a influência do tamanho da população quando usado o *solver* ALGA, foi feito um

estudo considerando diferentes tamanhos de população também no *solver Penalty*, conforme mostrado na Tabela 8.

Tabela 8 – Resultados *solver Penalty* para tamanhos de população diferentes

Opção	Parâmetro	x_1 (cm) - d	x_2 (cm) - b	x_3 (cm ²) - Ast	x_4 (cm ²) - Asc	x_5 (un) Estribo	FO (R\$)	Tempo (s)
	50 (Default)	31,28	12,08	3,62	-	22	743,26	4,45
	100	29,32	12,00	3,87	0,40	24	745,23	12,38
Tamanho da população	500	31,23	12,13	3,62	-	22	743,37	37,74
	1000	30,60	12,14	3,73	-	22	739,01	63,31
	5000	30,77	12,00	3,72	-	22	739,39	271,89
	10000	30,77	12,00	3,71	-	22	738,96	529,17

Fonte: A Autora (2017)

Como pode-se observar o tamanho da população também tem influência no resultado final da otimização, neste caso, a população de 10.000 indivíduos resultou no menor valor da função objetivo (FO), 0,58% em relação ao *default* do programa. Por outro lado, o tempo de processamento aumentou em 11.791% em relação ao tempo de processamento com a população de tamanho igual a 50 indivíduos.

Dessa forma, considerando o aumento expressivo no tempo de processamento que é gerado ao aumentar o tamanho da população e o pequeno percentual na redução do resultado da otimização, aliado a quantidade de experimentos propostos nesta pesquisa, optou-se pelo uso do tamanho de população *default* do programa para ser comparado com os resultados obtidos pelo *solver* ALGA.

Na Tabela 9, mostram-se os resultados usando o *solver* ALGA e o *Penalty Function* do GA.

Tabela 9 – Resultados ótimos do *solver* ALGA e *Penalty Function*

<i>Solver</i>	x_1 (cm) - d	x_2 (cm) - b	x_3 (cm ²) - Ast	x_4 (cm ²) - Asc	x_5 (un) Estribo	FO (R\$)	Tempo (s)
ALGA	31,67	12,00	3,56	-	21	743,68	195,74
Penalty	29,32	12,00	3,87	-	22	743,26	4,45

Fonte: A Autora (2017)

Como se pode observar, o *solver* que apresentou os melhores resultados foi o *Penalty Function*, principalmente no tempo de processamento. Este fator é

muito importante quando se trabalha com muitas variáveis de projeto. Sendo assim, o *solver Penalty Function* foi escolhido como opção padrão para todos os casos analisados neste trabalho.

3.2 Validação do Programa

Validar o programa implementado é necessário para garantir a confiabilidade dos resultados por ele gerados. A validação consistiu na otimização de duas vigas, das quais uma foi otimizada anteriormente por outros autores e a outra é a comparação com os resultados obtidos através do dimensionamento manual pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

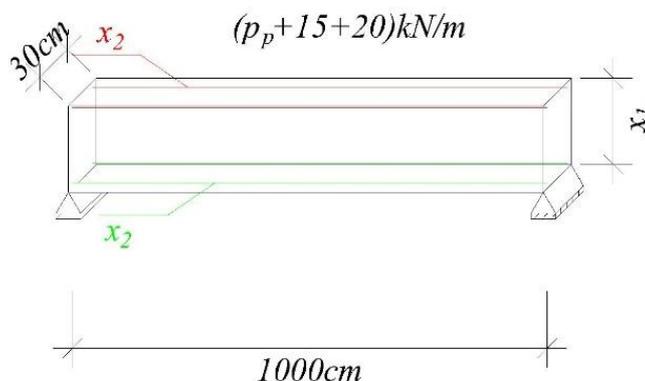
A primeira viga otimizada na validação foi obtida do trabalho de Alexandre (2014). Já a última viga a ser otimizada pode ser encontrada no livro ABNT NBR 6118: 2014 Comentários e Exemplos de Aplicação (2015). A seguir estão descritos todos os dados das vigas otimizadas e os resultados comparados e analisados.

3.2.1 Viga otimizada por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014)

Os dados da viga a ser otimizada foram obtidos da pesquisa realizada por Alexandre (2014). Essa mesma viga já havia sido otimizada por Chakrabarty (1992) e Coello et al. (1997).

O elemento estrutural analisado é uma viga biapoiada, ver Figura 15, com 10 metros de comprimento sujeita a um carregamento uniformemente distribuído: permanente de 15kN/m e sobrecarga de 20kN/m. Ambas as cargas são somadas ao peso próprio (calculado internamente no programa), cuja função objetivo é o custo final, sendo consideradas as parcelas do concreto, do aço e da área de formas. As variáveis a serem otimizadas são: altura (x_1) e área de armadura da seção transversal (x_2). Nesta análise foi considerado apenas o momento fletor.

Figura 15 – Esquema da viga otimizada por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014)



Fonte: A Autora (2017)

Para a análise foram desconsiderados os esforços de momento fletor e do cortante. Os demais dados podem ser encontrados na Tabela 10. Os resultados obtidos pelo programa são apresentados na Tabela 11.

Tabela 10 - Dados utilizados no problema otimizado por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014)

Descrição	Valor	Unidade
Custo do aço (C_s)	0,72	\$/kg
Custo do concreto (C_c)	64,50	\$/m ³
Custo das formas (C_f)	2,155	\$/m ²
Resistência do concreto (f_{ck})	30	MPa
Resistência do aço (f_{yk})	300	MPa
Fator de majoração de carga permanente (γ_g)	1,40	adimensional
Fator de majoração de sobrecarga (γ_q)	1,70	adimensional
Fator de minoração da resistência do concreto (γ_c)	1,11	adimensional
Fator de minoração da resistência do aço (γ_s)	1,11	adimensional
Massa específica do concreto (ρ_c)	2323	kg/m ³
Massa específica do aço (ρ_s)	7850	kg/m ³
Cobrimento nominal (cn)	2,50	cm

Fonte: A Autora (2017)

Tabela 11 - Resultados da otimização de Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997), Alexandre (2014) e do programa implementado neste estudo.

	Chakrabarty (1992)	Coello et al. (1997)	Alexandre (2014)	Este trabalho
Altura da seção (cm)	94,67	95,13	95,00	89,00
Área de Aço (cm ²)	37,69	37,52	37,69	38,56
Custo Concreto (R\$)	183,20	184,10	183,80	172,21
Custo das Formas (R\$)	47,30	47,40	47,40	44,82
Custo do Aço (R\$)	213,00	212,10	213,10	217,88
Custo Total (R\$)	443,50	443,60	444,30	434,91

Fonte: A Autora (2017)

Percebe-se que a altura da viga diminuiu aproximadamente 6% em relação aos outros três trabalhos, diminuindo, conseqüentemente o volume de concreto e a área de formas. A área de armadura e o seu custo aumentaram, isso se deve ao fato de que quanto menor o volume de concreto empregado, maior a quantidade de aço necessária para que a viga resista aos esforços aos quais está submetida.

Para uma melhor visualização, a diferença percentual dos resultados, em relação aos três trabalhos de referência e os resultados gerados pelo programa foram agrupados na Tabela 12.

Tabela 12 – Diferença dos resultados da otimização do programa deste trabalho em relação aos trabalhos de referência.

	Chakrabarty (1992)	Coello et al. (1997)	Alexandre (2014)
Altura da seção (cm)	-5,99%	-6,44%	-6,32%
Área de Aço (cm ²)	+2,31%	+2,77%	+2,31%
Custo Concreto (R\$)	-6,00%	-6,46%	-6,31%
Custo Formas (R\$)	-5,24%	-5,44%	-5,44%
Custo Aço (R\$)	+2,29%	+2,73%	+2,24%
Custo Total (R\$)	-1,94%	-1,96%	-2,11%

Fonte: A Autora (2017)

Observa-se que apenas a área de armadura e, conseqüentemente, o seu custo tiveram resultados superiores em relação aos trabalhos de referência. Já os resultados para os outros parâmetros (altura da seção, custo de aço e formas)

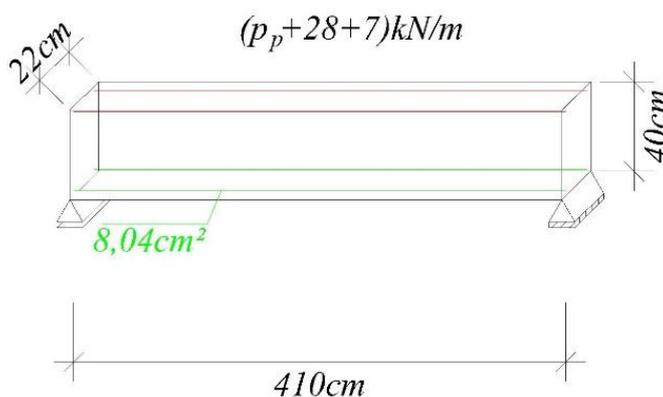
tiveram redução de aproximadamente 6%, fazendo com que, embora o custo do aço tenha bastante influência no custo final, a viga otimizada pelo programa gerasse uma economia de cerca de 2% em relação aos três trabalhos de referência.

Através dos resultados pode-se afirmar que o programa conseguiu cumprir o que foi proposto, uma vez que todos os resultados se mostram coerentes e o custo final da viga otimizada é levemente menor quando comparado com o custo total das vigas otimizadas por Chakrabarty (1992), Coello et al. (1997) e Alexandre (2014).

3.2.2 Viga calculada pela NBR 6118 (ABNT, 2014)

Na Figura 16 mostra-se a viga que foi otimizada de acordo com as restrições da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) através do método tradicional (sem aplicar métodos de otimização), conforme pode ser encontrada no livro ABNT NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de Aplicação (2015).

Figura 16 – Viga calculada pela norma



Fonte: A Autora (2017)

Trata-se de uma viga simplesmente apoiada submetida a uma carga permanente de 28kN/m , uma sobrecarga de 7kN/m e com comprimento efetivo de $4,10\text{m}$. Ambas as cargas são somadas ao peso próprio, determinado internamente pelo programa. As demais características são mostradas na Tabela 13.

Tabela 13 - Dados utilizados na otimização do problema dimensionado pela NBR 6118 (ABNT, 2014)

Descrição	Valor	Unidade
Custo do aço (C_s)*	13,64	\$/kg
Custo do concreto (C_c)*	290,89	\$/m ³
Custo das formas (C_f)*	150,71	\$/m ²
Resistência do concreto (f_{ck})	25	MPa
Resistência do aço (f_{yk})	500	MPa
Fator de minoração da resistência do concreto (γ_c)	1,40	adimensional
Fator de minoração da resistência do aço (γ_s)	1,15	adimensional
Massa específica do concreto (ρ_c)	2500	kg/m ³
Massa específica do aço (ρ_s)	7850	kg/m ³
Cobrimento nominal (cn)	3,00	cm

*Valores obtidos da SINAPI 07/2016 não desonerada para Pernambuco

Fonte: A Autora (2017)

Nesta análise, procura-se otimizar o custo da viga, considerando a área de armadura, o volume de concreto e a área de formas necessárias. As variáveis a serem otimizadas são: a altura útil (x_1), a largura (x_2) e a área de armadura longitudinal (x_3). Neste caso foram analisados o momento fletor as restrições de deformação excessiva no ELS.

Os resultados obtidos através da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) e do programa são apresentados Tabela 14.

Tabela 14 - Resultados da viga dimensionada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e comparados com os resultados otimizados do presente Programa.

	NBR 6118/2014	Este trabalho	Diferença
Largura (cm)	22,00	17,00	-29,41%
Altura da seção (cm)	40,00	43,00	+6,98%
Área de Aço (cm ²)	8,04	7,66	-4,96%
Contraflecha (cm)	0,00	0,33	-
Custo Concreto (R\$)	104,95	87,18	-20,38%
Custo Formas (R\$)	630,27	636,45	+0,93%
Custo Aço (R\$)	352,96	336,19	-4,99%
Custo Total (R\$)	1088,18	1059,82	-2,68%

Fonte: A Autora (2017)

Pode-se observar, a partir dos valores apresentados, que o programa gerou uma seção com maior altura, porém com menor largura, reduzindo a área da

seção transversal de concreto em 149cm². Essas dimensões acabaram diminuindo em aproximadamente 20% o custo do volume de concreto. Observa-se que houve um aumento no custo das formas, uma vez que no dimensionamento a altura da seção transversal tem uma influência maior do que a largura da seção. Ao modo que a altura da seção aumentou, a área de armadura pôde ser reduzida devido ao aumento de resistência da seção transversal da peça. Somando todos esses fatores, obtém-se uma redução no custo final de 2,68%.

3.3 Análise das Variáveis através do DOE

Para verificar a influência das variáveis de projeto na função objetivo, foi feita uma análise através do método estatístico de Planejamento de Experimentos (DOE). A análise das cinco variáveis otimizadas no programa foi feita através do método fatorial de meia fração com dois níveis, o que gera uma resolução de planejamento V, (2_{V}^{5-1}), como mostra o Quadro 4, sendo necessários 16 experimentos, cuja matriz de referência está demonstrada na Tabela 15 a seguir.

Tabela 15 – Matriz de Planejamento para 2_{V}^{5-1}

Experimento	A	B	C	D	E
1	-	-	-	-	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	-
4	+	+	-	-	+
5	-	-	+	-	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	+
8	+	+	+	-	-
9	-	-	-	+	-
10	+	-	-	+	+
11	-	+	-	+	+
12	+	+	-	+	-
13	-	-	+	+	+
14	+	-	+	+	-
15	-	+	+	+	-
16	+	+	+	+	+

Os dados usados para a avaliação do DOE foram os resultados obtidos na otimização da viga calculada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) usada para validação do programa, e podem ser encontrados no item 4.1, porém com comprimento igual a 8,50 metros e resistência característica à compressão do concreto de 20MPa. Aos resultados obtidos, foi adicionado e retirado 10% para obter os valores de alto e baixo nível respectivamente. Os valores usados estão na Tabela 16.

Tabela 16 – Valores de alto e baixo nível para avaliação pelo DOE

Variável	Resultado	Alto (+ 10%)	Baixo (-10%)
x_1 (A.Util)	56,00	61,60	50,40
x_2 (Largura)	23,00	25,30	20,70
x_3 (A.AçoT)	23,02	25,32	20,72
x_4 (A.AçoC)	10,07	11,08	9,06
x_5 (Estribo)	141,00	155,10	126,90

Fonte: A Autora (2017)

A matriz de planejamento dos efeitos principais, preenchida com os resultados da função objetivo está na Tabela 17 e o resultado do fator de influência de cada variável está na Tabela 19 onde se encontram também os resultados dos fatores de influência da análise dos efeitos de interação de segunda ordem, cuja matriz está disposta na Tabela 18.

Tabela 17 – Matriz de Planejamento preenchida

Experimento	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Resultado
1	50,40	20,70	20,72	9,06	155,10	5.124,23
2	61,60	20,70	20,72	9,06	126,90	5.447,30
3	50,40	25,30	20,72	9,06	126,90	5.186,54
4	61,60	25,30	20,72	9,06	155,10	5.713,83
5	50,40	20,70	25,32	9,06	126,90	5.457,57
6	61,60	20,70	25,32	9,06	155,10	5.966,09
7	50,40	25,30	25,32	9,06	155,10	5.697,03
8	61,60	25,30	25,32	9,06	126,90	6.027,29
9	50,40	20,70	20,72	11,08	126,90	5.221,85
10	61,60	20,70	20,72	11,08	155,10	5.730,37
11	50,40	25,30	20,72	11,08	155,10	5.461,31
12	61,60	25,30	20,72	11,08	126,90	5.791,57
13	50,40	20,70	25,32	11,08	155,10	5.726,55
14	61,60	20,70	25,32	11,08	126,90	6.049,62
15	50,40	25,30	25,32	11,08	126,90	5.788,87
16	61,60	25,30	25,32	11,08	155,10	6.316,15

Fonte: A Autora (2017)

Dos resultados obtidos da análise dos efeitos de interação de segunda ordem, somente três variáveis combinadas foram valores numéricos x_1x_2 , x_1x_5 e x_2x_5 . O restante teve como resultado 0 (zero), o que implica dizer que somente essas três combinações tem influência no resultado final.

Tabela 18 – Matriz de efeitos de segunda ordem

Experiment o	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_1x_5	x_2x_3	x_2x_4	x_2x_5	x_3x_4	x_3x_5	x_4x_5	Resultado s
1	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	5124,23
2	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	5447,30
3	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	5186,54
4	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	5713,83
5	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	5457,57
6	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	5966,09
7	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	5697,03
8	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	6027,29
9	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	5221,85
10	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	5730,37
11	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	5461,31
12	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	5791,57
13	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	5726,55
14	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	6049,62
15	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	5788,87
16	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	6316,15

Fonte: A Autora (2017)

Ao analisar os resultados obtidos a partir da matriz de planejamento dos efeitos principais, nota-se que a variável que mais influência no resultado final da função objetivo é a altura útil (x_1), seguida da área de armadura tracionada (x_3), que tem valores de influência bem próximos. As variáveis da área de armadura comprimida (x_4) e a largura (x_2) tem influência bem menos significativas em relação a x_1 e x_3 porém não podem ser dispensadas, uma vez que ainda tem um fator alto de influência.

Tabela 19 – Resultado da influência de todas as variáveis e combinações

Variável	Influência
x_1 (A.Util)	422,28
x_2 (Largura)	157,37
x_3 (A.AçoT)	419,02
x_4 (A.AçoC)	183,30
x_5 (Estribo)	95,62
x_1x_2	6,49
x_1x_5	7,05
x_2x_5	2,89

Fonte: A Autora (2017)

A quantidade de estribos (x_5) é a variável de menor impacto no resultado final, porém confirma sua necessidade quando analisados os resultados dos efeitos da interação de segunda ordem, onde duas, das três combinações que retornaram um valor numérico tem ela como componente.

Finalizando, pode-se afirmar que todas as variáveis consideradas na análise do problema são importantes para o resultado final da função objetivo, não sendo necessário a retirada de nenhuma delas.

Deve-se ressaltar que não foi encontrada em nenhuma pesquisa relacionada a otimização de vigas de concreto armado o uso do DOE e, embora nenhuma das variáveis do problema tenha sido dispensada, os resultados gerados permitem identificar o grau de importância de cada variável, tornando possível uma melhor avaliação dos resultados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o programa devidamente calibrado e validado foi possível fazer as análises necessárias para alcançar os objetivos propostos nesta pesquisa. Ao todo foram feitos três estudos:

- Análise do comportamento das variáveis de projeto e dos custos da viga quando variados o tamanho do vão e a resistência característica à compressão do concreto;
- Comparação do custo de vigas, considerando armadura dupla ou armadura simples;
- Comparação do custo de vigas, considerando a restrição de estado limite de deformações excessivas e desconsiderando a mesma.

Como foi dito anteriormente, todos os cálculos, considerações e restrições usadas no programa atendem a NBR 6118 (ABNT, 2014).

4.1 Estudo da Variação do Comprimento do Vão e da Resistência Característica à Compressão do Concreto (fck)

Neste estudo, foram analisados dois tipos de vigas: no primeiro grupo foram otimizadas vigas biapoiadas de 3,00, 4,50, 6,00, 7,50 e 8,50 metros e no segundo grupo foram analisadas vigas com extremidades engastada-livre de 1,00, 2,00, 3,00, 4,00 metros. Para às resistências características à compressão do concreto (fck) foram considerados valores comumente empregados na construção civil, variando entre 20 MPa e 50 Mpa. Sendo assim, no total foram analisadas 63 vigas.

Todas as vigas estão sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído, sendo utilizado 28kN/m de carga permanente e 7kN/m de sobrecarga. Os esforços considerados foram o momento fletor e o esforço cortante, além de ser verificado o estado limite de deformações excessivas. As demais características de entrada são dadas na Tabela 20.

Tabela 20 - Dados utilizados na otimização das vigas

Descrição	Valor	Unidade
Fator de minoração da resistência do concreto (γ_c)	1,40	adimensional
Fator de minoração da resistência do aço (γ_s)	1,15	adimensional
Massa específica do concreto (ρ_c)	2500	kg/m ³
Massa específica do aço (ρ_s)	7850	kg/m ³
Cobrimento nominal (cn)	3,00	cm

Fonte: A Autora (2017)

O custo dos materiais foram obtidos da tabela de composições de custo da SINAPI de julho de 2016 não desonerado para Pernambuco, cujos códigos e descrição estão no Quadro 4, e de uma empresa da região. Como o programa não faz distinção de diâmetros das barras longitudinais, o diâmetro escolhido para compor o custo do aço foi o mais alto para evitar que o custo total seja inferior ao custo real.

Quadro 4 - Preços dos itens necessários para confecção de uma peça de concreto

CÓDIGO	ITEM	UNID.	PREÇO
CONCRETO			
94964	Concreto fck=20MPa, traço 1:2,7:3 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 272,03
94965	Concreto fck=25MPa, traço 1:2,3:2,7 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 266,63
94966	Concreto fck=30MPa, traço 1:2,1:2,5 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 275,83
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=35MPa	m ³	R\$ 298,00
94967	Concreto fck=40MPa, traço 1:1,6:1,9 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 319,09
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=45MPa	m ³	R\$ 380,00
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=50MPa	m ³	R\$ 450,00
92873	Lançamento com uso de bombas, adensamento, e acabamento de concreto em estruturas.	m ³	R\$ 24,26
AÇO			
34439	Aço CA-50, 10.0mm, dobrado e cortado.	kg	R\$ 4,25
34456	Aço CA-60, 5.0mm, dobrado e cortado.	kg	R\$ 3,93
92761	Armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 8.0mm - montagem.	kg	R\$ 9,39
92759	Armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-60 de 5.0mm - montagem.	kg	R\$ 10,55
FORMAS			
11132	Chapa de madeira compensada pinus, virola ou equivalente, de 2,20x1,60m, e=25mm.	m ²	R\$ 42,26
92446	Montagem e desmontagem de formas de viga, escoramento com pontalete de madeira, pé-direito simples, em madeira serrada, 1 utilização.	m ²	R\$ 108,45
<i>OBS: todos os preços referentes ao aço e formas foram escolhidos a partir do maior valor da tabela.</i>			

Fonte: SINAPI 07-2016

O custo relacionado ao concreto no programa é composto pelo custo referente ao concreto da resistência escolhida (fck), somado ao custo do lançamento do material. O custo referente ao aço é o resultado da soma do preço

do quilo do aço e da sua montagem no edifício. Por fim, a parcela das formas consiste na junção do custo da chapa de madeira, a montagem e desmontagem das formas. No Quadro 5, mostram-se os custos empregados no programa.

Os resultados foram obtidos fixando o vão das vigas em estudo e variando apenas a resistência característica à compressão do concreto e foram organizados em tabelas e gráficos para uma melhor visualização e análise.

Quadro 5 - Preços totais

REFERÊNCIA	UND.	PREÇO TOTAL
CONCRETO		
20MPa	m ³	R\$ 296,29
25MPa	m ³	R\$ 290,89
30MPa	m ³	R\$ 300,09
35MPa	m ³	R\$ 322,26
40MPa	m ³	R\$ 343,35
45MPa	m ³	R\$ 404,26
50MPa	m ³	R\$ 474,26
AÇO		
CA-50	kg	R\$ 13,64
CA-60	kg	R\$ 14,48
FORMAS		
Vigas	m ²	R\$ 150,71

Fonte: A Autora (2017)

4.1.1 Resultados das vigas biapoçadas

- Viga com 3,00 metros de comprimento

Na Tabela 21, mostram-se resultados obtidos para uma viga de três metros de comprimento. Pode-se observar que entre as resistências de 20MPa e 35MPa, a área de concreto tende a diminuir e a partir de 35MPa ela permanece a mesma com diminuição apenas na área de armadura, devido ao aumento de resistência. Também se observa que a partir do valor de resistência característica à compressão do concreto de 35MPa a quantidade de estribos e a contraflecha diminuem.

Tabela 21 - Resultados da viga biapoiada com 3,00 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	40,00	12,00	4,85	27	-	42,67	233,69	415,96	692,31
25	38,00	12,00	4,60	27	-	39,79	200,08	397,87	637,75
30	35,00	13,00	4,95	27	0,13	40,96	208,20	375,27	624,43
35	33,00	14,00	5,19	27	0,22	44,67	211,02	361,70	617,39
40	33,00	14,00	5,08	23	0,20	47,59	203,89	361,70	613,18
45	33,00	14,00	5,00	20	0,17	56,03	195,98	361,70	613,71
50	33,00	14,00	4,94	18	0,13	65,73	190,53	361,70	617,97

Fonte: A Autora (2017)

Quanto aos custos, a parcela referente às formas é a parcela de maior influência chegando a compor 60% do custo total da viga. Este resultado confirma a análise do DOE, que apresentou a altura da seção como a variável mais importante, uma vez que a área de formas é calculada considerando a altura da viga duas vezes. O custo do aço vem logo após o custo da área de formas, chegando a quase 34% do valor da função objetivo, confirmando também a análise do DOE como segunda variável de projeto mais influente. A parcela do concreto vem por último, correspondendo a cerca 10% do custo total.

O custo final na viga tende a diminuir a medida que a resistência característica à compressão do concreto aumenta, ou seja, quanto menor o fck maior o custo final da viga. Entretanto, essa tendência desaparece quando a resistência do concreto atinge 45 e 50MPa, observando-se um leve aumento do custo final da viga. Isso acontece devido ao alto custo desses concretos em relação aos de menor resistência.

- Viga com 4,50 metros de comprimento

Semelhante aos resultados obtidos na viga com três metros de comprimento, ao aumentar a resistência característica à compressão do concreto, a área da seção transversal da viga diminui, reduzindo também a área de formas e o seu custo, como pode ser visto na Tabela 22. A área de armadura, a quantidade de estribos e, conseqüentemente, o custo do aço não seguem nenhuma tendência para esse comprimento de viga.

Tabela 22 - Resultados da viga biapoiada com 4,50 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	47,00	19,00	8,96	45	0,33	119,06	550,61	766,36	1436,03
25	45,00	19,00	8,81	41	0,47	111,92	528,68	739,23	1379,83
30	44,00	17,00	8,90	45	0,59	101,01	537,03	712,10	1350,15
35	44,00	17,00	8,64	37	0,54	108,47	505,46	712,10	1326,04
40	40,00	15,00	9,88	50	0,92	92,70	583,12	644,29	1320,11
45	42,00	12,00	9,29	50	0,83	91,69	553,29	651,07	1296,04
50	42,00	12,00	9,08	50	0,82	107,56	542,68	651,07	1301,31

Fonte: A Autora (2017)

O custo final da viga segue a mesma tendência que a viga com três metros de comprimento, porém, somente a viga com concreto de 50MPa teve um aumento em relação aos demais.

- Viga com 6,00 metros de comprimento

Neste caso, assim como nos dois casos anteriores, a seção de concreto diminui de acordo com o aumento da resistência característica à compressão do concreto. A área de armadura longitudinal diminui para o concreto com resistência de 20 até 35MPa. A partir da resistência de 40MPa, observou-se um aumento, mas logo em seguida a área de armadura reduz novamente. A quantidade de estribos segue a mesma tendência, diminuindo ao passo que a resistência característica à compressão do concreto aumenta. Porém, os resultados da contraflecha aumentam junto com o aumento da resistência. Esses resultados e os referentes aos custos são mostrados na Tabela 23.

Tabela 23 - Resultados da viga biapoiada com 6,00 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	53,00	20,00	16,49	75	0,90	188,44	1281,01	1139,37	2608,82
25	53,00	20,00	14,61	66	1,04	185,01	1131,99	1139,37	2456,36
30	52,00	20,00	13,67	66	1,20	187,26	1068,70	1121,28	2377,24
35	51,00	20,00	13,56	60	1,28	197,22	1041,32	1103,20	2341,74
40	50,00	19,00	13,70	60	1,35	195,65	1047,11	1076,07	2318,83
45	49,00	19,00	13,77	55	1,42	225,82	1031,82	1057,98	2315,62
50	49,00	18,00	13,61	50	1,49	250,98	1007,83	1048,94	2307,75

Fonte: A Autora (2017)

Os custos referentes ao concreto podem chegar até 10%, do aço próximos a 50% e as formas representam em torno de 42% do custo total. O custo final da viga diminui de acordo com o aumento da resistência característica à compressão do concreto.

- Viga com 7,50 metros de comprimento

Como se mostra na Tabela 24, para este comprimento de viga, as seções diminuem ao aumentar a resistência característica à compressão do concreto, porém a viga com concreto de 25MPa apresenta altura da seção transversal maior do que a altura da seção transversal com resistência de 20MPa. A área de armadura diminui de acordo com o aumento da resistência característica à compressão do concreto. A quantidade de estribos permaneceu a mesma, com exceção da viga com resistência de 20MPa, na qual a quantidade foi maior que nas demais resistências. A contraflecha aplicada foi aumentando até a resistência de 40MPa, permanecendo o mesmo valor para as resistências restantes.

A parcela do concreto ainda permanece em torno de 10%, a parcela do aço pode chegar até 55% e as formas a 42% do custo total. O valor final da viga diminui conforme a resistência característica à compressão do concreto aumenta.

Tabela 24 - Resultados da viga biapoiada com 7,50 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	59,00	24,00	24,06	107	1,59	314,66	2297,75	1605,06	4217,47
25	60,00	25,00	19,63	83	1,69	327,25	1916,17	1638,97	3882,39
30	59,00	24,00	19,15	83	1,95	318,70	1816,92	1605,06	3740,68
35	59,00	20,00	18,97	83	1,98	285,20	1790,57	1559,85	3635,62
40	58,00	19,00	18,98	83	2,14	283,69	1783,90	1525,94	3593,53
45	59,00	17,00	18,23	83	2,14	304,10	1716,68	1525,94	3546,72
50	59,00	16,00	17,98	83	2,14	335,78	1693,13	1514,64	3543,54

Fonte: A Autora (2017)

- Viga de 8,50 metros de comprimento

De acordo com a Tabela 25, que contém os resultados da análise da viga biapoiada com 8,50m de comprimento, com exceção da viga com resistência do concreto de 45MPa, todas as alturas da seção atingiram o limite imposto pelo programa (60cm) e a largura reduz ao aumentar a resistência do concreto. A área

de armadura diminuiu de acordo com o aumento da resistência característica à compressão do concreto (fck), exceto para o caso do fck igual a 45MPa. A quantidade de estribos foi exatamente a mesma em todas as análises e a contraflecha teve valores iguais entre a resistência de 30 e 50MPa

Tabela 25 - Resultados da viga biapoiada com 8,50 metros de comprimento e a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	60,00	23,00	33,09	141	2,27	347,55	3490,46	1831,88	5669,89
25	60,00	19,00	32,13	141	2,25	281,87	3378,18	1780,64	5440,69
30	60,00	20,00	29,51	141	2,43	306,09	3142,63	1793,45	5242,17
35	60,00	17,00	29,15	141	2,43	279,40	3093,18	1755,02	5127,60
40	60,00	15,00	28,71	141	2,43	262,58	3039,84	1729,40	5031,82
45	59,00	13,00	29,66	141	2,43	263,56	3111,98	1678,16	5053,69
50	60,00	12,00	28,24	141	2,43	290,25	2979,10	1690,97	4960,31

Fonte: A Autora (2017)

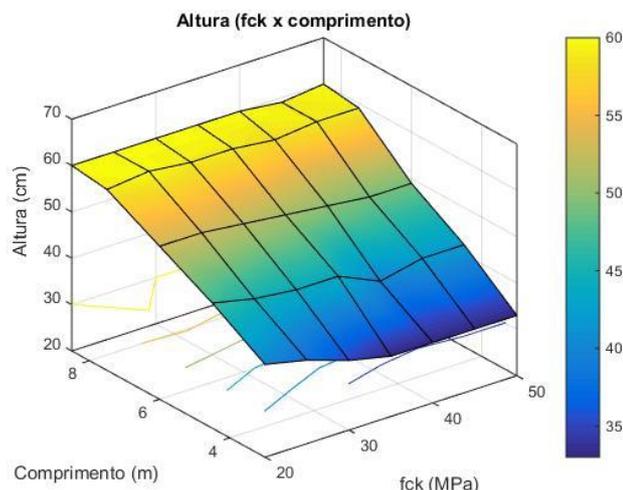
No custo total, as parcelas do concreto, do aço e das formas ficam em torno de 6%, 62% e 32%, respectivamente. Os resultados referentes ao custo final, como ocorreu nas vigas de menores comprimentos, diminuem de acordo com a resistência do concreto.

- **Análise Gráfica dos Resultados**

Para que possa ser feita uma análise mais geral em relação as variáveis de projeto e os custos referentes a cada viga estudada, foram geradas superfícies nas quais mostra-se a variação das variáveis otimizadas ou o custo em função da resistência característica à compressão do concreto (fck) e do comprimento das vigas analisadas.

Na Figura 17 mostra-se a variação da altura da seção transversal em função do comprimento e da resistência característica à compressão do concreto (fck) das vigas biapoiadas.

Figura 17 – Relação entre altura da seção, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada



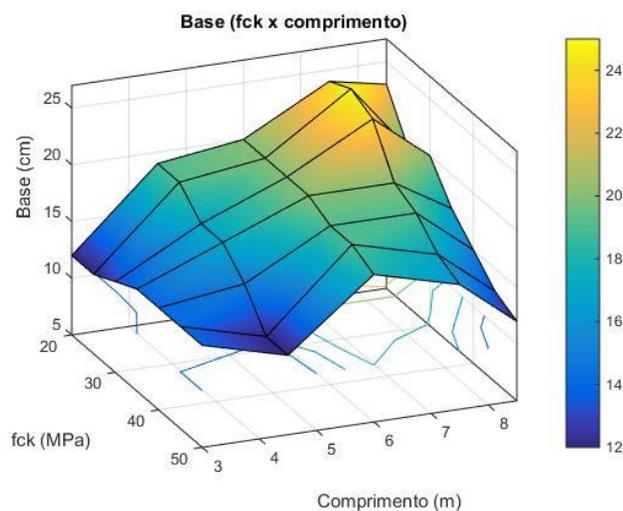
Fonte: A Autora (2017)

Ao variar os vãos, nota-se que quanto maior o comprimento do vão, maior é a altura da viga. Os esforços crescem, conforme se aumenta o comprimento do vão livre entre os apoios, necessitando, portanto, de vigas com maiores alturas.

Pode-se observar, que ao aumentar a resistência característica do concreto, a altura da viga tende a diminuir, ficando evidente na viga de 6,00 metros. As vigas de 7,50 e 8,50 metros não sofrem alterações visíveis pelo fato de ambas terem alturas muito próximas ao limite estabelecido no programa (60 cm).

Na Figura 18, mostra-se a variação da largura da viga biapoiada em função da resistência característica à compressão do concreto e do comprimento da viga. Como a base da viga tem pouca influência no resultado final da otimização, o programa tende a variar o valor da base a fim de permitir uma menor altura da viga. Apesar da grande variação nos resultados, nota-se que a largura da viga tem seus maiores valores com resistências do concreto menores. Porém, não é possível fazer uma análise definitiva relacionando o comprimento e a largura da viga devido a seu comportamento irregular.

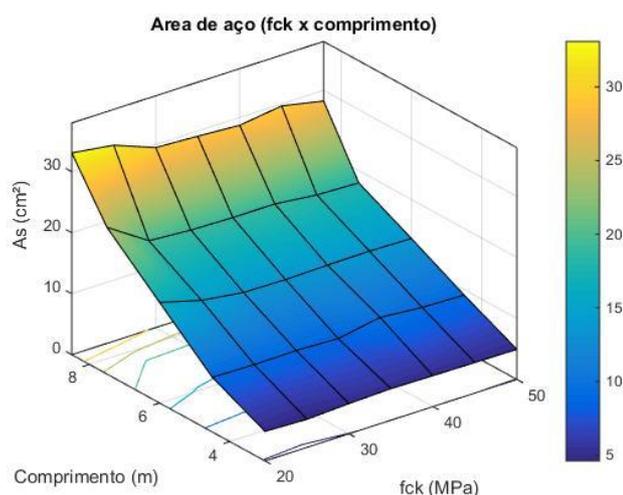
Figura 18 - Relação entre largura, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada



Fonte: A Autora (2017)

Na Figura 19, encontra-se a relação entre a área de armadura calculada e os comprimentos dos vãos e resistências características à compressão do concreto usadas nas análises das vigas biapoiadas.

Figura 19 - Relação entre área de armadura, resistência do concreto e comprimento do vão da viga biapoiada



Fonte: A Autora (2017)

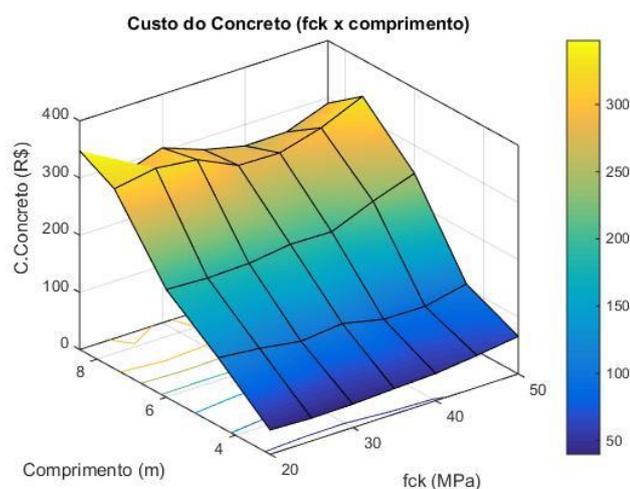
Como pode ser observado, a superfície mostra-se bastante uniforme quando relacionado a área de aço com a resistência do concreto, permanecendo praticamente a mesma em todas as resistências analisadas. Quando comparada

com o comprimento do vão, a área de armadura mostra uma relação direta quanto ao aumento dos vãos das vigas, confirmando que os esforços a serem suportados aumentam à medida que o vão livre entre os apoios cresce.

Observa-se, ainda, que nas vigas de 8,50 metros a área de aço tem um aumento relativamente considerável em relação as vigas de 7,50 metros. Isso ocorreu devido fato de as vigas de 8,50 metros terem atingido a altura limite imposta ao programa (60 cm), sendo necessária uma área de aço maior para suportar os esforços.

Na Figura 20, apresenta-se o custo do concreto em função do comprimento do vão e da resistência característica à compressão do concreto para as vigas biapoiadas analisadas.

Figura 20 - Relação entre custo do concreto, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada



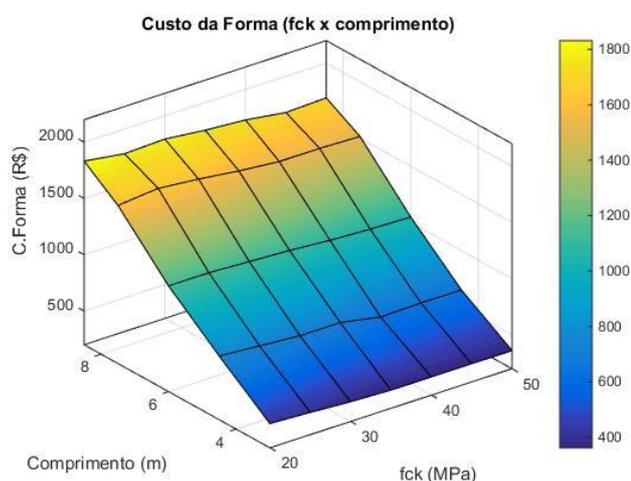
Fonte: A Autora (2017)

Como esperado, o custo referente a parcela de concreto aumenta com o aumento do comprimento da viga, uma vez que será necessária uma quantidade maior de concreto para confeccionar as mesmas. O custo referente ao aumento da resistência do concreto aumenta discretamente, uma vez que, mesmo o custo de concretos com resistências maiores serem mais caros, o volume de concreto necessário é menor para vigas com maiores resistências.

A altura das vigas de 8,50 e 7,50 metros apresentam resultados muito próximos, porém as medidas da base das vigas de 8,50 metros são menores em comparação com as bases das vigas de 7,50 metros, resultando em um menor custo de concreto.

O custo das formas em função da resistência característica à compressão do concreto e do comprimento das vigas biapoiadas em estudo é apresentado na Figura 21.

Figura 21 - Relação entre custo das formas, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada



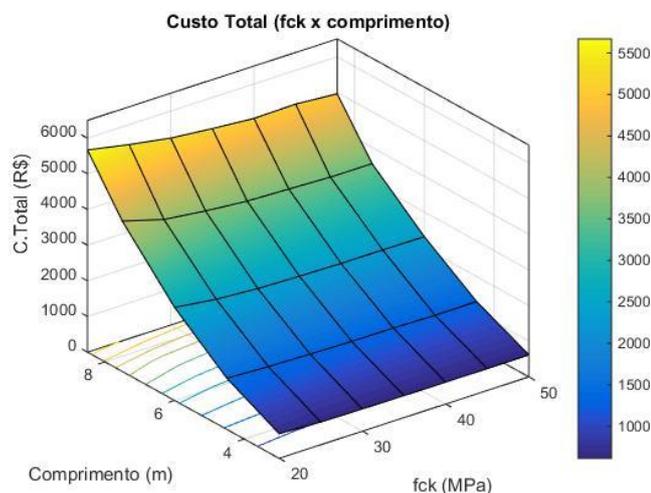
Fonte: A Autora (2017)

O custo referente às formas varia pouco quando se compara com a resistência característica à compressão do concreto. Por outro lado, quanto maior o comprimento do vão da viga, maior o custo das formas.

Finalmente, na Figura 22, encontra-se a variação do custo total da viga biapoiada em função da variação dos vãos e da resistência característica à compressão do concreto.

Neste caso pode-se dizer que quanto maior for o comprimento do vão, maior será o custo de uma viga. Em relação à variação de resistência do concreto, quanto menor a resistência do concreto (20MPa), maior o custo da viga. Em alguns casos, nas duas maiores resistências o custo aumenta suavemente, mas não supera o custo com o concreto de 20MPa.

Figura 22 - Relação entre custo total, resistência do concreto e comprimento da viga biapoiada



Fonte: A Autora (2017)

4.1.2 Resultados das vigas engastadas-livres

- Viga de 1,00 metro de comprimento

Pode-se observar na Tabela 26, que as seções transversais de concreto permaneceram praticamente constantes exceto a viga com concreto de resistência característica à compressão igual a 20MPa. A área de armadura aumentou entre as resistências características à compressão de 20 e 30 MPa e, posteriormente diminuiu. A quantidade de estribos permaneceu praticamente constante para todas as análises. Não houve contraflecha.

Tabela 26 - Resultados da viga engastada-livre com 1,00 metro de comprimento e variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	31,00	12,00	2,48	7	0,00	11,02	37,92	111,53	160,47
25	26,00	12,00	3,16	9	0,00	9,08	46,40	96,45	151,93
30	25,00	13,00	3,19	8	0,00	9,75	45,23	94,95	149,93
35	25,00	13,00	3,11	8	0,00	10,47	44,53	94,95	149,93
40	25,00	14,00	3,03	8	0,00	12,02	43,79	96,45	152,26
45	25,00	14,00	2,99	8	0,00	14,15	43,52	96,45	154,12
50	25,00	14,00	2,97	8	0,00	16,60	43,31	96,45	156,36

Fonte: A Autora (2017)

No custo total, a parcela do concreto representa aproximadamente 10%, a parcela do aço pode chegar até 30% e as formas a 69%. O valor final da viga segue uma curva na qual as vigas com concreto de resistências do concreto 30 e 35MPa representam o seu ponto mínimo.

- Viga com 2,00 metros de comprimento

Analisando os resultados da Tabela 27, observa-se que, tanto a altura da seção quanto a largura da seção tendem a diminuir nas vigas composta por concreto de resistências menores e se mantêm as mesmas a partir da viga com concreto de resistência igual a 35MPa. A área de armadura aumenta quando a seção de concreto varia, mas quando a seção transversal é a mesma, a área de armadura diminui com o aumento da resistência do concreto e os estribos seguem essa mesma tendência. Neste caso, também não houve contraflecha.

Tabela 27 - Resultados da viga engastada-livre de 2,00 metros de comprimento e com a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	45,00	19,00	6,93	17	0,00	50,67	191,27	328,55	570,48
25	43,00	17,00	7,20	18	0,00	42,53	196,93	310,46	549,92
30	40,00	17,00	7,73	18	0,00	40,81	205,44	292,38	538,63
35	41,00	12,00	7,66	22	0,00	31,71	209,16	283,33	524,21
40	41,00	12,00	7,42	20	0,00	33,77	200,47	283,33	517,57
45	41,00	12,00	7,25	18	0,00	39,78	192,64	283,33	515,75
50	41,00	12,00	7,13	17	0,00	46,67	187,86	283,33	517,86

Fonte: A Autora (2017)

A parcela do concreto representa em torno de 9%, a parcela do aço pode chegar até 40% e as formas a 57% do custo total. O valor final da viga diminui de acordo com a resistência do concreto.

- Viga com 3,00 metros de comprimento

A partir dos resultados mostrados na Tabela 28, nota-se que a área da seção transversal da viga diminui de acordo com o aumento da resistência do concreto. A quantidade de estribos diminui conforme a resistência do concreto aumenta e a área de armadura não possui uma variação significativa para

resistências características do concreto superiores a 25MPa. Mais uma vez, não houve a necessidade de aplicação de contraflecha.

Tabela 28 - Resultados da viga engastada-livre de 3,00 metros de comprimento com a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	53,00	20,00	16,49	37	0,00	94,22	639,07	569,68	1.302,97
25	53,00	20,00	14,61	33	0,00	92,50	566,03	569,68	1.228,22
30	52,00	20,00	13,66	33	0,00	93,63	534,01	560,64	1.188,28
35	51,00	20,00	13,57	30	0,00	98,61	521,13	551,60	1.171,34
40	50,00	19,00	13,72	30	0,00	97,82	524,39	538,03	1.160,24
45	49,00	19,00	13,78	27	0,00	112,91	515,90	528,99	1.157,80
50	49,00	18,00	13,62	25	0,00	125,49	503,95	524,47	1.153,91

Fonte: A Autora (2017)

A parcela do concreto pode chegar a 10%, a parcela do aço pode chegar até 49% e as formas a 46% do custo total. O valor final da viga diminui de acordo com a redução da resistência característica à compressão do concreto.

- Viga com 4,00 metros de comprimento

Analisando os resultados apresentados na Tabela 29, pode-se observar que o valor ótimo da altura das vigas é o mesmo, com exceção da viga com resistência do concreto igual a 50MPa. Por sua vez, a largura apresenta valores menores com o aumento da resistência do concreto. A área de armadura diminuiu enquanto a resistência do concreto aumentou.

Tabela 29 - Resultados da viga engastada-livre de 4,00 metros de comprimento com a variação da resistência do concreto

fck (MPa)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
20	60,00	19,00	29,24	66	0,00	135,11	1.462,70	837,95	2.435,76
25	60,00	23,00	25,69	57	0,00	160,57	1.292,50	862,06	2.315,10
30	60,00	21,00	24,19	57	1,60	151,25	1.224,16	850,00	2.225,41
35	60,00	20,00	22,63	50	1,73	154,68	1.132,50	843,98	2.131,10
40	60,00	20,00	20,97	44	1,81	164,76	1.040,40	843,98	2.049,10
45	60,00	19,00	20,52	44	1,85	184,34	1.018,60	837,95	2.040,90
50	59,00	18,00	20,73	44	1,92	201,47	1.024,80	819,86	2.046,10

Fonte: A Autora (2017)

O valor da contraflecha, aumenta conforme a resistência à compressão do concreto aumenta.

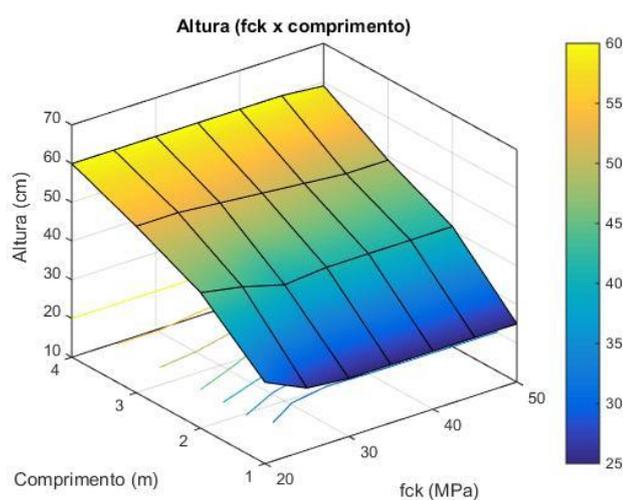
No custo total, a parcela do concreto pode alcançar 13%, a parcela do aço pode chegar até 60% e as formas a 37%. O valor final da viga diminui até a resistência do concreto de 45MPa, posteriormente o custo aumenta suavemente. Esse aumento ocorreu devido ao fato do custo do concreto de 50MPa ser maior em relação aos outros tipos e, como a seção desta viga é menor que as outras seções, a quantidade necessária de aço aumentou.

- **Análise Gráfica dos Resultados**

Da mesma maneira como foi feito para as vigas biapoiadas, foram geradas superfícies nas quais mostram-se a variação das variáveis otimizadas ou o custo em função da resistência característica à compressão do concreto e do comprimento das vigas avaliadas.

Na Figura 23, mostra-se a variação da altura da seção transversal em função do comprimento e da resistência característica à compressão do concreto das vigas engastadas-livres.

Figura 23 - Relação entre altura da seção, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre

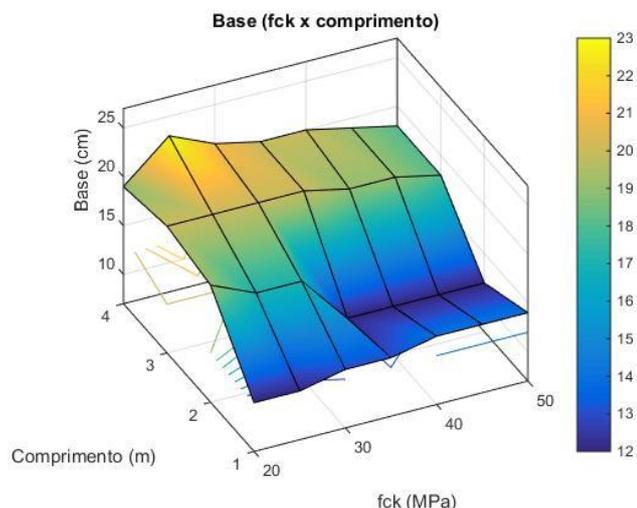


Fonte: A Autora (2017)

Pode-se observar que ao aumentar a resistência do concreto, a altura da viga permanece praticamente constante, porém, para a viga de 4,00 metros não há alteração na altura devido ao fato de ela ter atingido o valor máximo do programa (60cm). Aumentando o valor do vão, cresce a altura da viga, uma vez que, ao aumentar o balanço, os esforços se tornam mais difíceis de serem vencidos.

A Figura 24, apresenta a variação da largura em função do comprimento da viga e da resistência do concreto das vigas engastadas-livres estudadas. Como a base é uma das variáveis de menor influência na função objetivo, observa-se um comportamento similar ao mostrado no caso das vigas biapoiadas, comparar com a Figura 18.

Figura 24 - Relação entre largura, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre

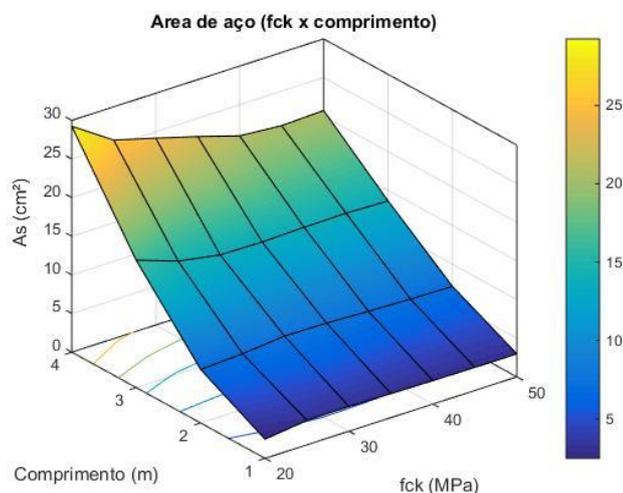


Fonte: A Autora (2017)

Apesar da variação irregular da largura em relação ao comprimento da viga e à variação da resistência característica à compressão do concreto, nota-se que a largura da viga apresenta uma tendência de redução quando a resistência do concreto é aumentada.

Na Figura 25, encontra-se a relação entre a área de armadura calculada e os comprimentos e resistências características à compressão do concreto usadas nas análises das vigas engastadas-livres.

Figura 25 - Relação entre área de armadura, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre



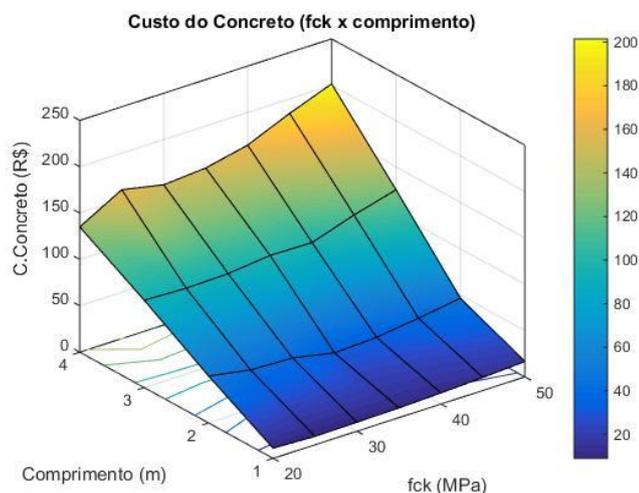
Fonte: A Autora (2017)

Assim como na análise das vigas biapoiadas, os resultados da área de armadura calculados pelo programa mostram-se bastante uniforme quando relacionada com a resistência característica à compressão do concreto, permanecendo praticamente constante, exceto para a viga de 4 metros, que reduz seu valor conforme aumenta a resistência do concreto. Considerando a variação do vão (valor de fck constante), observa-se que a área de armadura aumenta conforme cresce o valor dos vãos das vigas.

O custo do concreto em função da resistência característica à compressão do concreto e do comprimento da viga engastada-livre em estudo mostra-se na Figura 26.

O custo referente à parcela de concreto aumenta com o comprimento da viga, uma vez que será necessária uma quantidade maior de concreto para produção das vigas. Também, observa-se que o custo do concreto cresce à medida que a resistência do concreto aumenta, principalmente para comprimentos de vão superiores a 3,00 metros.

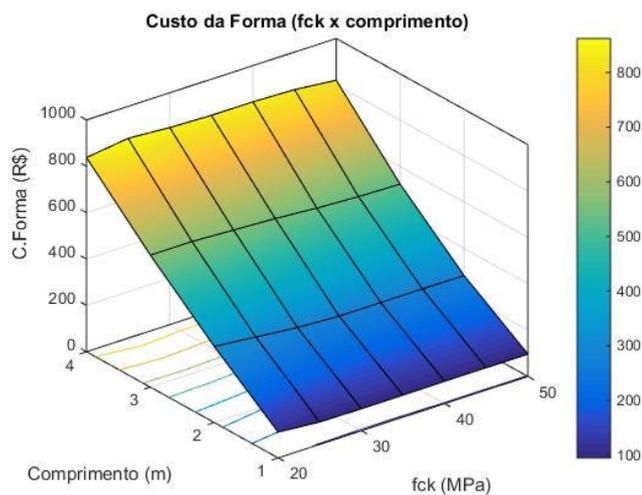
Figura 26 - Relação entre o custo do concreto, resistência e comprimento da viga engastada-livre



Fonte: A Autora (2017)

Na Figura 27, mostra-se a relação entre o custo das formas e a variação de comprimento e da resistência característica à compressão do concreto para viga engastada-livre.

Figura 27 - Relação entre o custo das formas, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre



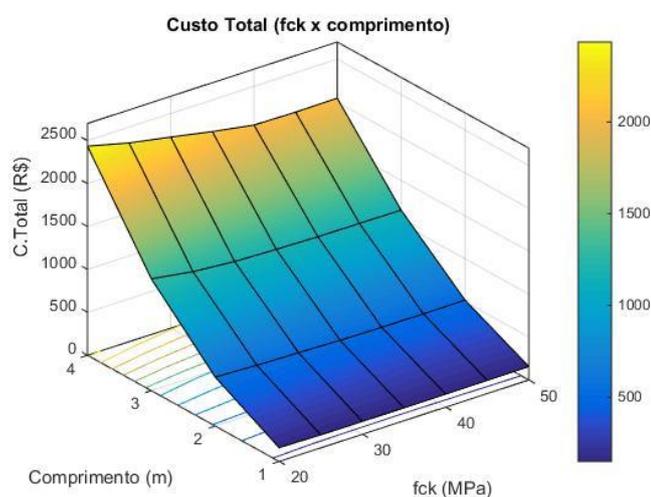
Fonte: A Autora (2017)

O custo referente às formas varia pouco quando se analisa em relação à variação de resistência do concreto. Entretanto, com relação à variação de

comprimento, pode-se observar que o custo varia proporcionalmente com o comprimento do vão.

Finalmente, na Figura 28 encontra-se a variação do custo total da viga engastada-livre em função da variação dos vãos e da resistência característica à compressão do concreto.

Figura 28 - Relação entre o custo total, resistência do concreto e comprimento da viga engastada-livre



Fonte: A Autora (2017)

O custo total da viga aumenta conforme cresce o comprimento do vão. Analisando a variação de resistência do concreto pode-se observar que, o custo total da viga diminui quando a resistência característica do concreto aumenta.

4.2 Comparação do Custo de Vigas com Armaduras Simples e Dupla

Essa análise tem como objetivo comparar o custo final entre uma viga com armadura simples (tracionada) e uma na qual é permitido o uso de armadura dupla (comprimida + tracionada). Para que a comparação seja possível, os dados de entrada são os mesmo em ambas situações.

Para garantir que as vigas otimizadas pudessem ser dimensionadas com armadura simples e dupla pelo programa, foram escolhidos comprimentos de vigas que gerassem uma altura da seção próxima da altura da seção limite (60cm) em ambos os casos. Dessa forma, foram otimizadas vigas biapoiadas com

5,50, 6,00 e 6,50 metros e engastadas-livres de 2,50, 3,00 e 3,50 metros. Todas as 6 vigas otimizadas têm concreto com valor de resistência característica à compressão de 25MPa. As cargas, esforços e demais dados de entrada são os mesmos usados na análise dos vãos do item 4.1. As variáveis otimizadas são as mesmas que foram empregadas anteriormente.

4.2.1 Resultados das vigas biapoiadas

Na Tabela 30, mostram-se os resultados obtidos na análise de vigas biapoiadas com diferentes comprimentos de vão considerando armadura simples e dupla. Em todos os casos a altura da seção transversal da viga com armadura simples é maior que a altura da viga com armadura dupla. A redução da altura da seção (viga com armadura dupla), diminui a área de formas e o custo referente a essa parcela. Por outro lado, ao diminuir a seção transversal de concreto, a área de armadura (armaduras longitudinal e transversal) aumentou.

Mesmo sabendo que o custo referente as formas é o que mais influencia no custo final da viga, a redução da altura da seção transversal de concreto não foi significativa o suficiente para superar o custo do aumento da área de armadura (que é a segunda parcela mais significativa no resultado final).

Para esta análise, observou-se que uma viga com armadura simples, mesmo com uma seção transversal maior é mais econômica do que uma viga com armadura dupla.

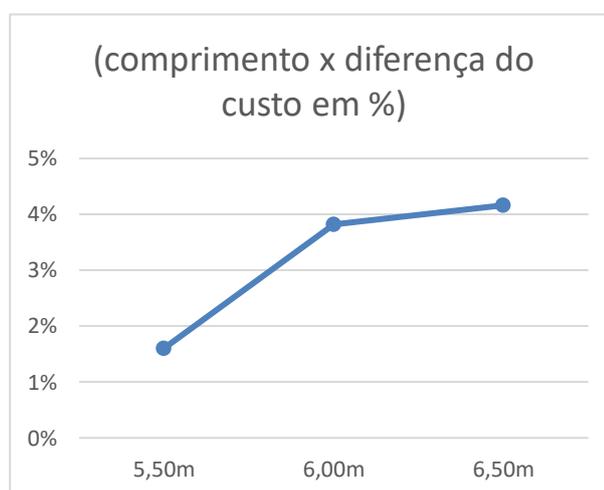
Tabela 30 – Resultados da viga biapoiada considerando armadura simples e dupla

	Comp. (m)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Cflecha (cm)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Forma (R\$)	Custo (R\$)
Simples	5,50	55,00	21,00	10,52	46	0,50	184,79	760,41	1.085,87	2.031,06
Dupla		50,00	20,00	12,53	61	0,85	159,99	909,52	994,69	2.064,20
Simples	6,00	60,00	17,00	11,81	60	0,61	178,02	945,55	1.238,84	2.362,41
Dupla		53,00	20,00	14,61	66	1,04	185,01	1.131,99	1.139,37	2.456,36
Simples	6,50	60,00	20,00	14,07	72	0,94	226,89	1.213,93	1.371,46	2.812,29
Dupla		55,00	20,00	17,33	81	1,22	207,99	1.452,95	1.273,50	2.934,44

Fonte: A Autora (2017)

Apresenta-se, na Figura 29, a diferença percentual de custos entre a viga com armadura dupla em comparação com o caso de armadura simples.

Figura 29 – Diferença percentual do custo entre as considerações com armadura dupla e simples



Fonte: A Autora (2017)

Pode-se observar que ao aumentar o vão, a diferença do custo também aumenta, o que implica dizer que quanto maior o vão menos vantajoso é o uso da armadura dupla.

4.2.2 Resultados das vigas engastadas-livres

Na Tabela 31, apresentam-se os resultados das vigas engastadas-livres, considerando armadura simples e dupla. Pode-se observar que todas as vigas tiveram as alturas das seções transversais reduzidas quando dimensionadas considerando armadura dupla. Entretanto, deve-se ressaltar que, a área de armadura (longitudinal e transversal) aumentou para todos os casos analisados.

A redução da seção transversal de concreto não foi significativa o bastante para superar o custo do aumento da área de armadura que é a segunda parcela mais influente no resultado final.

Como aconteceu no caso da viga biapoiada, uma viga engastada-livre com armadura simples é mais econômica do que uma viga com armadura dupla, mesmo com uma seção transversal maior.

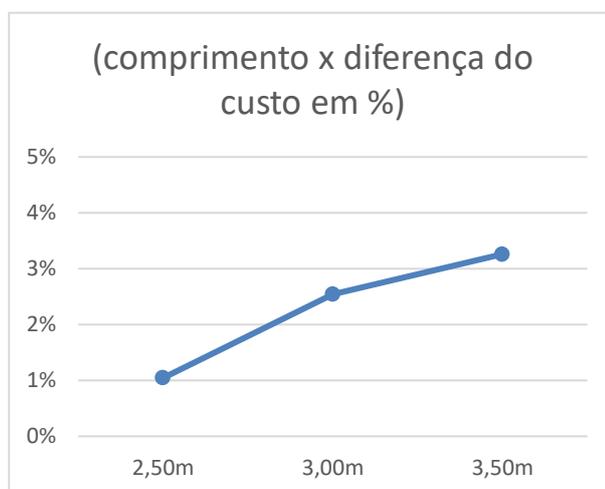
Tabela 31 - Resultados da viga engastada-livre considerando armadura simples e dupla

	Comp. (m)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
Simples	2,50	49,00	18,00	10,15	25	64,14	339,38	437,06	840,58
Dupla		48,00	20,00	10,26	25	69,81	342,58	437,06	849,45
Simples	3,00	56,00	20,00	12,78	30	97,74	502,41	596,81	1.196,96
Dupla		53,00	20,00	14,61	33	92,50	566,03	569,68	1.228,22
Simples	3,50	60,00	24,00	16,52	35	146,61	739,67	759,58	1.645,86
Dupla		58,00	20,00	19,47	43	118,10	865,83	717,38	1.701,31

Fonte: A Autora (2017)

Mostram-se na Figura 30 a diferença percentual de custos, entre a viga com armadura dupla em comparação com a viga considerando armadura simples.

Figura 30 - Diferença do custo entre armadura dupla e simples



Fonte: A Autora (2017)

Ao analisar a diferença do custo final da viga com armadura simples e dupla, pode-se concluir que, ao aumentar o vão, cresce a diferença do custo, ou seja, as vantagens do uso da armadura simples aumentam conforme cresce o comprimento do vão.

4.3 Comparação entre vigas com e sem verificação do estado limite de deformações excessivas.

Neste caso, foram analisados dois tipos de vigas nas quais compara-se como influencia a verificação do estado limite de deformações excessivas como uma restrição no processo de otimização. É importante salientar que, para que a comparação entre os casos com e sem verificação do estado limite de deformações excessivas seja possível, não foi permitida a aplicação de contraflecha.

Para uma melhor comparação entre o valor das deformações foram escolhidos comprimentos de viga em que a flecha fosse significativa, assim, foram otimizadas vigas biapoiadas de 4,00, 5,00 e 6,00 metros de comprimento. Como as vigas analisadas do tipo engastada-livre com variação de vãos só ultrapassaram a flecha limite em um vão estudado no item 4.1.2, optou-se por não avaliar esse tipo de viga com e sem a restrição do estado limite de deformações excessivas.

Em todas as vigas foi considerado um concreto de resistência característica à compressão igual a 25MPa. Para as demais características, como esforços e dados de entrada, são consideradas as mesmas do item 4.1.

4.3.1 Resultados das vigas biapoiadas

Encontram-se na Tabela 32 os resultados das vigas com e sem verificação de estado limite de deformações excessivas.

Tabela 32 - Resultados da viga biapoiada com e sem verificação de flecha

	Comp. (m)	h (cm)	b (cm)	As (cm ²)	Estribos (un)	Custo Concreto (R\$)	Custo Aço (R\$)	Custo Formas (R\$)	Custo (R\$)
C.Flecha	4,00	49,00	13,00	6,16	33	74,12	345,32	669,15	1088,59
S.Flecha		43,00	17,00	7,20	36	85,06	393,87	620,93	1099,95
C.Flecha	5,00	60,00	15,00	7,72	38	130,90	528,41	1017,29	1676,60
S.Flecha		48,00	20,00	10,26	50	139,63	685,39	874,12	1699,14
C.Flecha	6,00	-	-	-	-	-	-	-	-
S.Flecha		53,00	20,00	14,61	66	185,01	1131,99	1139,37	2456,36

Fonte: A Autora (2017)

Ao analisar os resultados é possível observar que quando a verificação de estado limite de deformações excessivas é considerada como restrição, o programa tende a aumentar a altura da viga e diminuir a largura, ou seja, ocorre um aumento da rigidez da peça analisada. Também pode-se observar que a área de armadura, longitudinal e transversal, aumenta quando a altura da viga diminui, aumentando assim o custo referente a esta parcela.

O custo referente a parcela do concreto é maior quando não é considerada a verificação de estado limite de deformações excessivas. Porém o custo da área de formas diminui. Nesse caso, como a parcela do concreto e do aço aumentaram, a redução do custo das formas nas vigas sem a consideração de restrição de flecha não é suficiente para que o custo final seja menor do que a viga com a consideração de restrição de flecha. Assim, pode-se afirmar que a

viga na qual a flecha é considerada em seu cálculo tem menor custo total do que a viga que não considera.

Há também uma tendência quando se relaciona os vãos e a consideração ou não da restrição de flecha para o dimensionamento. A viga de 4,00 metros de comprimento considerando a restrição de flecha tem custo 1,02% inferior ao da viga sem a consideração da restrição de flecha. A viga com 5,00 metros de comprimento, com a verificação de flecha sendo considerada, apresentou custo 1,33% menor em relação a viga de mesmo comprimento sem considerar a verificação de flecha.

Como a contraflecha não foi considerada nesta análise, a viga com 6,00 metros de comprimento não pode ser otimizada, uma vez que o programa não encontrou uma resposta que atendesse a flecha imposta.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo principal realizar o dimensionamento otimizado de seções de viga de concreto armado conforme a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizando o método dos Algoritmos Genéticos. Buscando-se, dessa maneira, uma redução do custo desses elementos estruturais, através da racionalização dos materiais que compõem as peças estruturais em estudo e, conseqüentemente, a minimização dos impactos ambientais que essas estruturas venham a provocar.

Todas as vigas otimizadas foram dimensionadas de acordo com as recomendações da norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) em relação ao momento fletor, esforço cortante e a verificação dos deslocamentos considerando deformações de aceitabilidade sensorial. Outros aspectos considerados da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) foram: dimensões mínimas e máximas da seção transversal do elemento estrutural, quantidade mínima e máxima de área de armadura, relação entre o comprimento e a altura da viga, contraflecha e espaçamento máximo e mínimo de estribos. É importante ressaltar que os trabalhos empregados como referência não atendiam a todas essas recomendações, fazendo com que este trabalho se torne uma referência mais completa para próximas pesquisas.

O programa implementado para otimizar vigas biapoiadas ou engastada-livre sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído foi desenvolvido no *toolbox* de Algoritmos Genéticos presente no *software* MATLAB. A função objetivo do programa tem cinco variáveis: a altura útil da viga, a largura, a área de armadura longitudinal de compressão e de tração e a quantidade de estribos necessários.

Para a calibração do programa implementado, foram comparados os parâmetros usados no *solver* Algoritmo Genético Lagrangeano Aumentado (ALGA) e no *solver* Função de Penalidade (*Penalty Function*), ambos já implementados no *software* MATLAB. Nos testes de calibração identificou-se que o *solver* Função de Penalidade apresentou os melhores resultados, portanto, foi usado como padrão para todos as análises.

De maneira a garantir a confiabilidade dos resultados obtidos pelo programa de otimização, na etapa de validação foram otimizadas duas vigas as quais foram comparadas com os resultados numéricos apresentados por outros autores e segundo requisitos da NBR 6118 (ABNT, 2014). Deve-se ressaltar que os resultados obtidos no presente trabalho sempre mostram uma ótima concordância em relação com os dados mostrados nas referências. Os valores da função objetivo obtidos com o programa implementado sempre foram menores quando comparados com os das referências.

Para confirmar que todas as variáveis de projeto consideradas no problema de otimização têm influência significativa no resultado final (custo da viga), foi feito um estudo estatístico através do método *Design of Experiments* (DOE). Através da análise, constatou-se que as cinco variáveis propostas têm influência considerável no valor da função objetivo, portanto, não podem ser desconsideradas no estudo.

Uma vez validado o programa foram otimizados dois tipos de vigas: biapoiadas e engastadas-livres. Para analisar o comportamento das variáveis de projeto e o custo final das vigas, foi variado o comprimento e a resistência característica à compressão do concreto. Nas vigas biapoiadas e engastadas-livres, analisou-se a consideração da armadura dupla e armadura simples, comparando qual tipo de viga apresenta menor custo. Também foram otimizadas vigas biapoiadas levando em consideração a restrição referente ao limite de deformações excessivas. Os resultados foram comparados com as mesmas vigas otimizadas sem levar em consideração essa restrição, a fim de identificar qual delas apresenta menor custo.

Fazendo uma análise geral do estudo, conclui-se que o programa conseguiu otimizar as vigas analisadas, gerando bons resultados e mostrando que o método dos Algoritmos Genéticos é um importante aliado para solucionar problemas de otimização de elementos de concreto armado.

Os resultados gerados pelo programa, a escolha dos parâmetros internos e a validação do programa, assim como a análise estatística pelo método DOE estão descritos com maiores detalhes a seguir.

5.1 Calibração do Programa

- Os parâmetros do *solver* ALGA que tiveram maior influência nos resultados foram: o tamanho da população, a penalidade inicial e a função de criação da população.
- No *solver* da Função de Penalização foram empregados os parâmetros já definidos pelo próprio programa.
- Ao comparar os resultados referentes ao custo da viga para ambos *solvers*, observa-se uma diferença bem pequena. Porém, ao comparar o tempo de processamento, a Função de Penalização apresenta uma redução no tempo de aproximadamente 98%.
- Sendo o tempo muito importante quando se trata de otimização numérica, optou-se pelo uso da Função de Penalidade como padrão para todas as otimizações realizadas no trabalho.

5.2 Validação do Programa

- No exemplo da viga biapoiada, os resultados obtidos com o programa implementado apresentaram uma boa concordância quando comparados com Chakrabarty (1992), Coello et al.(1997) e Alexandre (2014). Obteve-se uma redução no custo de aproximadamente 2%.
- No caso da viga biapoiada calculada de acordo com a norma através do livro ABNT—NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de Aplicação (2015), obteve-se uma redução no custo total de aproximadamente 2,5%.

5.3 *Design of Experiments* (DOE)

- O resultado da análise estatística feita através do método DOE mostrou que as cinco variáveis têm influência significativa no resultado final da otimização.
- As variáveis com maior influência na função objetivo são a altura útil (x_1), seguida da área de armadura longitudinal tracionada (x_3).

- A largura (x_2), a área de armadura longitudinal comprimida (x_4) e a quantidade de estribos (x_5) são, nessa ordem, as variáveis com menor influência no resultado final da função objetivo. Porém todas elas são importantes para a função como um todo.
- O uso do DOE se mostrou útil na escolha de variáveis para este tipo de problema, uma vez que seus resultados se confirmaram nas análises das vigas otimizadas.
- Vale ressaltar que não foi encontrado nenhum trabalho que use esta técnica como auxílio na escolha de variáveis para otimização de elementos estruturais da construção civil.

5.4 Análise da Variação do Vão e Resistência Característica à Compressão do Concreto das Vigas Biapoiadas e Engastadas-Livres

- Em todas as vigas otimizadas (biapoiadas e engastadas-livres) a área da seção transversal de concreto diminui ao aumentar a resistência característica à compressão do concreto, da mesma forma acontece com a área de armadura longitudinal e a quantidade de estribos.
- O custo final das vigas otimizadas (biapoiadas e engastadas-livres), na maioria das vezes, reduz seu valor ao aumentar a resistência característica à compressão do concreto. Em alguns casos, as vigas com concreto de resistência igual a 50MPa obtiveram um leve aumento em relação ao concreto com 45MPa.
- A partir das análises gráficas de ambos os tipos de vigas otimizadas, nota-se que ao aumentar o comprimento de uma viga, a altura da seção e a área de armadura também irão aumentar. Entretanto, ao aumentar a resistência do concreto empregado as dimensões da viga sofrem uma redução.

- A dimensão da largura de uma viga biapoiada ou engastada-livre varia com seu comprimento, porém, quando se muda a resistência seus valores sofrem uma redução discreta.
- Para ambas vigas, o custo do concreto, das formas, do aço e o custo total aumentaram conforme cresceu o comprimento da viga. Quando aumentada a resistência característica à compressão do concreto ocorreu uma leve redução no custo das formas, do aço e do custo total da viga, porém o custo do concreto aumentou.

5.5 Armadura Simples e Dupla em Vigas Biapoiadas e Engastadas-Livre

- As vigas com armadura simples, independentemente do caso, sempre apresentam custo inferior ao custo das vigas com armadura dupla.
- As vigas biapoiadas e engastadas-livres otimizadas apresentaram menores valores da área de armadura e de quantidade de estribos no caso de armadura simples.
- No caso de armadura simples a altura da viga foi a única variável aumentou em relação a viga que permite o uso de armadura dupla.
- Observa-se que quanto maior é o vão, menor é o custo da viga com armadura simples em relação a mesma viga com armadura dupla.

5.6 Análise do Estado Limite de Deformações Excessivas de Vigas Biapoiadas

- As seções transversais da viga ficaram mais altas e com largura menor no caso que se considera a restrição de flecha.
- A área de armadura das vigas resultou menor no caso de verificação de flecha.
- O custo das vigas que levaram em consideração a verificação de flecha sempre é menor em comparação com as vigas que não consideram a flecha.

5.7 Sugestões para Trabalhos Futuros

Para que a otimização através dos Algoritmos Genéticos possa ser aplicada em situações práticas, em trabalhos futuros poderiam ser considerados os seguintes tipos de análise:

- Uma vez que a fissuração do concreto é inevitável, torna-se importante que seja feita a análise do estado limite de fissuração. Essa análise visa o controle da abertura dessas fissuras permitindo, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), item 13.4, a proteção contra a corrosão da armadura e a aceitabilidade sensorial da estrutura.
- Além disso, o item 18.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) permite vários tipos de combinação de cargas que podem ser feitas no dimensionamento de uma peça estrutural. Nas combinações do ELU, por exemplo, podem ainda ser consideradas as combinações últimas especiais e excepcionais, uma vez que para este trabalho foram usadas as combinações últimas normais.
- Considerar, nos próximos estudos, a armadura de pele que, de acordo com o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), deve ser inserida em vigas com altura de seção maiores que 60 centímetros, sendo esta a altura limite considerada neste trabalho.
- Em situações práticas, é mais comum o uso de vigas contínuas, tornando-se necessário o estudo desse tipo de viga. Como também, a análise de interação entre as vigas e os pilares onde estão apoiadas.
- Finalmente, para que o processo de otimização se torne mais completo o detalhamento da distribuição da armadura, de acordo com o item 18.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) deveria ser considerado.

REFERÊNCIAS

ALAPATI, M. **Discrete optimization of truss structure using genetic algorithm.** International Journal of Recent Development in Engineering and Technology, v.3, n.1, p.105-111. 2014.

ALEXANDRE, L. de J. **Otimização do pré-projeto de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos.** 2014. 132p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) –Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rio de Janeiro. 2014.

ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado.** v.1, 2 ed. Rio Grande: Dunas. 2003.

ARORA, J.S. **Introduction do optimum design.** 2.ed. Londres: Elsevier Academic Press. 2004. 728p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2014, 256p.

BARROS, M.H.F.M. MARTINS, R.A.F. BARROS, A.F.M. **Cost optimization of singly and doubly reinforced concrete beams with EC2-2001.** Struct Multidisc Optim. n30 p. 236-242. 2005.

BASTOS, P. S. dos S. **Flexão normal simples – vigas.** Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2015.

BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos,** 2004. 151p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) –Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rio de Janeiro. 2004.

CALADO, V. MONTGOMERY, D. C. **Experimentos usando o Statistica**. Rio de Janeiro: e-papers, 2003.

CAMP, C.V. PEZESHK, S. HANSSON, H. **Flexural design of reinforced concrete frames using genetic algorithm**. Journal of Structural Engineering. p. 105-115. Jan. 2003.

CARVALHO, G. C. G. **Otimização de seções caixão de concreto armado e protendido pelo método dos algoritmos genéticos**. 2014. 126p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rio de Janeiro. 2014.

CARVALHO, R. C. FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4.ed. São Carlos: EdUFScar, 2015.

CASTILHO, V. C. de. **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendido mediante algoritmos genéticos**. 2003. 181p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo – São Paulo. 2003.

CHAKRABARTY, B. K. **Models for optimal design of reinforced concrete beams**. Computers & Structures, v.42, n.3, p.441-451. 1992.

COELLO, C. C. HERNÁNDEZ, F. S. FARRERA, F. A. **Optimal design of reinforced concrete beams using genetic algorithms**. Expert Systems With Applications, v.12, n. 1, p.101-108. 1997.

CONN, A. R., GOULD, N. I. M. TOINT, P. L. **A Globally Convergent Augmented Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds**. Mathematics of Computation, v.66, n.217, p.261–288. 1997.

DEB, K. **An efficient constraint handling method for genetic algorithms.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.186, p.311–338. 2000.

FERREIRA, F. M. G. **Otimização de sistema de ancoragem equivalente em profundidade truncada.** 2016. 125p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologias e Geociências - Universidade Federal de Pernambuco – Recife. 2016.

FORTI, T. SOUZA, M. G. Q. REQUENA, J. A. V. **Desenvolvimento de um algoritmo genético para otimização de grandes estruturas de aço para coberturas.** XXX CILAMCE - Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia 2009, Rio de Janeiro. p.1-18.

GUERRA, C. **Otimização paramétrica de estruturas treliçadas por algoritmos genéticos.** 2008. 111p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre. 2008.

GOVINDARAJ, V. RAMASAMY, J.V. **Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using Genetic Algorithms.** Computers & Structures. v. 84. p. 34-48. 2005.

HAFTKA, R. GÜRDAL, Z. **Elements of structural optimization.** 3 ed. Holland: Kluwer Academic Publishers, 1991. 481p.

HIBBELER, R.C. **Resistência dos materiais.** 5 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2014. 670p.

INTITUTO BRASILEIRO DE CONCRETO. **ABNT NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de Aplicação.** 1 ed. IBRACON, 2015. 480p.

KICINGER, R. ARCISZEWSKI, T. JONG, K. D. **Evolutionary computation and structural design: a survey of the state of the art.** Computers & Structures. v. 83. p. 1943-1978. 2005.

KANAGASUNDARAM, S. KARIHALOO, B. L. **Minimun-cost reinforced concrete beams and columns.** Computers & Structures. v. 41. p. 509-518. 1991.

LEPS, M. SEJNOHA, M. **New approach to optimization of reinforced concrete beams.** Computers & Structures. v. 81. p. 1957-1966. 2003.

LIMA, M. L. R. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos.** 2011. 113p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo – São Paulo. 2011.

MCCORMAC, J. C. **Design of reinforced concrete**, 4 ed., Addison–Wesley Longman, Menlo Park, Calif, 1998.

MATOUS, K. LEPS, M. SEJNOHA, M. **Applying genetic algorithms to selected topics commonly encountered in engineering practice.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.190, p.1629-1650. 2000.

MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas – Conceitos e Métodos Básicos.** Rio de Janeiro: Campus, 2011. 536p.

NIST/SEMATECH. **e-Handbook of Statistical Methods**, Disponível em: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>. Acesso em 6 de junho de 2016.

PERERA, R. VIQUE, J. **Strut-and-tie modelling of reinforced concrete beams using genetic algorithms optimization.** Construction and Building Material, v.23, p.2914-2925. 2009.

PIRES, S. de L. **Otimização por algoritmos genéticos de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua**. 2014. 167p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo - Universidade Estadual de Campinas – Campinas. 2014.

PIZZIRANI, F. **Otimização topológica de estruturas utilizando algoritmos genéticos**. 2003. 104p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas – Campinas. 2003.

SILVA, A.B.C.e. FALCÓN, G.A.S. GARCIA, S.L.G. **Dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seção T**. Associação Argentina de Mecânica Computacional. vol. XXIX. p.9217-9230. nov. 2010.

SHAHNEWAZ, M. et al. **Optimized shear design equation for slender concrete beams reinforced with FRP bars and stirrups using genetic algorithm and reliability analysis**. Engineering Structures, v.107, p.151-165. 2016.

SIAS, F. M. ALVES, E. C. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado**. Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v.9, n. 9, p.16-31. 2014.

SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. **Custos de composição sintético**. Recife: SINAPI, jul. 2016.

SOARES, R. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado – Aplicação e Pavimentos**. 1997. 145p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de São Carlos, Universidade de São Carlos – São Carlos. 1997.

SOUZA, R.P. **Otimização de treliças com restrições de falha combinando técnicas de programação de algoritmos contínuos e discretos.** 2009. 77p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009.

TELES, M. L. GOMES, H. M. **Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia.** Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 15, p. 29-39, abr. 2010.

TELFORD, J. K. **A brief introduction to Design of Experiments.** Johns Hopkins Apl Technical Digest. v. 27, n.3, p. 224-232. 2007.

VAKIL-BAGHMISHEH, M. et al. **Crack detection in beam-like structures using genetic algorithms.** Applied Soft Computing, v. 8, p. 1150-1160, 2008.

YOUSIF, S. NAJEM, R. **Optimum cost design of reinforced concrete beams using genetic algorithms.** The Iraqui Journal for Mechanical and Material Engineering, v. 12, n. 4, 2012.

APÊNDICES

Apêndice A – Mapa conceitual dos parâmetros do *solver* ALGA



Apêndice B – Parâmetros alterados no solver ALGA para calibração do programa

RELATÓRIO DE MUDANÇAS DOS PARÂMETROS DO SOLVER ALGA NO MATLAB - (Variáveis = d, bw, As, As' e estribos)										
PESO PRÓPRIO VARIANDO, ÁREA DE AÇO PELA FÓRMULA, fck 20-90, ÁREA DE FORMAS INCLUÍDA, CAA, CÁLCULO DOS ESTRIBOS E DA FLECHA										
Nº	OPÇÃO	PARÂMETRO	X1 (cm) - d	X2 (cm) - bw	X3 (cm²) - As	X4 (cm²) - Asd	X4 (un) Estribo	Comp. Estribo	FO (R\$)	TEMPO (s)
1	Default do MATLAB	Nenhum	41.6668	12.0001	2.5269	-	16,0000	101.3338	832.29	19.0030
2	TolCon	1.00E-07	39.9888	12.3317	2.6469	-	18.0000	98.6410	821.98	274.3277
3	PopulationSize	50 (Default)	41.6668	12.0001	2.5269	-	16.0000	101.3338	832.29	19.0030
		100	41.6668	12.0000	2.5269	-	16.0000	101.3337	832.29	23.1788
		500	31.3560	23.3514	3.4953	-	22.0000	103.4149	865.37	287.5357
		1000	32.7610	14.5406	3.3343	-	21.0000	88.6062	778.55	545.7752
		5000	36.6667	12.0000	2.9361	-	18,0000	91.3333	782.92	1,045.7611
		10000	40.0000	12.0000	2.6474	-	17.0000	98.0000	815.98	2,554.3766
4	InitialPenalty	10 (Default)	32.7610	14.5406	3.3343	-	21.0000	88.6062	778.55	545.7752
		1	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	120.2477
		2	36.6667	12.0000	2.9361	-	18.0000	91.3334	782.92	138.5301
		9	-	-	-	-	-	-	-	-
5	MigrationDirection	forward (Default)	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	120.2477
		both	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	121.5422
6	MigrationFraction	0,2 (Default)	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	121.2477
		0.5	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	123.6380
		0.8	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	127.5869
7	MigrationInterval	20 (default)	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	120.2477
		10	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	140.0216
		50	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	138.4127
		80	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	143.5871
8	PenaltyFactor	100 (default)	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0000	768.62	120.2477
		60	33.3333	12.0000	3.3170	-	20.0000	84.6667	755.41	167.2290
		150	33.3334	12.0000	3.3170	-	20.0000	84.6668	755.41	182.1414
9	CreationFcn	gacreationuniform (Default)	33.3333	12.0000	3.3170	-	20.0000	84.6667	755.41	167.2290
		gacreationlinearfeasible	33.3334	12.0000	3.3170	-	20.0000	84.6668	755.41	177.2873
		gacreationnonlinearfeasible	31.6667	12.0000	3.5602	-	21.0000	81.3334	743.68	195.7408
10	SelectionFcn	selectionstochunif (Default)	31.6667	12.0000	3.5602	-	21.0000	81.3334	743.68	195.7408
		selectionremainder	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0002	768.62	160.5603
		selectionuniform	36.6667	12.0000	2.9361	-	18.0000	91.3334	782.92	304.1713
		selectionroulette	40.0000	12.0000	2.6474	-	17.0000	98.0002	815.98	182.6887
		selectiontournament,2	36.6667	12.0000	2.9361	-	18.0000	91.3334	782.92	254.6054
11	EliteCount	ceil(.05*popsize)(Default)	31.6667	12.0000	3.5602	-	21.0000	81.3334	743.68	195.7408
		5	40.0000	12.0000	2.6474	-	17.0000	98.0000	815.98	167.8967
11	EliteCount	1	33.3334	12.0000	3.3170	-	20.0000	84.6667	755.41	240.2276
		15	36.6667	12.0000	2.9361	-	18.0000	91.3334	782.92	209.1773

12	CrossoverFraction	0,80 (Default)	31.6667	12.0000	3.5602	-	21.0000	81.3334	743.68	195.7408
		0.5	40.0000	12.0000	2.6474	-	17.0000	98.0001	815.98	179.9123
		0.9	35.0000	12.0000	3.1121	-	19.0000	88.0007	768.62	231.1364
		0.3	40.0000	12.0000	2.6474	-	17.0000	98.0002	815.98	172.7176
13	CrossoverFcn	crossoversscattered (Default)	31.6667	12.0000	3.5602	--	21.0000	81.3334	743.68	195.7408
		crossoversinglepoint	-	-	-	-	-	-	-	-
		crossovertwoendpoint	36.6667	12.0000	2.9361	-	18.0000	91.3335	782.92	211.6079
		crossoverintermediate	36.6695	12.0036	2.9358	-	18.0000	91.3463	782.99	183.0253
		crossoverheuristic ,0.8	40.0002	12.0000	2.6474	-	17.0000	98.0004	815.98	157.8492
		crossoverarithmetic	35.0003	12.0098	3.1119	-	18.0000	88.0201	766.76	197.1271
		Parâmetros Usados no programa								