



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL**

JESSYCA PRISCYLLA DE ALMEIDA NUNES

**OTIMIZAÇÃO DE LAJES NERVURADAS DE
CONCRETO ARMADO, UTILIZANDO
ALGORITMO GENÉTICO**

Caruaru, 2018

JESSYCA PRISCYLLA DE ALMEIDA NUNES

OTIMIZAÇÃO DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO ARMADO, UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental-PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste - CAA, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientadora: Profa. Dra. Giuliana F. F. Bono

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Bono

Caruaru, 2018

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva CRB/4 - 1223

N972o Nunes, Jessyca Priscylla de Almeida.
Otimização de lajes nervuradas de concreto armado, utilizando algoritmo genético. /
Jessyca Priscylla de Almeida Nunes. – 2018.
131 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Giuliana F. F. Bono.

Coorientador: Gustavo Bono.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2018.

Inclui Referências.

1. Lajes. 2. Concreto armado. 3. Otimização estrutural (Brasil). 4. Algoritmos genéticos. I. Bono, Giuliana F. F. (Orientadora). II. Bono, Gustavo (Coorientador). III. Título.

620 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2018-027)

JESSYCA PRISCYLLA DE ALMEIDA NUNES

**OTIMIZAÇÃO DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO
ARMADO, UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental-PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste - CAA, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Aprovado em: 25/01/2018.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Giuliana F. F. Bono (Orientadora)

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Alessandro Romário Echevarria Antunes (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Profa. Dra. Vanessa Fátima Pasa Dutra (Examinadora Externa)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela confiança de me conceber este desafio e por acreditar que eu seria capaz de realizá-lo. Por estar sempre ao meu lado nos momentos mais difíceis, e por não me permitir desistir. Sempre me fortalecendo e me guiando pelos caminhos que traçou para mim.

Agradeço a minha mãe, Maria Goretti, mulher batalhadora que fez quem eu sou hoje. Por me ensinar que para conquistar vitórias é preciso ser perseverante e ter disciplina, andar por caminhos sinceros, éticos e honestos com a cabeça erguida. Agradeço ao meu pai, José Eriberto, por todo seu amor e carinho a mim dedicado. A todos os meus familiares, que sempre demonstraram carinho, atenção e que sempre me incentivaram.

Ao meu esposo, Thomas, pelo apoio em quaisquer circunstância, por nunca me deixar desistir, por desempenhar as minhas funções em momentos cruciais para que a nossa vida e nossa casa não se tornassem um caos, por seu amor, carinho, compreensão, orgulho e admiração que são as minhas motivações para ir além. Além deste trabalho, dedico todo meu amor a você.

À minha Orientadora Profa. Dra. Giuliana Bono e ao meu Coorientador Prof. Dr. Gustavo Bono, pela confiança, paciência, disponibilidade de tempo e orientação deste trabalho, assim como pelos conhecimentos a mim transmitidos ao longo deste curso. Sinto-me honrada por ter tido a oportunidade de trabalhar com eles.

A todos os professores, pelos ensinamentos e conhecimentos passados em sala de aula. Minha eterna admiração.

À Universidade Federal de Pernambuco, em especial ao Centro Acadêmico do Agreste, por ter me concedido a oportunidade de cursar e concluir a pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental.

RESUMO

Diante do desenvolvimento da construção civil e do aumento da concorrência entre as empresas deste setor, faz-se necessário oferecer alternativas estruturais e construtivas que permitam maior eficiência e redução de custos. De modo geral, o dimensionamento convencional das estruturas de concreto armado é um processo iterativo e baseia-se em regras práticas, fundamentado na experiência e intuição do projetista, tornando esse processo exaustivo e apenas eventualmente pode levar à melhor solução estrutural. Nesse contexto, este trabalho teve como objetivo principal desenvolver e implementar um programa computacional para o dimensionamento otimizado de lajes nervuradas, que atenda à máxima funcionalidade e segurança com o mínimo custo, seguindo as prescrições normativas da ABNT NBR 6118 (2014). O algoritmo de otimização foi implementado utilizando o toolbox de Algoritmos Genéticos do MATLAB. Para validar o programa de otimização foram comparados os resultados do dimensionamento feito no programa com os resultados de lajes nervuradas existentes na literatura e com um exemplo executado no CYPECAD. Para analisar a influência das variáveis de projeto consideradas no processo de otimização, foi feito um estudo estatístico através do método Design of Experiments (DOE). Também foi realizado um estudo paramétrico, variando os comprimentos dos vãos dos painéis de lajes (quadradas e retangulares) com diferentes resistências característica à compressão do concreto (f_{ck}), a fim de analisar o comportamento do custo dos materiais (concreto e aço) e das variáveis de projeto. Com base em todos os resultados obtidos, pode-se concluir que a utilização de ferramentas de otimização permite a obtenção de soluções mais econômicas. O método dos Algoritmos Genéticos apresentou um bom desempenho na otimização e pode-se destacar como pontos positivos: a facilidade de implementação, a flexibilidade em tratar problemas com diversas restrições, funcionando como uma ferramenta que auxilia o engenheiro em sua tomada de decisões.

Palavras-chave: Lajes nervuradas. Concreto armado. Otimização estrutural. Algoritmo genético.

ABSTRACT

In view of the development of civil construction and increased competition between the companies in this sector, it is necessary to offer structural and constructive alternatives that allow greater efficiency and cost reduction. In general, the conventional measuring of reinforced concrete structures is an interactive process and is based on practical rules, motivated by in the experience and intuition of the designer, becoming this process exhausting and only eventually can take to a structural solution. In this context, this work had as main objective develop and implement a computational program for the optimized dimensioning of ribbed slabs, which attend maximum functionality and safety with the minimum cost, following the normative prescriptions of ABNT NBR 6118 (2014). The algorithm of optimization was implemented using the genetic algorithm toolbox of MATLAB. In order to validate the optimization program, was compared the results of dimensioning made in the program with the results of the ribbed slabs in the literature and with na executed exemplo in CYPECAD. To analyze the influence of the project variables considered in the optimization process, was made an estastistical study through the Design of Experiments (DOE) method. It was also realized a parametric study, varying wavelengths of the slab panels (square and rectangular) with different resistance to concrete compression (f_{ck}), in order to analyze the cost behavior of the materials (concrete and steel) and the Project variables. Based on all the results obtained, can be concluded that using the optimization tools allow to obtain more economical solutions. The genetic algorithm method presented a good optimization performance and can be highlighted as positive points: implementation facility, the flexibility in dealing with problems with several restrictions, working as a tool que helps the user in its desicion.

Keywords: Slabs ribbed. Reinforced concrete. Structural optimization. Genetic algorithm.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Linha do tempo dos trabalhos envolvendo a utilização de Algoritmos Genéticos na otimização	21
Figura 2 -	Diferença de uma laje maciça para laje nervurada	30
Figura 3 -	Dimensões consideradas no cálculo dos vãos efetivos das lajes	33
Figura 4 -	Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas	36
Figura 5 -	Largura de mesa colaborante	39
Figura 6 -	Seção transversal de uma laje nervurada	41
Figura 7 -	Seção T com a linha neutra passando na mesa	45
Figura 8 -	Decomposição da seção T com armadura simples	47
Figura 9 -	Seção transversal “T” considerada no estágio I, sem armadura	54
Figura 10 -	Diferenças entre otimização de dimensões (a e b), otimização de forma (c e d) e otimização topológica (e e f)	60
Fluxograma 1-	Fluxograma de um algoritmo genético	64
Figura 11 -	Gráfico dos Efeitos principais do Planejamento Fatorial 2k	71
Figura 12 -	Gráfico dos Efeitos de Interação Para o Planejamento Fatorial 2k	72
Fluxograma 2-	Etapas desenvolvidas na pesquisa	73
Figura 13	Configuração da função ga do Matlab	74
Figura 14	(a) Seção transversal da laje nervurada e (b) Planta da laje nervurada	75
Figura 15 -	Painel de Laje nervurada	78
Figura 16 -	Seção transversal da laje nervurada	78

Figura 17 -	Saída de dados com os resultados obtidos em um determinado análise	81
Figura 18 -	Exemplo de laje nervurada unidirecional: planta de fôrmas (cotas em centímetros)	87
Figura 19 -	Exemplo de laje nervurada unidirecional: seção transversal (cotas em centímetros)	88
Figura 20 -	Exemplo de laje nervurada bidirecional: planta de fôrmas	90
Figura 21 -	Exemplo de laje nervurada bidirecional: seção transversal	91
Figura 22 -	Laje nervurada reproduzida no CYPECAD: planta de fôrmas	94
Figura 23 -	Laje nervurada reproduzida no CYPECAD: imagem 3D	94
Figura 24 -	Dados da seção transversal da laje utilizada como exemplo	95
Gráfico 1 -	Gráfico de pareto dos efeitos com todas as combinações gerado no Minitab 18	98
Gráfico 2 -	Gráfico de pareto dos efeitos com os termos até 3 ordem, gerado pelo Minitab 18	99
Gráfico 3 -	Gráfico normal dos efeitos, gerado pelo Minitab 18	100
Gráfico 4 -	Gráfico de efeitos principais para custo, gerado pelo Minitab 18	101
Gráfico 5 -	Gráfico de efeitos de interação entre os fatores na função custo, gerado pelo Minitab 18	103
Gráfico 6 -	Gráfico de efeitos de interação entre h e e_x na função custo, gerado pelo Minitab 18	104
Gráfico 7 -	Gráfico de efeitos de interação entre h_f e e_y na função custo, gerado pelo Minitab 18	105
Gráfico 8 -	Gráfico de contorno de custo, gerado pelo Minitab 18	106

Gráfico 9 -	Gráfico de cubo para custo, gerado pelo Minitab 18	107
Gráfico 10 -	Gráfico de superfície do custo total de duas nervuras dos painéis de lajes para $\lambda=1$	112
Gráfico 11 -	Gráfico de superfície da área de aço para os painéis de lajes com $\lambda =2$	115
Gráfico 12 -	Gráfico de superfície da altura total h para os painéis de lajes com $\lambda =2$	116
Gráfico 13 -	Gráfico de superfície do custo total de duas nervuras dos painéis de lajes para $\lambda =2$	117
Gráfico 14 -	Gráfico de superfície da área de aço na direção X para as lajes de $\lambda =3$	120
Gráfico 15 -	Gráfico de superfície da altura total para as lajes com $\lambda =3$	121
Gráfico 16 -	Gráfico de superfície do momento fletor em X para as lajes de $\lambda=3$	121
Gráfico 17 -	Gráfico de superfície do custo total das lajes com $\lambda =3$.	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Preços do concreto de acordo com a classe de resistência	78
Tabela 2 -	Restrições utilizadas na otimização	80
Tabela 3 -	Tabela resumo do experimento fatorial completo	83
Tabela 4 -	Níveis utilizados no DOE	83
Tabela 5 -	Matriz de Planejamento	84
Tabela 6 -	Dados de entrada para análise com o DOE	85
Tabela 7 -	Dimensões (em metros) dos vãos das lajes quadradas e retangulares	86
Tabela 8 -	Cargas, propriedades mecânicas e geométricas consideradas no exemplo de lajes nervuradas unidirecionais	88
Tabela 9 -	Comparação entre os resultados obtidos por Carvalho (2009) e pelo programa implementado neste trabalho	89
Tabela 10 -	Cargas, propriedades mecânicas e geométricas consideradas no exemplo de lajes nervuradas bidirecionais	91
Tabela 11 -	Comparação entre os resultados obtidos por Giongo (2007) e pelo programa implementado neste trabalho	92
Tabela 12 -	Dados de entrada considerados no exemplo de lajes nervuradas reproduzida no CYPECAD	95
Tabela 13 -	Comparação entre os resultados do CYPECAD (2017) e do programa implementado nesta pesquisa	96
Tabela 14 -	Tabela com efeitos	101
Tabela 15 -	Gráfico de análise de variância	108
Tabela 16 -	Dimensões dos vãos das lajes nervuradas analisadas (medidas em m)	109
Tabela 17 -	Dados utilizados no estudo paramétrico com os painéis de lajes	110

Tabela 18 - Resultados da otimização do painel de laje (3x3m)	111
Tabela 19 - Resultados da otimização do painel de laje (4x4m)	111
Tabela 20 - Resultados da otimização do painel de laje (5x5m)	112
Tabela 21 - Resultados da otimização do painel de laje (3x6m)	113
Tabela 22 - Resultados da otimização do painel de laje (4x8m)	114
Tabela 23 - Resultados da otimização do painel de laje (5x10m)	115
Tabela 24 - Resultados da otimização do painel de laje (3x9m)	118
Tabela 25 - Resultados da otimização do painel de laje (4x12m)	119
Tabela 26 - Resultados da otimização do painel de laje (5x15m)	119

LISTA DE SIMBOLOS

A_c – Área (seção geométrica);

a_i – Flecha imediata;

A_s – Área total da seção transversal das barras de aço;

A'_s – Área das barras das armaduras comprimidas;

A_{s1} – Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, com $l_{b,nec}$ definido no item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118 (2014);

A_{wlim} – Área da parcela da nervura comprimida que colabora para resistir ao momento fletor solicitante de cálculo;

A_f – Área da mesa da seção transversal T;

b_2 – Distância entre as faces das nervuras fictícias adjacentes;

b_4 – Distância entre as faces das nervuras fictícias até o final da seção;

b_f – Largura colaborante da mesa referente a seção transversal T;

b_w – Largura real da nervura referente a seção transversal T;

C_c – Preço do concreto por metro cúbico;

c_{nom} – Cobrimento nominal utilizado para revestir as armaduras das lajes;

C_{s50} – Preço do aço CA 50 por quilograma;

d'_2 – Distância entre o centro de gravidade da armadura comprimida até a fibra mais comprimida da seção transversal T;

e_0 – Distância entre faces de duas nervuras adjacentes;

e_{0x} – Comprimento equivalente ao enchimento na direção x;

e_{0y} – Comprimento equivalente ao enchimento na direção y;

E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto;

E_s – Módulo de elasticidade longitudinal do aço;

e_x – Distância entre os eixos de nervuras na direção x;

e_y – Distância entre os eixos de nervuras na direção y;

f_{cd} – Resistência de cálculo do concreto;

f_{ck} – Resistência característica à compressão do concreto;

f_{ct} – Resistência à tração direta do concreto, conforme o item 8.2.5 da ABNT NBR 6118 (2014);

f_{ctd} – Resistência à tração de cálculo do concreto;

f_{ctksup} – Resistência característica superior do concreto à tração;

f_{yd} – À tensão de escoamento de cálculo do aço;

g_{enc} – Peso próprio do material de enchimento;

g_{pp} – Peso próprio da laje nervurada;

h_{ench} – Altura equivalente ao enchimento;

h_f – Altura da mesa da seção transversal T;

I_c – Momento de inércia da seção bruta de concreto.

l_0 – Distância entre faces internas de dois apoios consecutivos;

l_{ef} – Vão efetivo da laje;

l_x – Comprimento do menor vão da laje;

l_y – Comprimento do maior vão da laje;

M_d – Momento solicitante de calculo;

$M_{d.lim}$ – Momento resistente limite para seção transversal T;

M_{df} – Momento fletor resistente da mesa da seção transversal T;

M_r – Momento de fissuração do elemento estrutural;

M_x – Momentos fletores máximos na direção do menor vão l_x ;

M_y – Momentos fletores máximos na direção do maior vão l_y ;

p – Carga distribuída atuante de cálculo considerando a combinação última normal;

$R_{cc_{lim}}$ – Força resultante das tensões normais de compressão no concreto na situação resistente limite;

R_{sd} – Força resultante de resistência à tração da armadura longitudinal tracionada;

R_{sd}' – Força resultante de resistência à tração da armadura longitudinal comprimida;

t_0 – idade, relativa à data de aplicação da carga de longa duração;

t_1, t_2 – Espessuras dos apoios paralelas ao vão analisado;

V_{Rd1} – Força cortante resistente de cálculo;

V_{sd} – Força cortante solicitante de cálculo;

V_x – Esforço cortante máximos na direção do menor vão l_x ;

V_y – Esforço cortante máximos na direção do maior vão l_y ;

W_0 – Módulo de resistência da seção transversal relativo à fibra mais tracionada;

(x, y) – Sistema de eixos coordenados;

X_{II} – Posição da linha neutra no Estádio II;

X_{lim} – Posição da linha neutra utilizada para o cálculo do momento fletor resistente;

y_c – Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

y_t – Distância do centro de gravidade da seção transversal à fibra mais tracionada;

z_f – Distância do centro geométrico da mesa até o centro geométrico da armadura tracionada da laje;

z_{wlim} – Distância do centro geométrico da nervura até o centro geométrico da armadura tracionada;

α_e – Representa a relação entre os módulos de elasticidade longitudinal do aço e do concreto;

γ_c – Coeficiente de ponderação da resistência do concreto ($\gamma_c = 1,4$);

γ_{conc} – Peso específico do concreto armado (kN/m^3) igual a $25 kN/m^3$;

γ_{enc} – Peso específico do material de enchimento;

γ_s – Peso específico do aço;

μ_x e μ_y – Coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

v_x e v_y – Coeficientes para cálculo das reações nos apoios, perpendiculares à direção de l_x e l_y , respectivamente;

ρ_{\min} – Taxa geométrica de armadura longitudinal mínima;

ρ_s – Taxa geométrica de armadura passiva aderente;

τ_{Rd} – Tensão de cisalhamento resistente de cálculo do concreto;

a_{cfl} – Contraflecha;

a_{lim1} – Valor máximo do deslocamento para aceitabilidade visual;

a_{lim2} – Valor máximo do deslocamento para aceitabilidade de vibrações indesejáveis;

a_t – Flecha total;

d – Altura útil, correspondendo a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a fibra mais comprimida da seção transversal T;

D – Modulo de rigidez à flexão da placa;

$E I$ – Rigidez à flexão da laje calculada de acordo com o Estádio I ou II;

e – Distância entre os eixos de duas nervuras adjacentes;

exitflag – Critério de parada do problema;

f – Função objetivo (custo linear);

FObjetivo – Função objetivo ou de fitness;

Fval – Valor da função objetivo;

h – Altura total da seção transversal da laje nervurada;

lb – Vetor dos valores limites;

Nvars – Quantidade de variáveis a serem otimizadas;

Options – Opções de otimização;

Output – Uma estrutura que contém o resultado de cada geração e outras informações sobre o desempenho do algoritmo;

p – Carga unitária uniformemente distribuída na área da placa;

rest – Restrições impostas no problema;

t – Tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

w – Deformada elástica da placa;

α – Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

ξ – Coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da ABNT NBR 6118 (2014);

ρ – Taxa geométrica da armadura longitudinal comprimida;

ϕ – Diâmetro das armaduras longitudinais consideradas no dimensionamento à flexão;

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Objetivos	20
1.1.1	<i>Objetivo Geral</i>	20
1.1.2	<i>Objetivos Específicos</i>	20
1.2	Contextualização Histórica	21
1.3	Estrutura da Dissertação	27
2	LAJES NERVURADAS	29
2.1	Vantagens e Desvantagens das Lajes Nervuradas Moldadas no Local	31
2.2	Classificação das Lajes Quanto à Direção das Armaduras Principais	32
2.3	Vinculações das Lajes Nervuradas de Concreto Armado	33
2.4	Ações Atuantes nas Lajes Nervuradas	34
2.5	Esforços Solicitantes nas Lajes Nervuradas	35
2.6	Parâmetros Relevantes para o Dimensionamento de Lajes Nervuradas	37
2.6.1	<i>Agressividade Ambiental (CAA)</i>	37
2.6.2	<i>Largura Colaborante da Laje</i>	38
2.6.3	<i>Altura Útil</i>	39
2.7	Prescrições Normativas para Lajes Nervuradas de Concreto Armado	40
2.8	Verificações Necessárias para o Projeto de Lajes Nervuradas	41
2.8.1	<i>Dimensionamento à Flexão de Seções Transversais T: Armadura Simples</i>	43
2.8.2	<i>Dimensionamento à Flexão de Seções Transversais T: Armadura Dupla</i>	48

2.8.3	<i>Valores Limites para as Armaduras Longitudinais</i>	49
2.8.4	<i>Verificação de Cisalhamento</i>	51
2.8.5	<i>Verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas</i>	52
3	OTIMIZAÇÃO	59
3.1	Algoritmos Genéticos	62
4	PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS (DOE)	66
5	METODOLOGIA	73
5.1	Implementação do Programa de Otimização	73
5.2	Validação	82
5.3	Planejamento de Experimentos (DOE)	82
5.4	Estudo Paramétrico	85
6	RESULTADOS E DISCURSÕES	87
6.1	Exemplo de Laje Nervura Unidirecional	87
6.2	Exemplo de Laje Nervura Bidirecional	90
6.3	Exemplo de Laje Nervurada Dimensionada no Cypecad	93
6.4	Resultado do DOE	97
6.4.1	<i>Efeitos Principais e de Interação</i>	97
6.4.2	<i>Análise de Variância</i>	108
6.5	Estudo Paramétrico de Lajes Nervuradas	109
6.5.1	<i>Resultados do Estudo Paramétrico para as Lajes com $\lambda = 1$</i>	110
6.5.2	<i>Resultados do Estudo Paramétrico para as Lajes com $\lambda = 2$</i>	113
6.5.3	<i>Resultados do Estudo Paramétrico para as Lajes com $\lambda = 3$</i>	117
7	CONCLUSÕES	123
	REFERÊNCIAS	127

1 INTRODUÇÃO

Frente ao crescente desenvolvimento tecnológico e com um mercado cada vez mais exigente e competitivo, torna-se necessário buscar métodos construtivos mais econômicos e eficientes. A evolução de métodos construtivos, com a utilização de sistemas industrializados e equipamentos modernos, a qualificação de pessoal, a necessidade de obras econômicas e de mínimo impacto ambiental são alguns fatores que demonstram a necessidade de emprego de técnicas de otimização.

O grande desenvolvimento das tecnologias e métodos numéricos na área da Mecânica Computacional, vem propiciando cada vez mais, melhores condições para analisar estruturas de alta complexidade através de métodos numéricos utilizados para análise e dimensionamento estrutural. O uso dessas ferramentas computacionais proporciona uma ação que fornece resultados em cadeia. Com a utilização de técnicas de otimização, torna-se possível projetar estruturas ou elementos estruturais mais racionalizados, através da redução do material empregado para produção e conseqüentemente do seu custo final. Estas ações possibilitam o aumento da produção, fator importante devido à alta competitividade do mercado.

Projetos com soluções otimizadas têm sempre atraído pesquisadores da área de Engenharia Estrutural. Uma das técnicas de otimização, que vem ganhando grande destaque, é a técnica dos Algoritmos Genéticos (AG), que foi apresentada na década de 70 pelo pesquisador John Holland, da Universidade de Michigan. Holland desenvolveu uma técnica altamente eficiente e robusta, inspirada nos processos de seleção natural e evolução das espécies. Sua aplicação é extremamente vasta, sendo utilizada em problema de diversas áreas como economia, medicina, biologia, engenharia, entre outras.

Nos edifícios de múltiplos pavimentos, as lajes respondem por elevada parcela do consumo de concreto. Por esta razão, torna-se oportuno o estudo aprofundado dos critérios de escolha dos tipos de lajes a serem empregadas, tendo em vista a obtenção de soluções técnicas e economicamente otimizadas. Atualmente, existem diversos sistemas estruturais que empregam lajes de concreto

armado, tais como lajes maciças, nervuradas, protendidas, entre outras. Cada sistema possui suas especificidades de aplicação com vantagens e desvantagens.

Inicialmente, as lajes mais empregadas na construção civil foram as lajes maciças. Posteriormente, surgiram as lajes nervuradas como uma evolução natural da maciça, resultantes da eliminação de parte do concreto tracionado que está localizado abaixo da linha neutra. No Brasil, as lajes nervuradas são muito empregadas na construção civil, uma vez que sua fabricação é simples e não envolve equipamentos caros ou de difícil manutenção. Entre as principais vantagens na sua utilização, destacam-se a facilidade de manuseio e economia de materiais.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um programa computacional para o dimensionamento otimizado de lajes nervuradas moldadas no local, que atenda as restrições normativas impostas pela ABNT NBR 6118 (2014).

1.1.2 Objetivos Específicos

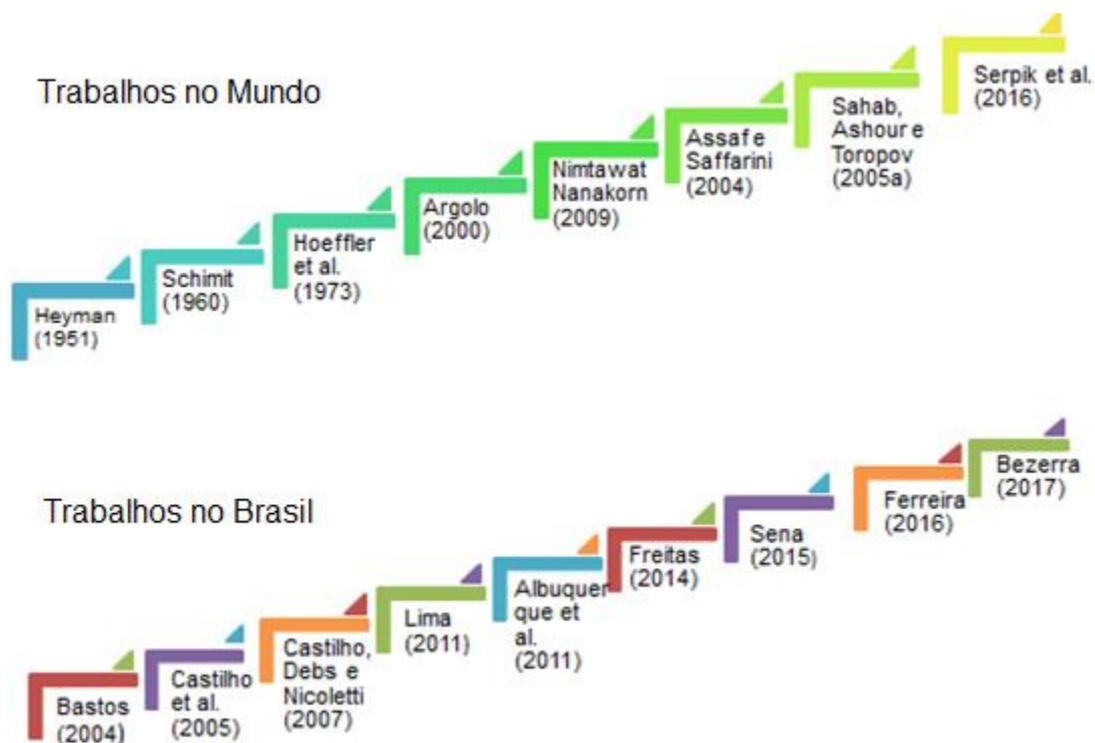
- Implementar um programa computacional para otimização de lajes nervuradas a fim de minimizar o custo com materiais (concreto e aço), utilizando o método dos Algoritmos Genéticos no software MATLAB.
- Validar o programa implementado através da análise de lajes nervuradas de concreto armado unidirecional e bidirecional, existentes na literatura.
- Comprovar a eficiência do programa implementado através de uma análise comparativa com o dimensionamento convencional realizado no programa CYPECAD.
- Utilizar o método estatístico de Planejamento de Experimentos (DOE-*Design Of Experiments*) para identificar a influência dos parâmetros geométricos na elaboração de projetos de lajes nervuradas.
- Realizar um estudo paramétrico variando as dimensões (vãos) dos painéis de lajes quadradas e retangulares com diferentes resistência característica

do concreto a fim de analisar o comportamento do custo dos materiais (concreto e aço) e das variáveis de projeto.

1.2 Contextualização Histórica

Neste tópico é realizada a contextualização histórica da aplicação de métodos de otimização na engenharia estrutural e uma revisão crítica de algumas das principais pesquisas (Figura 1), envolvendo a utilização de Algoritmos Genéticos na otimização de estruturas de concreto armado.

Figura 1 – Linha do tempo dos trabalhos envolvendo a utilização de Algoritmos Genéticos na otimização.



Fonte: A Autora (2018).

Entre os primeiros trabalhos que utilizaram métodos de otimização na engenharia civil destacam-se: o trabalho de Heyman (1951), que utilizou programação linear para minimizar o consumo de material no projeto de vigas e pórticos no regime plástico; o trabalho de Schimit (1960) empregou a programação não linear para minimizar o peso total de projetos estruturais. Desde então, houve um considerável avanço, observado pela quantidade de livros e artigos publicados relacionados ao tema.

A utilização da computação evolutiva na engenharia estrutural começou em meados da década de 70 com o trabalho pioneiro de Hoeffler et al. (1973) que empregou estratégias evolutivas para otimizar treliças.

No levantamento realizado por Kicinger et al. (2005), mostram-se os principais trabalhos publicados até 2004 sobre a aplicação de computação evolutiva na engenharia civil. Observa-se que aproximadamente 80% dos trabalhos utilizaram Algoritmos Genéticos como técnica de otimização, o que demonstra o grande potencial da ferramenta. Deve-se ressaltar que a grande maioria dos trabalhos estudaram elementos de estruturas metálicas. Porém, nos últimos anos, trabalhos envolvendo otimização de concreto armado vem ganhando um interesse considerável.

Entre as pesquisas que envolveram Algoritmo Genético e dimensionamento ótimo, destaca-se Argolo (2000). Neste estudo, otimizou-se seções transversais de concreto armado submetidas à flexocompressão reta, comparando-se o dimensionamento ótimo e o dimensionamento convencional com ábacos de iteração. Argolo também realizou a comparação com outras técnicas de otimização apresentadas na literatura, chegando a uma economia no custo da seção de 7% a 30% em comparação com o dimensionamento convencional e outras técnicas de otimização.

Bastos (2004) desenvolveu um programa computacional para dimensionamento ótimo de seções transversais retangulares em concreto armado submetidas a esforços de flexocompressão oblíqua, buscando obter o menor custo total de materiais. O processo de otimização utilizou o método dos Algoritmos Genéticos. Foram comparados exemplos empregando o dimensionamento ótimo e o cálculo convencional. Para uma seção transversal com dimensões fixas, foi alcançado uma redução no custo de 13%, chegando a 30% quando as dimensões da seção são liberadas para otimização. Observou-se que o custo ótimo da seção é mais influenciado pela parcela relacionada com as fôrmas.

Nimtawat e Nanakorn (2009) apresentaram um esquema automatizado para projetar layouts de vigas usando o método dos algoritmo genético (AG). Foi desenvolvido um novo esquema de codificação para layouts de vigas e o problema de design do layout da viga-laje é formulado como um problema de otimização onde

a função objetivo leva em consideração o melhor posicionamento dos pilares para suportar os esforços. O AG usado neste estudo é derivado do AG clássico, adicionando processos de elitismo e penalidades adaptativas. Os autores concluíram que o AG proposto, juntamente com a técnica de codificação de layout empregada, pode ajudar de forma eficiente a automatizar o design de layouts de lajes e vigas de vários planos.

Lima (2011) desenvolveu um programa de otimização para vigas contínuas de concreto armado, cuja função objetivo era o custo total da viga, constituída pela contribuição dos materiais concreto, aço e fôrmas, sendo que as variáveis de projeto foram a base e a altura, e as áreas de aço da viga. Os resultados da análise em uma viga simplesmente apoiada mostraram uma redução de 3,35% da altura e um aumento da área de armadura entre 10,85% e 16,22% em relação a outros autores. O trabalho também analisou a influência dos parâmetros internos do Algoritmo Genético no resultado final, identificando que o tamanho da população e a taxa de mutação dos indivíduos são os parâmetros mais influentes.

Albuquerque et al. (2011), apresenta uma ferramenta integrada de otimização de projeto de pavimento pré-moldado, denominada DSSPF (Decision Support System for Precast Floors), para estruturas de concreto pré-fabricado utilizando algoritmos genéticos. No trabalho considera-se o impacto de custos em todas as fases de construção, transporte e montagem. A abordagem DSSPF, propõe a automação e a otimização do custo do layout estrutural, tais como o número e as direções das vigas e núcleos ocos, e as posições das colunas, enquanto obedece todas as restrições estruturais, arquitetônicas e de construção. Os resultados do esquema estrutural mostraram que as dimensões e a resistência foram muito coerentes com os desenhos normalmente adotado pelos engenheiros. Isto significa que o DSSPF proposto pode ser uma excelente ferramenta de apoio à decisão para o engenheiro nos estágios iniciais do projeto.

Serpik et al. (2016), criaram um procedimento utilizando algoritmo genético para o design otimizado de estruturas de concreto armado de armações planas fabricadas sem reforço pré-tração. O objetivo da pesquisa foi minimizar o custo de produção do quadro com restrições de resistência, dureza e resistência a fissuras. Foi levado em consideração o comportamento fisicamente não linear do concreto

e da armadura, bem como a possibilidade de formação de fissuras. Na análise consideram-se parâmetros discretos de projeto (tamanho das seções transversais das barras, número e diâmetro dos vergalhões). A eficiência do método proposto foi ilustrada através de um exemplo de otimização de quadro de concreto armado. Os resultados obtidos na análise de um pórtico de concreto armado, mostraram a eficiência do método proposto sendo suficientemente alta a estabilidade e velocidade de convergência do esquema computacional implementado.

Bezerra (2017) utilizou o método dos Algoritmos Genéticos para otimizar vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. O algoritmo implementado no software MATLAB minimiza o consumo de material necessário para a fabricação, sendo consideradas como variáveis de projeto a base da seção, a área de aço longitudinal comprimida e tracionada e quantidade de estribos dos elementos estruturais. Para verificar o grau de influência de cada variável na função objetivo foi empregada a técnica probabilística Design Of Experiment (DOE), sendo identificado que a altura da viga e a área de armadura são as variáveis que tem maior relevância no custo final da viga.

Assaf e Saffarini (2004), discutiram a aplicação de programação orientada a objetos (OOP) para a otimização de lajes de concreto. Conseguiram combinar modelagem, análise estrutural, design de concreto, estimativa de custos e otimização discreta juntamente com dados sobre o custo de sistemas e materiais. Com o programa desenvolvido o usuário obtém os parâmetros ótimos de projeto, topologia de aço, sistema de laje que minimize o custo. Com um estudo de caso concluíram que para ser eficaz na prática de engenharia estrutural, o problema da otimização precisa ser aplicado a um sistema inteiro ao invés de uma seção ou um elemento. O método de Farkas para otimização discreta não linear resultou ser bastante eficaz no tratamento do problema dos sistemas de laje.

Sahab, Ashour e Toropov (2005a), estudaram a otimização de custos de construção de placas planas de concreto armado, usando um procedimento de otimização de três níveis diferentes. No primeiro nível, determina-se o layout ótimo da coluna. No segundo nível, usando um algoritmo de otimização híbrida, foram encontradas as dimensões ótimas das colunas e da espessura da laje para cada layout da coluna. No algoritmo híbrido, emprega-se um algoritmo genético para

uma busca global, seguida de uma forma discreta do método Hooke e Jeeves. No terceiro nível, determina-se o número e o tamanho ótimos das barras de reforço de elementos de concreto armado. Para a função objetivo foi considerado o custo total do edifício, incluindo o custo dos pisos, colunas e fundações. Na pesquisa foram consideradas 11 variáveis de projeto discretas para um piso típico de um prédio de laje plana. As restrições de projeto foram formuladas de acordo com os requisitos do Código de Prática Britânico (BS8110). Os autores concluíram que quanto maior o número de elementos estruturais, maior a economia alcançada usando a otimização numérica.

Castilho et al. (2005), investigaram três famílias das variações da AG que foram propostas para encontrar uma solução para o problema de minimizar os custos de produção de placas de núcleo oco. Em cada família, os elementos diferem um do outro em relação ao esquema de reprodução e a forma como a população é restaurada ao seu tamanho original. O custo total de produção define-se em função das variáveis: espessura da laje, quantidade de aço na seção transversal e a resistência à compressão do concreto. Os resultados apresentados destacam que entre todos os AGs propostos, aqueles agrupados nas famílias MGA (Modified AG) e Torneio tiveram um melhor desempenho. Os resultados mostraram que AGs, podem ser uma alternativa para resolver o problema de minimização de custos de produção de placas de núcleo oco.

Sahab, Ashour e Toropov (2005b), apresentaram um algoritmo de otimização híbrida de dois estágios com base em um algoritmo genético modificado para a análise de projetos de prédios de lajes de concreto armado. Na primeira etapa, emprega-se uma pesquisa global através do espaço de busca de design usando um AG modificada. As modificações propostas no AG básico incluíram mudar dinamicamente o tamanho da população ao longo do processo e o uso de diferentes formas da função de penalidade no tratamento de restrições. No segundo estágio, uma pesquisa local baseada na solução do algoritmo genético foi executada usando uma forma discretizada do método Hooke e Jeeves. A função objetivo é o custo total da estrutura. As variáveis de projeto foram divididas em dois grupos, no primeiro considera-se a dimensão transversal das colunas e da espessura dos pisos, que influenciam a análise estrutural. No segundo grupo

consideraram o tamanho e o número de barras nas secções transversais dos membros. As restrições são definidas de acordo com o padrão britânico BS8110 para estruturas de concreto armado. Através dos exemplos estudados demonstrou-se que o algoritmo híbrido proposto pode melhorar as soluções de algoritmos genéticos, entretanto, à custa de mais avaliações da função. Para obter uma boa solução, o tamanho da população inicial e secundária devem ser suficientemente grande para fornecer um número adequado de avaliações de função antes de GA convergir para a solução otimizada.

Castilho, Debs e Nicoletti (2007) estudaram a otimização de painéis alveolares e vigotas protendidas, tendo como objetivo a minimização da função custo, através do emprego de Algoritmos Genéticos. O trabalho identifica e descreve os vários custos envolvidos na produção, analisando várias estratégias de seleção e diversos tipos de cruzamento e utilizando a representação real e a binária. Os resultados demonstraram que um método baseado em AG é uma abordagem viável e eficaz para resolver o problema do custo, principalmente quando há pouca informação sobre o espaço de soluções.

Freitas (2014) aplicou técnicas de otimização para o dimensionamento de lajes alveolares e vigas com cabo reto pré-moldadas e protendidas, considerando o cálculo tanto das perdas imediatas quanto das dependentes ao longo tempo. O objetivo do trabalho foi obter as dimensões ótimas da altura do painel, o número de cabos, os diâmetros dos alvéolos e dos cabos. No estudo, consideram-se as verificações dos estados limites últimos (ELU), estados limites de serviço (ELS) e restrições construtivas. O algoritmo desenvolvido permitiu a obtenção das dimensões ótimas das estruturas em um tempo curto, se comparado a uma análise convencional de projeto.

Sena (2015) analisa um modelo de pavimentos em concreto pré-moldado (CPM), onde se otimiza o sistema estrutural (tipo de laje), a configuração estrutural (posicionamento dos componentes) e seus componentes (dimensões e detalhamento), baseando-se em restrições normativas e arquitetônicas. Para as lajes são admitidos dois sistemas, alveolar e Pi (Duplo T), e para as vigas a T invertida. A função objetivo que foi utilizada minimiza o custo advindo das fases de fabricação, transporte e montagem. Por se tratar de um problema de natureza

discreta, foi utilizado o método dos Algoritmos Genéticos e para comparação e validação usou-se o método de Enxame de Partículas (PSO), onde em todas as aplicações obtiveram as mesmas soluções em ambos os algoritmos. Na grande maioria das soluções encontradas, os melhores projetos posicionaram as vigas na direção do menor vão do pavimento. Esta tendência diminui o número total de vigas. E ainda, as lajes sempre possuem vãos maiores ou iguais do que os das vigas. Estas tendências observadas nas soluções ótimas podem fornecer indicações práticas para elaboração de projetos.

Ferreira (2016) apresentou um estudo de lajes unidirecionais formadas por vigotas treliçadas pré-moldadas com e sem protensão. O objetivo do trabalho foi comparar o desempenho para cada solução estrutural, levando-se em conta o uso ou não da protensão. Para os dimensionamentos das lajes desenvolveu-se uma rotina em planilha eletrônica que permitia otimizar alguns parâmetros para o dimensionamento, tais como: carregamento, comprimento entre eixos, resistência característica do concreto, área de aço e força de protensão. O autor concluiu que com o uso das vigotas treliçadas protendidas, para vãos de 6 a 9 m, consegue-se uma redução média do peso da laje em torno de 21%, comparado às vigotas não protendidas. Para as condições analisadas, o vão máximo para o dimensionamento de vigotas sem protensão é de 9 m, enquanto que com o uso da vigota protendida o limite é de 15 m.

1.3 Estrutura da Dissertação

Além do presente capítulo no qual se apresentam a justificativa, os objetivos e a revisão bibliográfica, este trabalho está composto por mais sete capítulos.

No capítulo 2, apresenta-se a fundamentação teórica de lajes nervuradas que dará suporte para realização do trabalho. No capítulo 3, mostra-se o método de otimização com Algoritmos Genéticos, explicitando suas características, vantagens e desvantagens.

No capítulo 4 são apresentados os conceitos de Planejamento de Experimentos (DOE). No capítulo 5, apresenta-se a metodologia utilizada no trabalho, descrevendo a formulação do problema de otimização-

No capítulo 6, mostram-se as validações realizadas com exemplos da literatura e a análise comparativa feita com os resultados obtidos no CYPECAD. Também são apresentados os resultados obtidos no DOE e as análises paramétricas realizadas com diferentes painéis de lajes.

No capítulo 7, realizam-se as discussões e considerações finais sobre os resultados obtidos e apresentam-se sugestões para trabalhos futuros. Finalmente, apresentam-se as referências bibliográficas utilizadas em todo o desenvolvimento do trabalho.

2 LAJES NERVURADAS

As lajes são consideradas como elementos estruturais planos bidimensionais, onde duas das dimensões são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a terceira dimensão (espessura). Segundo o item 14.4.2.1 da ABNT NBR 6118 (2014), as lajes são elementos de superfície plana (placas), sujeitos principalmente a ações normais ao seu plano.

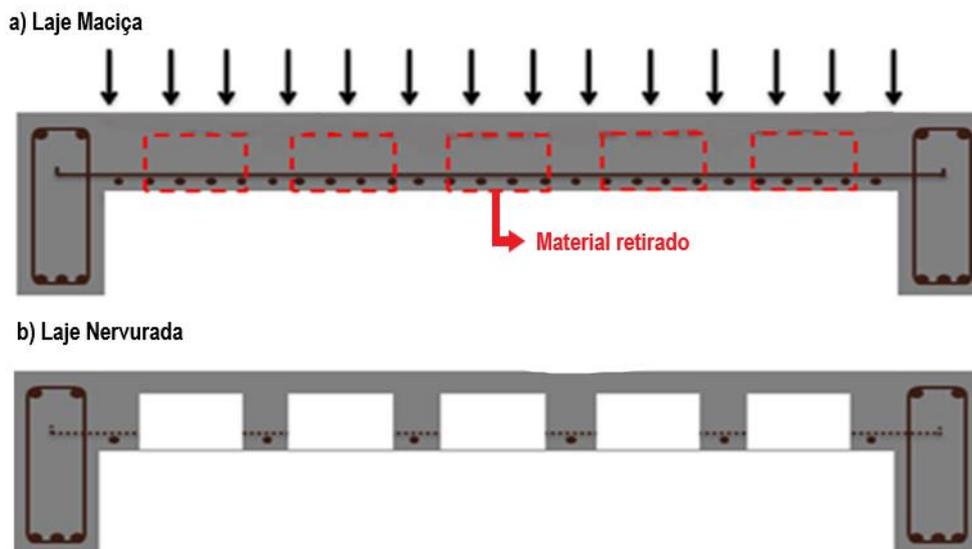
Os pisos das edificações podem ser executados com diferentes tipos de lajes, como as lajes maciças, lajes nervuradas, lajes planas, lajes pré-moldadas, entre outras. A definição do tipo de laje a ser utilizado depende de considerações econômicas e de segurança, sendo uma função do projeto arquitetônico em análise (ARAÚJO, 2010).

A ABNT NBR 6118 (2014) (item 14.7.7) define laje nervurada como “lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

As lajes maciças geralmente apresentam uma pequena região de concreto comprimido e, portanto, uma grande quantidade de concreto, localizado abaixo da linha neutra, está tracionado. Desta maneira, o concreto dessa região não colabora para a resistência à flexão. Sendo assim, as lajes nervuradas constituíram-se uma evolução natural da laje maciça, resultantes da eliminação de parte do concreto tracionado que está localizado abaixo da linha neutra (Figura 1). Este tipo de laje proporciona economia de materiais, mão-de-obra e fôrmas, aumentando assim a produtividade e viabilidade do sistema construtivo, além de reduzir cargas.

A Figura 2 mostra a diferença de uma laje maciça para laje nervurada. Na Figura 2a é ilustrado um exemplo de laje maciça, onde as áreas retangulares destacadas de vermelho representam os espaços vazios que transformariam a laje maciça em nervurada. Já na Figura 2b é ilustrado um exemplo de laje nervurada com as nervuras aparentes, isto é, na região inferior da laje, o maciço de concreto foi substituído por nervuras intercaladas entre elas por espaços vazios.

Figura 2- Diferença de uma laje maciça para laje nervurada.



Fonte: Lopes (2015).

Entre os diferentes tipos de lajes nervuradas, destacam-se dois grandes grupos: as lajes nervuradas moldadas no local e as pré-moldadas. As lajes moldadas no local (“in loco”) recebem essa denominação por serem construídas em sua totalidade na própria obra. As lajes pré-moldadas recebem elementos pré-fabricados para a sua construção, normalmente produzidos fora do canteiro de obras, industrialmente.

Nas lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local, os espaços entre as nervuras podem permanecer vazios, exigindo nesse caso a presença de fôrmas para moldar a mesa e as nervuras, ou então serem ocupados por algum tipo de material de enchimento, inerte, sem função estrutural, e que irá permanecer no local após a construção da laje.

Segundo Silva (2005), a utilização de materiais de enchimento nos espaços entre as nervuras, permite um acabamento plano do teto e estes servirão de fôrmas para a mesa da laje e para as faces laterais das nervuras.

O enchimento pode ser constituído por diversos materiais, como bloco cerâmico furado, bloco de concreto, bloco de concreto celular autoclavado, isopor, fôrmas reutilizáveis, entre outros.

As fôrmas reutilizáveis de polipropileno são moldes desenvolvidos especialmente para construção de lajes nervuradas. Segundo Lopes (2015), esta

tecnologia foi desenvolvida na Inglaterra há mais de 30 anos, sendo utilizada atualmente em diversos países, entre eles o Brasil.

Estas fôrmas são encontradas com uma grande variedade de dimensões (diversos moldes), proporcionando ótima precisão nas dimensões e acabamento. Elas são leves, de fácil manuseio e colocadas diretamente sobre o escoramento, dispensando assoalho para a execução da laje. Segundo Silva (2005), na grande maioria das situações, ocorre uma redução significativa no custo final da obra, quando comparado com obras que utilizam processos construtivos convencionais.

2.1 Vantagens e Desvantagens das Lajes Nervuradas Moldadas no Local

Segundo Bocchi Jr & Giongo (2010), as vantagens que as lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local apresentam são:

- Permitem vencer grandes vãos, liberando espaços, o que é vantajoso em locais como garagens;
- Podem ser construídas com a mesma tecnologia empregada em lajes maciças;
- Versatilidade nas aplicações, podendo ser utilizadas em pavimentos de edificações comerciais, residenciais, hospitalares, garagens, entre outros;
- Permitem o uso de alguns procedimentos de racionalização, tais como: o uso de telas para a armadura de distribuição e a utilização de instalações elétricas embutidas;
- As lajes nervuradas também são adequadas aos sistemas de lajes sem vigas, devendo manter-se regiões maciças apenas nas regiões dos pilares, onde há grande concentração de esforços;

Em contrapartida, as lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local, apresentam algumas desvantagens, entre as quais merecem ser destacadas as seguintes (BOCCHI JR & GIONGO, 2010):

- Normalmente aumentam a altura total da edificação;
- Construção com maior número de operações na montagem;

- Exigem maiores cuidados durante a concretagem para se evitar vazios (“bicheiras”) nas nervuras que costumam ser de pequena largura;

Apesar de apresentar algumas desvantagens, as lajes nervuradas são amplamente utilizadas, visto que, apresentam uma grande economia de matéria prima, principalmente o concreto e possuem peso próprio reduzido se comparada com as lajes maciças.

No projeto dessas lajes, como também na sua execução, existem várias particularidades cujo conhecimento é essencial para que se obtenha uma estrutura que atenda as exigências normativas da ABNT NBR 6118 (2014) com economia, qualidade, durabilidade, segurança e funcionalidade.

2.2 Classificação das Lajes Quanto à Direção das Armaduras Principais

Segundo item 14.6.2.4 da ABNT NBR 6118 (2014), os vãos efetivos (l_{ef}) das lajes são determinados pela Equação 1, considerando que os apoios são suficientemente rígidos quanto à translação vertical (Figura 3).

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

com:

$$a_1 = \min \left\{ \begin{array}{l} t_1/2 \\ 0,3 h \end{array} \right. \quad e \quad a_2 = \min \left\{ \begin{array}{l} t_2/2 \\ 0,3 h \end{array} \right.$$

onde:

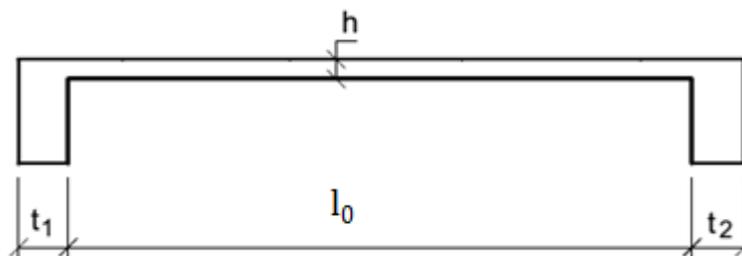
l_{ef} : Vão efetivo da laje;

l_0 : Distância entre faces internas de dois apoios consecutivos;

t_1, t_2 : Espessuras dos apoios paralelas ao vão analisado;

h : Espessura da laje.

Figura 3 – Dimensões consideradas no cálculo dos vãos efetivos das lajes.



Fonte: Bastos (2015).

As lajes podem ser classificadas segundo as direções das armaduras longitudinais em: lajes armadas em uma direção ou lajes armadas em duas direções. As lajes armadas em uma direção são aquelas com a relação (λ) entre o maior vão efetivo e o menor vão efetivo superior a dois. Quando a relação (λ) é inferior a dois a laje é classificada como armada em duas direções. A relação (λ) pode ser determinada através da Equação 2.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (2)$$

onde:

l_x : Comprimento do menor vão efetivo (cm);

l_y : Comprimento do maior vão efetivo (cm).

2.3 Vinculações das Lajes Nervuradas de Concreto Armado

As lajes nervuradas de concreto armado podem ser consideradas apoiadas em paredes de concreto, em alvenaria estrutural, em vigas ou diretamente em pilares (apoios discretos).

No caso de serem vinculadas em paredes ou vigas, estas lajes podem ter bordas simplesmente apoiadas ou engastadas. Silva (2005) afirma que para que a laje nervurada seja considerada engastada em um determinado bordo, torna-se necessário a criação de uma mesa de concreto na parte inferior da laje. Pode-se também, eliminar o material de enchimento em alguns trechos, criando-se uma região maciça de concreto armado.

2.4 Ações Atuantes nas Lajes Nervuradas

O item 3.4 da ABNT NBR 8681 (2003) define ações como causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. Do ponto de vista prático, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações. As deformações impostas são por vezes designadas por ações indiretas e as forças, por ações diretas.

Segundo o item 11.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014) as ações a considerar no projeto de lajes são divididas em permanentes, variáveis e excepcionais. Para cada tipo de construção, as ações a considerar devem respeitar suas peculiaridades e as normas a elas aplicáveis.

O item 11.3.1 ABNT NBR 6118 (2014) define ações permanentes como aquelas que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas permanentes as ações que aumentam no tempo, tendendo a um valor-limite constante. Para a segurança, nas verificações de projeto devem-se considerar seus valores representativos mais desfavoráveis.

A ABNT NBR 6118 (2014), no item 11.3.2 e 11.3.3, classifica as ações permanentes em ações permanentes diretas e ações permanentes indiretas. As ações permanentes diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura, pelos pesos dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes e dos empuxos permanentes. Ações permanentes indiretas são constituídas pelas deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão.

De uma maneira geral, para o dimensionamento de lajes de concreto armado, consideram-se como ações permanentes: o peso próprio da laje, piso, contrapiso, revestimento de teto e paredes.

No item 11.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014), menciona-se que as ações variáveis diretas são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, pela ação do vento e da água, devendo-se respeitar as prescrições feitas por normas brasileiras específicas. Já no item 11.4.2, menciona-se que as ações variáveis indiretas são constituídas das variações uniformes de temperatura, das variações não uniformes de temperatura e de ações dinâmicas.

De acordo com o item 11.5 da ABNT NBR 6118 (2014), no projeto de estruturas sujeitas a situações excepcionais (ações decorrentes de causas tais como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais) de carregamento, cujos efeitos não possam ser controlados por outros meios, devem ser consideradas ações excepcionais com os valores definidos, em cada caso particular, por normas brasileiras específicas.

2.5 Esforços Solicitantes nas Lajes Nervuradas

Os esforços predominantes nas lajes são os momentos fletores e forças cortantes. Esses esforços solicitantes e as deformações podem ser determinados por diferentes teorias, entre as quais podemos citar: Teoria das Placas, desenvolvida com base na Teoria da Elasticidade; Processos aproximados; Método das Linhas de Ruptura ou das Charneiras Plásticas; entre outros.

A partir da Teoria das Placas, obtém-se a Equação (3) geral das placas (Equação diferencial de quarta ordem, não homogênea), obtida por Lagrange em 1811, que relaciona o deslocamento w com a carga p distribuída normal ao plano da placa.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = - \frac{p(x,y)}{D} \quad (3)$$

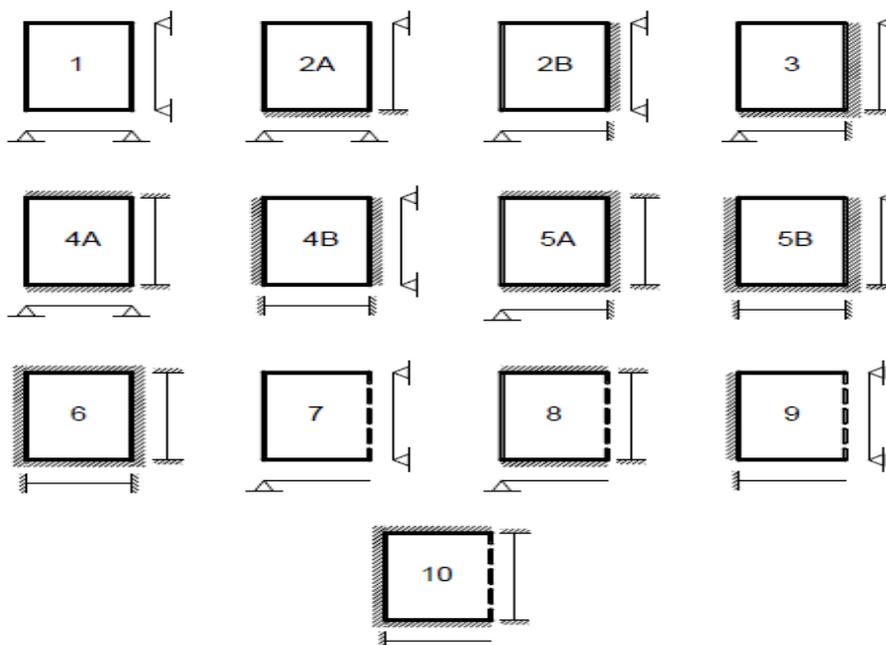
w : deslocamento na direção normal ao plano da placa;

D : Modulo de rigidez à flexão da placa;

$p(x,y)$: Carga distribuída normal ao plano da placa.

A obtenção da solução da equação geral das placas é tarefa muito complexa, o que motivou o surgimento de diversas tabelas, de diferentes origens e autores, com coeficientes que proporcionam a determinação dos esforços e deslocamentos transversais (flechas) para casos específicos de apoios e carregamentos. No caso desse trabalho, foram utilizadas as tabelas desenvolvidas por Barés e adaptadas por Pinheiro (1986). Para o cálculo dos esforços solicitantes de acordo com essas tabelas, torna-se necessário definir os vínculos da laje com os seus apoios, conforme Figura 4.

Figura 4 – Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas.



Fonte: Bastos (2015).

Nas tabelas de Pinheiro (2007) são fornecidos os coeficientes adimensionais μ_x e μ_y , a partir dos tipos de vinculações e da relação $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$. Sendo os momentos fletores dados pelas expressões:

$$M_x = \mu_x \frac{p l_x^2}{100} \quad (4)$$

$$M_y = \mu_y \frac{p l_x^2}{100} \quad (5)$$

onde:

M_x : momentos fletores máximos na direção do menor vão l_x (kN m/m);

M_y : momentos fletores máximos na direção do maior vão l_y (kN m/m);

p : carga distribuída atuante de cálculo, considerando a combinação última normal (kN/m²);

l_x : Comprimento do menor vão da laje analisada (cm);

μ_x e μ_y : coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente.

Nas lajes simplesmente apoiadas e armadas em uma direção ($\lambda > 2$), os esforços solicitantes de maior magnitude ocorrem segundo a direção do menor vão l_x , chamada direção principal. Na outra direção, chamada secundária, os esforços solicitantes M_y são bem menores e, comumente, são desprezados nas etapas de dimensionamento das armaduras de flexão.

Nas lajes armadas em duas direções ($\lambda \leq 2$), os esforços solicitantes segundo as duas direções principais da laje são de intensidades consideráveis. Sendo assim, os dois momentos fletores máximos M_x e M_y são considerados nas etapas de dimensionamento das armaduras de flexão.

O cálculo das reações também pode ser feito mediante o uso das tabelas de Barés adaptadas por PINHEIRO (1986). Nestas tabelas são fornecidos os coeficientes adimensionais v_x e v_y , obtidos a partir das condições de vinculações e da relação $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$. Com estes coeficientes, podem-se determinar as reações, dadas por:

$$V_x = v_x \frac{p l_x}{10} \quad (6)$$

$$V_y = v_y \frac{p l_x}{10} \quad (7)$$

onde:

V_x : esforço cortante máximos na direção do menor vão l_x (kN/m);

V_y : esforço cortante máximos na direção do maior vão l_y (kN/m);

v_x e v_y : coeficientes para cálculo das reações nos apoios, perpendiculares à direção de l_x e l_y , respectivamente.

2.6 Parâmetros Relevantes para o Dimensionamento de Lajes Nervuradas

2.6.1 Agressividade Ambiental (CAA)

Inicialmente, para o dimensionamento de elementos estruturais de concreto armado, deve-se estimar o nível de agressividade ambiental que a peça estrutural estará exposta após sua execução.

Segundo item 6.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014), a agressividade ambiental está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas.

Nos projetos estruturais correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na Tabela 6.1 da ABNT NBR 6118 (2014) e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

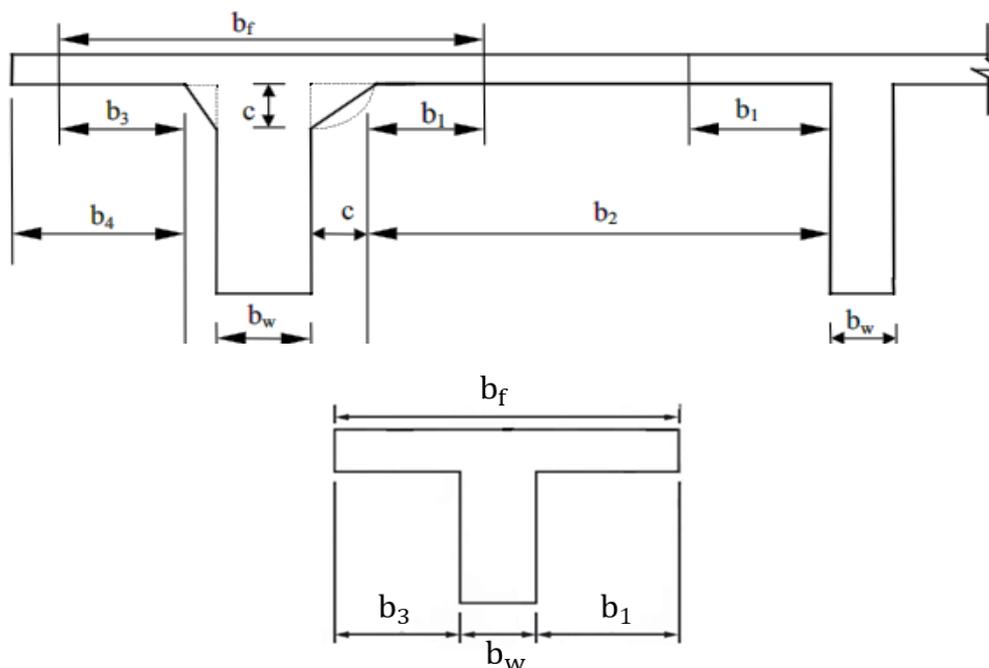
No item 7.4.7.2 da ABNT NBR 6118 (2014), afirma-se que para garantir o cobrimento mínimo (c_{\min}), o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δ_c). Assim, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos na Tabela 7.2 da referida norma.

2.6.2 Largura Colaborante da Laje

De acordo com o item 14.6.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014), quando a estrutura for modelada sem a consideração automática da ação conjunta de lajes e vigas, esse efeito pode ser considerado mediante a adoção de uma largura colaborante da laje associada à viga, compondo uma seção transversal T.

A largura colaborante b_f será dada pela largura da viga b_w acrescida de no máximo 10% da distância “a” entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante. À distância “a” pode ser estimada em função do comprimento “l” do tramo considerado. Todas as lajes desse trabalho foram consideradas lajes simplesmente apoiadas, e para este caso a ABNT NBR 6118 (2014) considera $a = l$. Devem ser respeitados os limites b_1 e b_3 , conforme indicado na Figura 5.

Figura 5 - Largura de mesa colaborante.



Fonte: A Autora (2018).

Nota: Adaptação da Figura 14.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

Os comprimentos b_1 e b_3 , apresentados na Figura 5, são determinados pela Equação 8.

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,10 a \\ 0,50 b_2 \end{cases} \quad E \quad b_3 \leq \begin{cases} b_4 \\ 0,10 a \end{cases} \quad (8)$$

onde:

b_f : largura colaborante referente a mesa da seção transversal T;

b_w : largura real da nervura referente a seção transversal T;

b_2 : distância entre as faces das nervuras fictícias adjacentes.

b_4 : distância entre as faces das nervuras fictícias até o final da seção;

a : distância entre pontos de momento fletor nulo, considerada igual a um para lajes simplesmente apoiadas nas extremidades.

2.6.3 Altura Útil

Altura útil "d" da seção transversal T correspondente a laje nervurada é igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração. Pode ser obtida pela Equação 9.

$$d = h - c_{\text{nom}} - \frac{\phi}{2} \quad (9)$$

onde:

h : Altura total da seção transversal da laje nervurada;

c_{nom} : Cobrimento nominal utilizado para revestir as armaduras das lajes, conforme mencionado anteriormente no item 2.6.1.

ϕ : Diâmetro das armaduras longitudinais consideradas no dimensionamento à flexão.

2.7 Prescrições Normativas para Lajes Nervuradas de Concreto Armado

No item 14.7.7 da ABNT NBR 6118 (2014), menciona-se que todas as prescrições anteriores relativas às lajes podem ser consideradas válidas, desde que sejam obedecidas as condições do item 13.2.4.2.” Quando essas hipóteses não forem verificadas, menciona-se que “deve-se analisar a laje nervurada considerando a capa como laje maciça apoiada em uma grelha de vigas.

Mostra-se a seguir as condições normativas apresentadas no item 13.2.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014), com todos os parâmetros ilustrados na Figura 6.

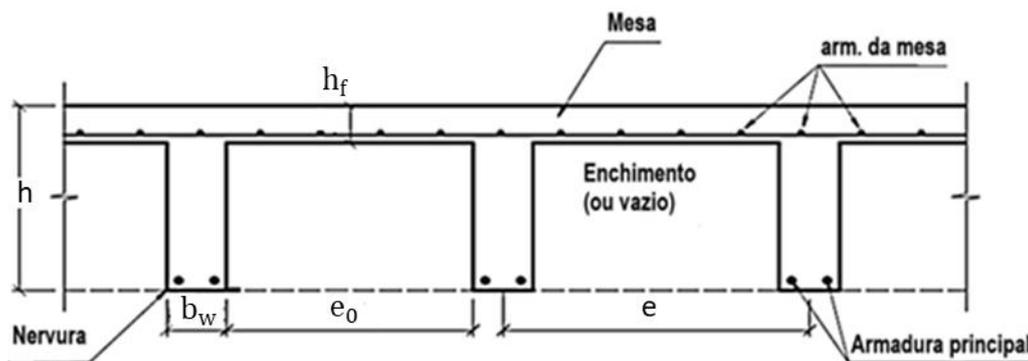
“a) A espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a 1/15 da distância entre as faces das nervuras (ℓ_o) e não menor que 4 cm;

b) O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm. Para tubulações com diâmetro ϕ maior que 10 mm, a mesa deve ter a espessura mínima de 4 cm + ϕ , ou 4 cm + 2 ϕ no caso de haver cruzamento destas tubulações;

c) A espessura das nervuras não pode ser inferior a 5 cm;

d) Nervuras com espessura menor que 8 cm não podem conter armadura de compressão.”

Figura 6 - Seção transversal de uma laje nervurada.



Fonte: Bastos (2015).

onde:

h : Altura total da laje nervurada;

b_f : largura colaborante da mesa referente a seção transversal T;

b_w : espessura da nervura referente a seção transversal T;

h_f : espessura da capa de concreto (mesa) referente a seção transversal T;

e_0 : distância entre faces de duas nervuras adjacentes;

e : Distância entre os eixos de duas nervuras adjacentes.

2.8 Verificações Necessárias para o Projeto de Lajes Nervuradas

No item 13.2.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014), mencionam-se as verificações de flexão e de cisalhamento necessárias para lajes nervuradas. Essas verificações dependem da distância entre eixos das nervuras, como apresentado na sequência.

- **Distância entre eixos das nervuras menor ou igual a 65cm:** Para lajes com espaçamento entre eixos menor ou igual a 65cm, para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se considerar os critérios adotados para laje.

- **Distância entre eixos das nervuras entre 65cm e 110cm:** Para lajes com espaçamento entre eixos das nervuras entre 65cm e 110cm, as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas. Permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90cm e a largura média das nervuras for maior que 12cm.

- **Distância entre eixos de nervuras maior que 110cm:** Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

Apesar das lajes com espaçamentos entre eixos de nervuras maiores que 65 cm apresentarem menor consumo de concreto, o que resulta em lajes mais econômicas comparando com o consumo de concreto das lajes maciças, elas apresentam uma maior quantidade de armaduras em cada nervura. Por isso que, na prática, adotam-se espaçamentos entre eixos até 65 cm, facilitando o dimensionamento das lajes.

Para garantir a segurança e o bom desempenho em serviço da estrutura a ser projetada, necessita-se realizar a verificação de estados limites. De acordo com a ABNT NBR 8681 (2003), os estados limites de uma estrutura são aqueles a partir dos quais a estrutura apresenta desempenho inadequado às finalidades da construção. Os estados limites podem ser divididos em dois grandes grupos: estados limites últimos (ELU) e estados limites de serviço (ELS).

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), os estados limites últimos são aqueles relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura. Os estados limites de utilização são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas.

A segurança das estruturas de concreto pode exigir a verificação de alguns estados limites de serviço. No item 4.1.2.1 da ABNT NBR 8681 (2003), menciona-se que no período de vida da estrutura, usualmente são considerados estados limites de serviço caracterizados por:

- a) Danos ligeiros ou localizados, que comprometam o aspecto estético da construção ou a durabilidade da estrutura;*
- b) Deformações excessivas que afetem a utilização normal da construção ou seu aspecto estético;*
- c) Vibração excessiva ou desconfortável.*

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido. A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura.

A verificação da segurança em relação aos estados-limites últimos e aos estado-limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e de combinações de serviço, respectivamente. As combinações últimas podem ser classificadas como normal, especial ou de construção e excepcional.

Para o dimensionamento de elementos estruturais de concreto armado, levando em consideração o seu esgotamento da capacidade resistente, devem ser consideradas as combinações últimas normais.

Segundo o item 11.8.3 da ABNT NBR 6118 (2014), as combinações de serviço são classificadas de acordo com sua permanência na estrutura em: quase permanentes, frequentes e raras.

2.8.1 Dimensionamento à flexão de Seções Transversais T: Armadura Simples

Uma vez atendidas as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014) para lajes nervuradas, o cálculo das armaduras longitudinais deve obedecer às prescrições de cálculo, para vigas com seção transversal em forma geométrica de T, levando em consideração as hipóteses básicas do item 17.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

Para o dimensionamento das armaduras longitudinais de seções transversais T, deve-se verificar a necessidade de consideração de armadura simples ou dupla.

O dimensionamento com armadura simples é realizado quando a seção transversal da laje necessita apenas de armaduras resistentes tracionadas, ou seja, as tensões de compressão são resistidas unicamente pelo concreto.

Já o dimensionamento com armadura dupla, além da armadura resistente tracionada, contém também armadura longitudinal resistente na região comprimida, colocada para auxiliar o concreto na resistência às tensões de compressão.

Esta verificação é feita comparando o momento fletor solicitante de cálculo M_d com o momento resistente limite $M_{d,lim}$ para utilização de armadura simples. Se o momento fletor limite $M_{d,lim}$ for maior que o momento fletor solicitante de cálculo M_d , a seção transversal consegue resistir ao momento solicitante de cálculo, considerando armadura apenas na região tracionada (armadura simples). Caso o momento fletor limite $M_{d,lim}$ seja menor que o momento fletor solicitante de cálculo M_d , serão consideradas armaduras longitudinais tracionadas e comprimidas (armadura dupla).

O valor do momento resistente limite $M_{d,lim}$ é dado por:

$$M_{d,lim} = (A_f z_f + A_{wlim} z_{wlim}) 0.85 f_{cd} \quad (10)$$

Com,

$$A_f = b_f h_f \quad (11)$$

$$z_f = d - \frac{h_f}{2} \quad (12)$$

$$A_{wlim} = b_w (0.8 X_{lim} - h_f) \quad (13)$$

$$z_{wlim} = d - 0.4 X_{lim} - \frac{h_f}{2} \quad (14)$$

onde:

$M_{d,lim}$: momento resistente limite para seção transversal T;

A_f : área da mesa da seção transversal T;

z_f : distância do centro geométrico da mesa até o centro geométrico da armadura tracionada da laje;

A_{wlim} : área da parcela da nervura comprimida que colabora para resistir ao momento fletor solicitante de cálculo;

z_{wlim} : distância do centro geométrico da nervura até o centro geométrico da armadura tracionada;

X_{lim} : posição da linha neutra utilizada para o cálculo do momento fletor resistente $M_{d,lim}$ e determinada através da equação (15);

b_f : largura da mesa da seção transversal da laje nervurada;

h_f : altura da mesa da seção transversal T;

d : altura útil, correspondendo a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a fibra mais comprimida da seção transversal T;

f_{cd} : é a resistência de cálculo do concreto.

Conforme o item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118 (2014), a posição da linha neutra (X) deve obedecer aos seguintes limites (X_{lim}) para proporcionar o adequado comportamento dúctil dos elementos estruturais:

$$X/d \leq 0,45 \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (15)$$

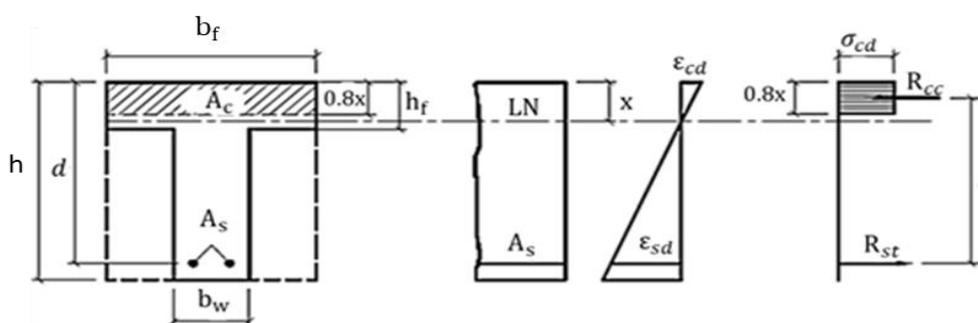
$$X/d \leq 0,35 \text{ para concretos com } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

Obtido o momento fletor limite por nervura, o cálculo da armadura necessária deve analisar duas hipóteses. Na primeira hipótese a linha neutra está localizada na mesa e admite-se para o dimensionamento uma seção retangular resistente igual a $b_f \cdot h$. Na segunda hipótese, a linha neutra está contida na nervura da seção T e o dimensionamento segue a rotina de dimensionamento de vigas de seção T. As duas hipóteses serão apresentadas a seguir.

I. Primeira Hipótese: LN posicionada na mesa da seção transversal

O próximo passo para dimensionar a seção transversal T com armadura simples é verificar se a mesa da seção transversal resiste sozinha ao momento fletor solicitante ou precisa da colaboração da nervura da seção transversal para resistir aos esforços solicitantes. Essa verificação está diretamente ligada a posição da linha neutra, como pode ser visto na Figura 7.

Figura 7 – Seção T com a linha neutra passando na mesa.



Fonte: Bastos (2015).

Dessa forma, calcula-se o momento fletor resistente da mesa M_{df} da seção transversal T, através da Equação 16.

$$M_{df} = (b_f h_f 0.85 f_{cd}) z_f \quad (16)$$

Na sequência, procede-se com a verificação da primeira hipótese: Se a mesa da seção transversal T resistir sozinha ao momento fletor solicitante de cálculo, a linha neutra estará posicionada na mesa da seção transversal e apenas a mesa estará comprimida. Neste caso, o dimensionamento é idêntico ao de uma seção retangular com largura b_f e altura h , mostrados na Figura 7. Sendo assim, através da Equação 17, determina-se a posição da linha neutra X , considerando os valores de f_{ck} variando de 20 à 50MPa.

$$X = 1,25 d \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 M_d}{0,85 b_f f_{cd} d^2} \right)} \right] \quad (17)$$

onde:

X : posição da linha neutra;

M_d : momento fletor solicitante de cálculo.

A armadura longitudinal tracionada é determinada a partir da Equação 18, obtida do equilíbrio das forças atuantes na seção transversal, considerando Domínio 3 de deformações.

$$A_s = \frac{0.68 f_{cd} X b_f}{f_{yd}} \quad (18)$$

onde:

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

f_{yd} : à tensão de escoamento de cálculo do aço.

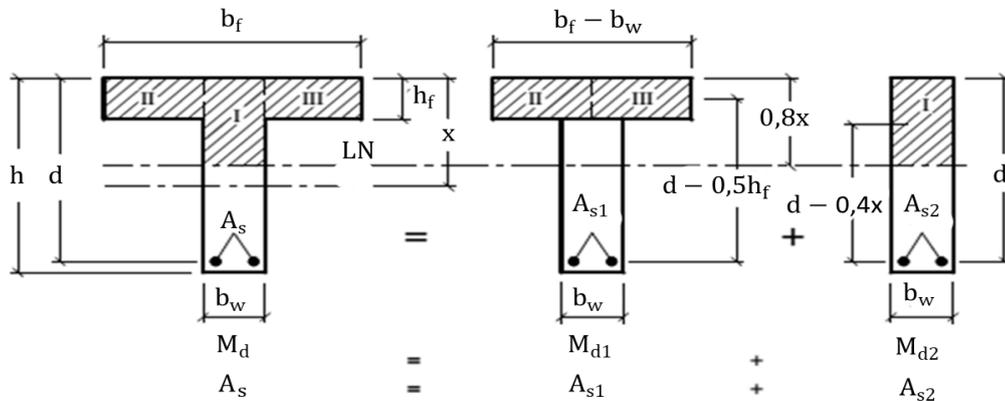
II. Segunda Hipótese: LN posicionada na nervura da seção transversal

No dimensionamento considerando armadura simples, a segunda hipótese é que se a mesa da seção transversal T não absorver sozinha o momento fletor solicitante de cálculo, ela necessita da colaboração da nervura para resistir.

Na Figura 8, apresenta-se a decomposição da seção transversal T em duas outras seções transversais equivalentes. O momento fletor total (M_d) é subdividido em duas parcelas (M_{d1} e M_{d2}), tal que:

$$M_d = M_{d1} + M_{d2} \quad (19)$$

Figura 8 - Decomposição da seção T com armadura simples.



Fonte: Bastos (2015).

Através da Equação de equilíbrio de momentos fletores em relação ao centróide da armadura A_{s1} (Figura 8b), define-se o momento fletor resistente M_{d1} pela Equação 20 e a segunda parcela (M_{d2}) fica determinada através da Equação 21:

$$M_{d1} = (b_f - b_w) h_f 0,85 f_{cd} (d - 0,5 h_f) \quad (20)$$

$$M_{d2} = M_d - M_{d1} \quad (21)$$

Na sequência, calcula-se a posição da linha neutra, que está localizada na nervura da seção transversal T. Para o cálculo da linha neutra nessa situação e dada por:

$$x = 1,25 d \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 M_{d2}}{0,85 b_w f_{cd} d^2} \right)} \right] \quad (22)$$

Através das equações de equilíbrio dos momentos fletores, considerando o dimensionamento nos domínios 2 ou 3 de deformações, as parcelas de armadura longitudinais A_{s1} e A_{s2} são determinadas por:

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{f_{yd} (d - 0,5 h_f)} \quad (23)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{yd} (d - 0,4 X)} \quad (24)$$

Com as armaduras longitudinais A_{s1} e A_{s2} , determina-se a área de armadura longitudinal total através da Equação 25.

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (25)$$

2.8.2 Dimensionamento à flexão de Seções Transversais T: Armadura Dupla

Como mencionado anteriormente, no dimensionamento considerando armadura dupla, o valor do momento resistente limite $M_{d.lim}$ foi ultrapassado, sendo assim, dimensiona-se uma seção fictícia com armadura dupla, para resistir o restante do momento (M_2), obtendo-se a parcela A_{s2} da armadura tracionada e a armadura comprimida (A_s'). As equações para o dimensionamento da seção transversal T com armadura dupla é baseado nas equações de equilíbrio estático de momentos, obtendo as seguintes Equações:

$$M_2 = M_d - M_{d.lim} \quad (26)$$

$$R_{cc_{lim}} = (A_f + b_w 0,68 (X - h_f)) f_{cd} \quad (27)$$

$$R'_{sd} = A_s' f_{yd} \quad (28)$$

$$R_{sd} = R_{cc_{lim}} + R'_{sd} \quad (29)$$

$$A_s = \frac{R_{sd}}{f_{yd}} \quad (30)$$

onde:

M_d : momento solicitante de calculo;

$M_{d.lim}$: momento resistente limite para seção T;

A_s' : área das barras das armaduras comprimidas;

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal de tração;

d_2' : distância entre o centro de gravidade da armadura comprimida até a fibra mais comprimida da seção transversal T;

$R_{cc_{lim}}$: força resultante das tensões normais de compressão no concreto na situação resistente limite;

R_{sd}' : força resultante de resistência à tração da armadura longitudinal comprimida;

R_{sd} : força resultante de resistência à tração da armadura longitudinal tracionada.

2.8.3 Valores Limites para as Armaduras Longitudinais

Uma armadura mínima deve ser utilizada para suportar os esforços de flexão, quando a área de aço determinada no dimensionamento for menor que a mínima prescrita no item 19.3.3.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

Estes valores mínimos podem ser calculados com base no momento fletor mínimo apresentado pela Equação 31, conforme item 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 6118 (2014) e respeitando a taxa mínima absoluta de 0,15 %.

$$M_{d_{min}} = 0,8 W_0 f_{ctksup} \quad (31)$$

$$W_0 = \frac{I_c}{y_c} \quad (32)$$

onde:

$M_{d_{min}}$: Momento fletor mínimo em kN/cm;

W_0 : Módulo de resistência da seção transversal relativo à fibra mais tracionada;

f_{ctksup} : resistência característica superior do concreto à tração;

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_c : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Com o momento fletor mínimo é calculado a posição da linha neutra e a armadura mínima, através das Equações 17 e 18, respectivamente, substituindo o M_d por $M_{d_{min}}$.

De acordo com a Tabela 19.1 da ABNT NBR 6118 (2014), o valor mínimo para armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção deve atender as Equações 33, 34 e 35 e para lajes armadas nas duas direções deve atender a Equação 36.

$$\frac{A_s}{s} \geq 20\% \text{ da armadura principal} \quad (33)$$

$$\frac{A_s}{s} \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (34)$$

$$\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min} \quad (35)$$

$$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} \quad (36)$$

onde:

$\rho_s = \frac{A_s}{b_w h}$, é a taxa geométrica de armadura passiva aderente;

$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{b_w h}$, é a taxa geométrica de armadura longitudinal mínima.

De acordo com o item 20.1 da ABNT NBR 6118 (2014), as armaduras devem ser detalhadas no projeto de forma que, durante a execução, seja garantido o seu posicionamento durante a concretagem. Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a $h/8$. As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a $2h$ ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores. Nas lajes maciças armadas em uma ou em duas direções, em que seja dispensada armadura transversal de acordo com o item 19.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014), e quando não houver avaliação explícita dos acréscimos das armaduras decorrentes da presença dos momentos volventes nas lajes, toda a armadura positiva deve ser levada até os apoios, não se permitindo escalonamento desta armadura. A armadura deve ser prolongada no mínimo 4 cm além do eixo teórico do apoio. A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm. A emenda dessas barras deve respeitar os mesmos critérios de emenda das barras da armadura principal. Os estribos em lajes nervuradas, quando necessários, não podem ter espaçamento superior a 20 cm.

2.8.4 Verificação de cisalhamento

A verificação da necessidade de armadura transversal nas lajes é apresentada no item 19.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014), conforme equações abaixo.

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (37)$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1)] b_w d \quad (38)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (39)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (40)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (41)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d}, \text{ não maior que } |0,02| \quad (42)$$

onde:

V_{sd} : força cortante solicitante de cálculo;

V_{Rd1} : força cortante resistente de cálculo;

τ_{Rd} : tensão de cisalhamento resistente de cálculo do concreto;

k: coeficiente que tem os seguintes valores:

- Para elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio: $k = |1|$;
- Para os demais casos: $k = |1,6 - d|$, não menor que $|1|$, com d em metros.

f_{ctd} : resistência à tração de cálculo do concreto;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto;

γ_c : coeficiente de ponderação da resistência do concreto ($\gamma_c = 1,4$);

A_{s1} : área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, com $l_{b,nec}$ definido no item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118 (2014).

d: altura útil, correspondendo a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a fibra mais comprimida da seção transversal T;

b_w : largura mínima da seção transversal.

2.8.5 Verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas

As flechas máximas ou deslocamentos-limites como definidos no item 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014), “são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura.” Os deslocamentos limites são classificados em quatro grupos básicos: aceitabilidade sensorial, efeitos específicos, efeitos em elementos não estruturais e efeitos em elementos estruturais.

A determinação da flecha que surge devido a atuação de um determinado carregamento é feita utilizando os procedimentos estabelecidos pela ABNT NBR 6118 (2014) que divide o cálculo em duas parcelas: flecha imediata e flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado.

Na verificação da flecha em lajes, segundo item 19.3.1 da ABNT NBR 6118 (2014), devem ser usados os critérios estabelecidos no item 17.3.2 dessa norma, considerando-se a possibilidade de encontrar-se no estágio I ou II.

De acordo com o item 17.3.1 da ABNT NBR 6118 (2014), nos estados limites de serviço, as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. O estágio I é a fase que corresponde ao início do carregamento. As tensões normais que surgem são de baixa magnitude e dessa forma o concreto consegue resistir às tensões de tração. Admite-se um diagrama linear de tensões resistentes, ao longo da seção transversal, sendo válida a lei de Hooke. Já no estágio II, o concreto não mais resiste à tração e a seção se encontra fissurada na região tracionada. A contribuição do concreto tracionado deve ser desprezada. Porém, a parte comprimida ainda mantém um diagrama linear de tensões, permanecendo válida a lei de Hooke. A separação entre o Estádio I e o Estádio II é definida pelo momento de fissuração M_r . Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (43)$$

onde:

M_r : é o momento de fissuração do elemento estrutural;

α : é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. ($\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T)

y_t : é a distância do centro de gravidade da seção transversal à fibra mais tracionada;

I_c : é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} : é a resistência à tração direta do concreto, conforme o item 8.2.5 da ABNT NBR 6118 (2014). Para determinação do momento de fissuração, deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado-limite de formação de fissuras e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva.

No item 17.3.2.1 da ABNT NBR 6118 (2014), afirma-se que se o momento fletor solicitante máximo M_A na seção crítica do vão considerado não ultrapasse o momento de fissuração (M_r), admite-se que não há fissuras. Neste caso, pode ser usado o momento de inércia da seção bruta de concreto. Assim a rigidez é dada por:

$$E I = E_{cs} I_c \quad (44)$$

onde:

$E I$: rigidez da placa à flexão;

E_{cs} : módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto.

De acordo com o item 8.2.8 da ABNT NBR 6118 (2014), o módulo de elasticidade secante pode ser obtido pelo método de ensaio da ABNT NBR 8522 (2008), ou estimado pela Equação 45.

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (45)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \text{ para o } f_{ck} \text{ entre 20 e 50 MPa} \quad (46)$$

onde:

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto.

No item 17.3.2.1.1 da ABNT NBR 6118 (2014), menciona-se que no caso em que M_A ultrapassar M_r , considera-se que ocorreu a formação de fissuras na laje

(Estádio II). Neste caso, poderá ser considerado a expressão de rigidez equivalente dada a seguir:

$$(E I)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_A} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_A} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (47)$$

onde:

$(E I)_{eq}$: rigidez equivalente da laje;

I_{II} : momento de inércia da seção fissurada de concreto, no estágio II;

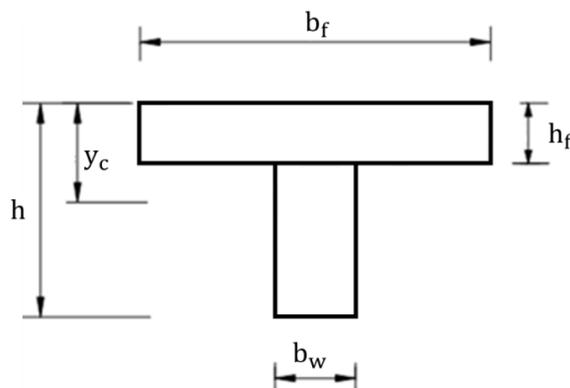
M_A : é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r : momento de fissuração do elemento estrutural, determinado através da Equação 43;

E_{cs} : módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto, determinado através da Equação 45.

As características geométricas de seções transversais em forma de “T”, no estágio I, considerando seção bruta de concreto (Figura 9) são calculadas através das Equações 48, 49 e 50.

Figura 9 - Seção transversal “T” considerada no estágio I, sem armadura.



Fonte: A Autora (2018).

$$A_c = b_f h_f + (h - h_f) b_w \quad (48)$$

$$y_c = \frac{(b_f - b_w) \frac{h_f^2}{2} + (b_w \frac{h_f^2}{2})}{A_c} \quad (49)$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) h_f^3}{12} + (b_f - b_w) h_f \left(y_c - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w h^3}{12} + b_w h \left(y_c - \frac{h_f}{2}\right)^2 \quad (50)$$

onde:

A_c : Área (seção geométrica);

y_c : Posição do centroide;

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2007), para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada de concreto (Estádio II), torna-se necessário conhecer a posição X_{II} da linha neutra. Para seções transversais "T", considerando que a linha neutra passa pelo centróide da seção homogeneizada, X_{II} é obtido através da Equação 51.

$$a_1 X_{II}^2 + a_2 X_{II} + a_3 = 0 \quad (51)$$

Cuja solução é:

$$X_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 a_1 a_3}}{2 a_1} \quad (52)$$

Considerando os coeficientes iguais a:

$$a_1 = \frac{b_f}{2} \quad (53)$$

$$a_2 = \alpha_e A_s \quad (54)$$

$$a_3 = -(d \alpha_e A_s) \quad (55)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (56)$$

onde:

X_{II} : posição da linha neutra no Estádio II;

b_f : largura colaborante da mesa da seção T;

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

d : altura útil, correspondendo a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a fibra mais comprimida da seção transversal T;

E_s : módulo de elasticidade longitudinal do aço;

E_{cs} : é o módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto;

α_e : Representa a relação entre os módulos de elasticidade longitudinal do aço e do concreto.

Ao determinar X_{II} , torna-se possível calcular o momento de inércia da seção no Estádio II, existindo duas possibilidades:

- $X_{II} < h_f$: a profundidade da linha neutra é inferior à espessura da mesa. Se a linha neutra passar pela mesa da seção transversal, o momento de inércia I_{II} é obtido da Equação 57.

$$I_{II} = \frac{b_f X_{II}^3}{3} + \alpha_e A_s (d - X_{II})^2 + A'_s (\alpha_e - 1) (d' - X_{II})^2 \quad (57)$$

- $X_{II} > h_f$: a profundidade da linha neutra é superior à espessura da mesa. Caso a linha neutra passe pela nervura da seção transversal, o momento de inércia I_{II} é obtido pela Equação 58.

$$I_{II} = \frac{(b_f - b_w) h_f^3}{12} + \frac{b_w X_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) h_f \left(X_{II} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + \alpha_e A_s (X_{II} - d)^2 + A'_s (d' - X_{II})^2 \quad (58)$$

A parcela referente à flecha imediata, refere-se ao deslocamento transversal que após a aplicação dos carregamentos. Estes deslocamentos podem ser calculados com auxílio dos coeficientes constantes das Tabelas de Pinheiro (1986) adaptado de Barés (1972). Segundo esses autores a flecha imediata é determinada através da Equação 59:

$$a_i = \alpha_{flecha} \frac{p l_x^4}{12 (E I)} \quad (59)$$

onde:

a_i : flecha imediata;

p : valor do carregamento na laje, considerando a combinação quase permanente;

l_x : comprimento do menor vão da laje analisada;

E I : rigidez à flexão da placa calculada de acordo com o Estádio I ou II, conforme as equações 44 e 47.

Segundo o item 17.3.2.1.2 da ABNT NBR 6116(2014), a parcela referente à flecha diferida é decorrente das cargas de longa duração em função da fluência e pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata (Equação 59) pelo fator α_f dado pela Equação 60.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \rho} \quad (60)$$

Sendo:

$\rho = \frac{A_s'}{b_w d}$, é a taxa geométrica da armadura longitudinal comprimida;

ξ : coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da ABNT NBR 6118 (2014) ou ser calculado pelas equações abaixo.

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (61)$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (62)$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses} \quad (63)$$

onde:

t : o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 : a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Sendo assim, o valor da flecha total é dado por:

$$a_t = a_i (1 + \alpha_f) \quad (64)$$

Os valores-limites a_{lim} de deslocamentos que visam proporcionar um adequado comportamento da estrutura em serviço estão apresentados na Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014).

Caso a verificação do estado limite de deformações excessivas não seja atendido, na Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014), menciona-se que os deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas.

De acordo com a Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014) a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que:

$$a_{cfl} \leq \frac{1}{350} \quad (65)$$

3 OTIMIZAÇÃO

Segundo Haftka e Gürdal (1991) a otimização está interessada em encontrar o melhor resultado de uma determinada operação, ao mesmo tempo em que satisfaz determinadas restrições. Sua estrutura é composta por uma função objetivo que contém uma ou mais variáveis de projeto, e pode, ou não, estar sujeito a restrições de igualdade e/ou desigualdade limitando o espaço de busca (região viável).

Para melhor entendimento do problema de otimização, são apresentadas a seguir as principais definições de um problema de busca pela solução ótima:

- Variáveis de projeto: são as variáveis que mudam durante o processo de otimização. Alguns exemplos de variáveis de projeto no âmbito da engenharia estrutural podem ser a área de armadura, o volume de concreto e as dimensões dos elementos estruturais a serem otimizados.
- Função objetivo: A função objetivo representa o que se pretende minimizar ou maximizar. A função objetivo pode representar o volume de material utilizado ou o custo de execução da peça, por exemplo.
- Restrições de projeto: As restrições são funções que descrevem as situações não desejáveis, podendo ser de igualdade ou desigualdade. Quando se trata de restrições relacionadas ao concreto armado, as restrições são os valores limites para as áreas de armadura, altura, largura, entre outras limitações que, em sua grande maioria, levam em consideração as recomendações de normas específicas.
- Espaço de busca: é a região que compreende todas as soluções possíveis e viáveis do problema, tendo seus limites impostos pelas restrições de desigualdade e igualdade.

Matematicamente, um problema de otimização pode ser definido como:

Seja $f: \mathbb{R}, g: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^q, h: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$

Minimizar / Maximizar: $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$

Sujeito a:

$$h_k(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad k \in \{1, \dots, p\}$$

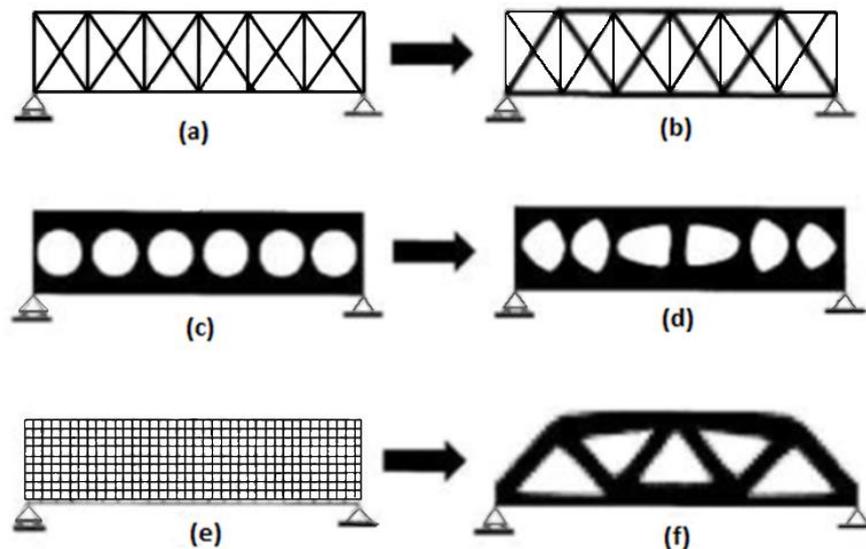
$$g_j(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq 0 \quad j \in \{1, \dots, q\}$$

Sendo, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$ o vetor de variáveis de projeto, $f(\mathbf{x})$ representa a função objetivo, podendo ser linear ou não linear, as funções $h_k(\mathbf{x})$ e $g_j(\mathbf{x})$ representam as funções de restrição de igualdade e de desigualdade, respectivamente, que definem o espaço de soluções viáveis do problema.

Quanto aos modelos matemáticos para otimização, podem ser lineares e não lineares. De acordo com Arora (2004), um problema que contém função objetivo e restrições lineares é um problema de otimização linear. Embora sua utilização seja mais simples, sua aplicabilidade para problemas da engenharia se torna restrita, uma vez que grande parte desses problemas possuem funções objetivos e funções de restrições não lineares.

De acordo com Bendsøe e Sigmund (2003), há várias maneiras de classificar a otimização estrutural, porém a mais geral se divide em três tipos: paramétrica, de forma e topológica. Na Figura 10, ilustram-se as diferenças entre os três tipos de otimização estrutural.

Figura 10 - Diferenças entre otimização de dimensões (a e b), otimização de forma (c e d) e otimização topológica (e e f).



Fonte: Carbonari (2003).

- Otimização Paramétrica: corresponde à otimização de parâmetros do elemento analisado. Ela visa determinar as características geométricas ótimas da estrutura: área da seção transversal de barras, momento de

inércia de vigas, espessura de placas ou cascas, etc. Neste tipo de otimização o domínio se mantém fixo durante todo o processo.

- Otimização de forma: tem como objetivo determinar a forma ótima do contorno externo e/ou interno (furo) de uma estrutura. Os contornos da estrutura são parametrizados (por exemplo curvas splines) e os parâmetros dessas curvas constituem as variáveis de projeto. O domínio sofre mudanças no processo de otimização. Trata-se de uma abordagem mais genérica que a otimização paramétrica.
- Otimização topológica: Determina-se a distribuição ótima de material no domínio de projeto. O objetivo é retirar o material de maneira iterativa e sistemática. A distribuição ótima está relacionada com um objetivo, que pode ser, por exemplo, a minimização do volume final da estrutura, a maximização da rigidez, visando economia de material. Diferentemente da otimização de forma, na otimização topológica furos podem ser criados no domínio durante o processo de otimização. Assim, a otimização topológica permite obter uma nova configuração da estrutura, partindo-se apenas de definições básicas como o domínio do projeto, condições de contorno e de carregamento.

Os modelos de otimização podem, ainda, ser divididos em dois grandes grupos, são eles os métodos determinísticos e os probabilísticos. Os métodos determinísticos são considerados clássicos, sendo necessária a escolha do ponto de partida da otimização. Dessa maneira, é preferível que se conheça o comportamento da função objetivo, uma vez que, devido ao procedimento de busca do método acontecer apenas na vizinhança do ponto selecionado, é possível encontrar soluções diferentes para o mesmo problema quando alterado o ponto de partida. Embora haja algumas limitações nesses métodos, eles operam com bastante rapidez e precisão, quando usados em problemas contínuos. Para um estudo mais aprofundado sobre métodos determinísticos de otimização sugere-se o livro: “Elements of Structural Optimization” (Haftka e Gurdal, 1991).

Os métodos probabilísticos, como o próprio nome diz, se baseiam em análises probabilísticas das possíveis soluções para um determinado problema. Enquanto nos métodos determinísticos o resultado está completamente determinado pelos procedimentos que o precedem e condiciona com o mesmo

valor os procedimentos que o sucedem, nos métodos probabilísticos a relação de causa e efeito não é completamente determinada. O método dos Algoritmos Genéticos, que será tratado neste trabalho, se enquadra no grupo dos métodos probabilísticos e se baseia na Teoria da Evolução das espécies de Darwin para solucionar os problemas propostos.

3.1 Algoritmos Genéticos

Uma das técnicas de otimização, que vem ganhando grande destaque nos últimos anos, é a técnica dos Algoritmos Genéticos (AG), esta foi desenvolvida por John Holland (1975) ao longo de 1960 e 1970 na Universidade de Michigan. Holland foi refinando suas ideias ao longo dos anos e em 1975 publicou o seu livro "Adaptation in Natural and Artificial Systems". Em meados dos anos 80, um aluno de Holland chamado David Goldberg, consegue o primeiro sucesso em aplicação industrial de Algoritmos Genéticos (AG's). Ele foi capaz de resolver um problema de natureza complexa, envolvendo o controle de transmissão de gasodutos para sua dissertação (GOLDBERG, 1989).

Os métodos de AG fazem analogia à teoria da evolução de Charles Darwin, na qual os indivíduos menos aptos à sobrevivência perecem e os mais aptos sobrevivem e geram descendentes. Os indivíduos carregam informações que são possíveis soluções do problema. Como os Algoritmos Genéticos são procedimentos de busca baseados nos mecanismos da genética e da seleção natural, torna-se necessário fazer uma analogia entre as terminologias usadas na biologia e no método dos algoritmos genéticos aplicados ao problema de otimização:

- Cromossomo: É uma cadeia de caracteres que armazenam e representam informação relativa às variáveis do problema;
- Gene: É a unidade básica do cromossomo. Cada cromossomo tem um determinado número de genes que descrevem uma certa variável do problema;
- População: Conjunto de indivíduos que evoluem durante o processo de otimização pela aplicação dos operadores do algoritmo;

- Indivíduo: é meramente um portador do código genético, ou seja, um membro da população;
- Geração: iteração completa do AG que gera uma nova população;
- Operações genéticas: Correspondem às operações (cruzamento e mutação) que o Algoritmo Genético realiza sobre os indivíduos para promover a evolução do mesmo;
- Cruzamento: é um dos principais operadores do algoritmo genético, onde as informações são trocadas entre os indivíduos a fim de gerar uma nova prole;
- Mutação: é responsável pela introdução e manutenção da diversidade genética nas populações. Altera-se de forma aleatória o valor dos genes de alguns indivíduos, fornecendo assim, meios para a introdução de novos indivíduos na população, assegurando em quaisquer gerações que se tenham populações com diversidade;
- Função aptidão, representa uma medida que avalia a capacidade e potencialidade dos indivíduos da população durante o processo evolutivo, sendo que esta medida servirá como base para a classificação dessas soluções, indicando a sua qualidade, ou seja, as suas chances de sobrevivência e conseqüente reprodução. Em um problema de minimização, o indivíduo que tenha o menor valor da função objetivo terá maior aptidão;
- Função penalidade: expressão matemática que traduz as penalizações do indivíduo, quando esta viola as restrições do problema.

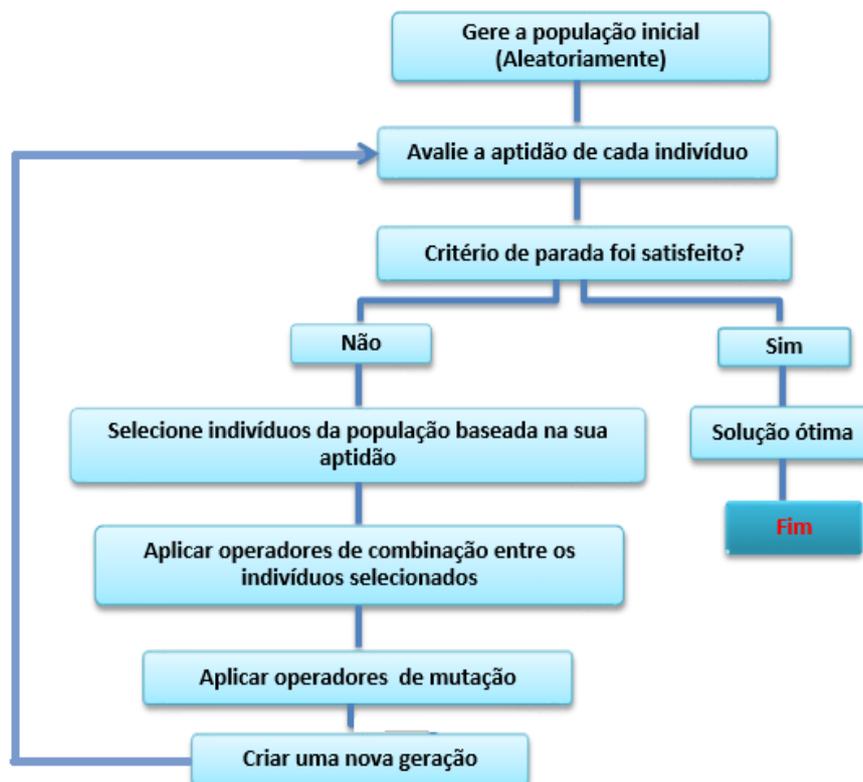
Resumidamente, o funcionamento do método dos AG pode ser dado pelos seguintes passos: cada indivíduo representa uma possível solução de um problema. Um grupo de indivíduos forma uma população. A cada indivíduo é atribuído um valor de aptidão que corresponde ao seu grau de proximidade com a solução ótima. Os Indivíduos que possuem um maior valor de aptidão, ou seja, estão mais próximos da solução ótima (mais adaptados) possuem mais chances de se reproduzir, quando comparados a indivíduos com valor de aptidão menores. Para selecionar os indivíduos que irão se reproduzir, o algoritmo utiliza-se de métodos que privilegiam os indivíduos mais bem adaptados.

Após a seleção, é feita então uma recombinação genética, em que indivíduos pais irão se combinar para dar origem a uma nova geração, teoricamente melhor adaptada que a anterior. O algoritmo segue em um processo iterativo até que algum critério de parada seja satisfeito. Existem diversos critérios de parada que pode ser empregado em um algoritmo genético. Em geral, o processo é interrompido quando:

- Se atinge a solução do problema;
- Número máximo de gerações é alcançado;
- Tempo limite é excedido;
- A população não muda o suficiente para alcançar o número máximo de gerações;
- Quando, após uma sequência de gerações consecutivas não ocorrem mudanças na população que contém a solução.

Na Fluxograma 1, mostra-se o fluxograma de funcionamento do algoritmo genético.

Fluxograma 1 – Fluxograma de um algoritmo genético.



Fonte: A Autora (2018).

Segundo Haupt (2004), as principais vantagens dos algoritmos genéticos são:

- Otimiza com variáveis contínuas ou discretas;
- Não requer informações derivadas;
- Procura simultaneamente uma ampla amostragem da superfície de custo;
- Fornece um grande número de variáveis;
- É adequado para Computadores paralelos;
- Otimiza variáveis com superfícies de custos extremamente complexas;
- Fornece uma lista de todas as variáveis ótimas;
- Pode codificar as variáveis para que a otimização seja feita com as variáveis codificadas;
- Trabalha com dados numericamente, experimentais ou funções analíticas.

4 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS (DOE)

O experimento projetado ou planejado é um teste ou uma série de testes, nos quais se induzem mudanças deliberadas nas variáveis de entrada do processo ou sistema, de maneira que seja possível observar e identificar as causas das mudanças nas respostas ou variáveis de saída. De acordo com Telford (2007), nas empresas, ao identificar as causas que provocam as falhas ou as perdas de qualidade nos produtos ou nos processos de fabricação, ações de melhoria mais eficazes poderão ser praticadas. Em estatística, Planejamento de Experimentos designa toda uma área de estudos que desenvolve técnicas de planejamento e análise de experimentos.

Conforme Vasconcelos et al. (2003), o Planejamento de Experimentos (DOE- Design of Experiments) é um método estatístico que busca encontrar os melhores níveis para um conjunto de fatores, de maneira simultânea. A técnica DOE consiste na realização de uma série de testes variando os valores dos fatores de controle com o intuito de analisar os efeitos de cada fator ou das interações entre os diferentes fatores nos resultados obtidos.

A utilização de DOE na otimização possibilita eliminar variáveis cujos efeitos sobre a variável de resposta não são relevantes. Isso possibilita tornar a otimização mais rápida.

Segundo Montgomery (1997), o desenvolvimento do método DOE deve-se a Ronald A. Fisher, que durante alguns anos foi responsável pela estatística e análise de dados em uma estação agrícola experimental em Londres. Fisher desenvolveu e usou pela primeira vez por volta dos anos 30 a técnica de análise de variância como ferramenta primária para a análise estatística do projeto experimental. Apesar de ele ser o pioneiro, existem muitos outros autores que contribuíram de maneira significativa nas publicações sobre o assunto. Entre eles encontram-se: F. Yates, R. C. Bose, O. Kempthorne, W. G. Cochran, R. H. Myers, J. S. Hunter e G. E. P. Box.

Atualmente o DOE vem sendo utilizado em grande escala, por exemplo podem-se citar: Vasandani et al. (2016), Ferreira (2016) e Tsay et al. (2017). Um fator que tem impulsionado a aplicação industrial do Planejamento de Experimentos

são as diversas ferramentas computacionais de análise estatística e soluções que facilitam a realização das análises. Neste sentido, a tendência é que tais técnicas se tornem cada vez mais próximas de aplicações práticas e, portanto, cada vez mais utilizadas. A seguir, destacam-se alguns benefícios da utilização das técnicas estatísticas de análise de experimentos apresentados por Montgomery (1997) e Santos e Dias (2001):

- Redução do número de ensaios sem prejuízo da qualidade da informação, diminuindo o tamanho e o custo do experimento;
- Estudo simultâneo de diversas variáveis, separando seus efeitos. Determinação da confiabilidade dos resultados;
- Realização da pesquisa em etapas num processo iterativo de acréscimo de novos ensaios;
- Seleção das variáveis que influem num processo com número reduzido de ensaios;
- Representação do processo estudado através de expressões matemáticas;
- Determinação de quais variáveis são mais influentes no processo;
- Redução dos efeitos produzidos pelas variáveis incontroláveis nas respostas;
- Elaboração de conclusões a partir de resultados qualitativos.

Durante o Planejamento de Experimentos são utilizadas algumas nomenclaturas, as principais são:

- Experimento: é o teste científico realizado com a combinação dos níveis de fatores de controle.
- Variáveis de resposta (ou dependente): são variáveis que sofrem algum efeito nos testes e cujo valor pretende-se melhorar. Nos testes, podem existir uma ou mais variáveis de resposta que sejam importantes de avaliar.
- Fatores de Controle: são os fatores alterados deliberadamente no experimento, com a finalidade de avaliar o efeito produzido nas variáveis de resposta e assim, poder determinar os principais fatores do processo. Podem ser qualitativos ou quantitativos.

- Níveis: correspondem às faixas de valores das variáveis de controle. Ao realizar os experimentos procura-se determinar os níveis ótimos do fator de controle ou o valor mais próximo definido pelos projetistas.
- Análise de Variância ou ANOVA (Analysis of Variance): técnica estatística básica para analisar dados experimentais. Ela subdivide a variação total do conjunto de dados em partes significativas, associadas com fontes específicas de variação, a fim de verificar as hipóteses associadas aos parâmetros do modelo ou para estimar os componentes de variação.
- Matriz de Experimentos: é o plano formal constituído para conduzir os experimentos. Nesta matriz são inclusos os fatores de controle, os níveis e tratamentos do experimento.
- Níveis dos fatores: são as condições de operação dadas a um fator nos experimentos. Identificados como nível baixo e nível alto, considerando o menor valor como nível baixo. Desse modo, especificar os níveis consiste em classificar os valores desses fatores que serão empregados durante os experimentos.

Existem diferentes métodos para realização de um DOE, dentre estes, tem-se o projeto fatorial completo em dois níveis, que ocorre quando são testados todos os possíveis fatores em dois níveis (alto e baixo). Essa variação é de escolha do examinador, mas geralmente aplica-se um percentual extra à variável para obter a variável de nível alto e retira-se esse mesmo percentual da variável para obter a variável de nível baixo. Assim, todas as combinações podem ser testadas e todas as interações avaliadas. Nesse tipo de DOE, também conhecido como projeto fatorial completo 2^k , o número de experimentos (N) para investigar k fatores em dois níveis é dado por: $N = 2^k$. Logo, aumentando-se o número de fatores, o número de experimentos é bastante elevado. Para evitar isso, adota-se o projeto fatorial fracionado, no qual todos os fatores são testados de maneira balanceada, reduzindo a quantidade de experimentos.

Segundo Telford (2007) a escolha da fração também indica o grau resolução do experimento, que descreve até que ponto os efeitos em um experimento fatorial fracionado são confundidos com outros efeitos. Os graus de resolução mais comuns são III, IV e V, dos quais é sempre aconselhável usar o maior grau possível. Estes três graus de resolução são definidos da seguinte maneira:

- III – Os efeitos principais são linearmente combinados com efeitos de interação de 2ª ordem;
- IV – Os efeitos principais são linearmente combinados com efeitos de interação de 3ª ordem e os efeitos de interação de 2ª ordem são combinados entre si;
- V – Os efeitos principais de interação não são linearmente combinados entre si, com exceção de interações de ordem superior.

De acordo com Montgomery, (1997), além de dominar a metodologia estatística necessária para o planejamento e para a análise dos dados, o pesquisador deve estar familiarizado com o que deseja estudar, como obter os dados, bem como ter uma estimativa qualitativa de como esses dados serão analisados. A seguir, segue o roteiro clássico das atividades do procedimento experimental:

- a) Reconhecimento e definição dos objetivos do experimento: Galdámez (2002) ressalta que, nesta fase inicial, é importante definir os problemas do produto e processo de fabricação, os objetivos do experimento e, principalmente, selecionar uma equipe, responsável por todas as atividades do processo experimental;
- b) Escolha das variáveis (fatores de influência) e dos níveis específicos (valores) em que essas variáveis serão avaliadas: nesta etapa, deve-se verificar como essas variáveis serão controladas nos níveis escolhidos e como eles serão medidos;
- c) Escolha da variável de resposta: a variável resposta deve ser escolhida de modo que se garanta a objetividade na análise dos resultados obtidos;
- d) Escolha da matriz experimental: selecionar ou construir uma matriz experimental, considerando o número de fatores de controle, o número de níveis e os fatores não controláveis do processo;
- e) Execução dos experimentos: Nesta etapa, se garante a validade experimental e se exige do pesquisador um conhecimento profundo dos instrumentos, equipamentos e métodos de controle e monitoramento;
- f) Análise dos resultados: esta etapa deve ser realizada com o uso de métodos estatísticos, a fim de que as conclusões estabelecidas sejam objetivas. Entretanto, esses métodos não permitem afirmar se uma dada variável apresenta ou não um

determinado efeito: eles apenas garantem a confiabilidade e a validade dos resultados, de modo que se possa determinar o erro associado nas conclusões, de acordo com um dado grau de confiança previamente estabelecido;

g) Interpretação dos resultados: nesta etapa, devem-se extrair as conclusões práticas dos resultados e em função disso, recomendar as ações de melhoria contínua do processo;

h) Elaboração das conclusões e recomendações: as mesmas permitirão que decisões sejam tomadas a respeito do processo em estudo. Uma documentação extensa, com o uso de gráficos e tabelas, permite que se apresentem os resultados obtidos, da análise efetuada, bem como futuras repetições do procedimento empregado.

Após definir a abordagem para gerar os experimentos, faz-se necessário discutir as métricas comumente usadas para analisá-los. As mais comuns são as estimativas de efeitos principais e de efeitos de interação. Em alguns casos, pode-se complementar com a análise de variância.

A primeira métrica que será calculada nesse trabalho, chama-se estimativa de efeito principal, que é a análise da influência que cada variável assume individualmente na função objetivo. Esses efeitos são calculados conforme apresentado por Bezerra (2017) através da seguinte formulação:

$$\frac{\sum resp(+k)}{exp/2} - \frac{\sum resp(-k)}{exp/2} \quad (66)$$

onde:

$\sum resp.(+k)$ = somatório das respostas para a variável k de nível alto;

$\sum resp.(-k)$ = somatório das respostas para a variável k de nível baixo;

$exp/2$ = número de experimentos dividido por 2.

Essa formulação aplicada a cada variável retorna a estimativa dos efeitos principais para o problema. É importante também considerar a estimativa de efeito de interação de segunda ordem, uma vez que esses efeitos representam a influência das variáveis combinadas entre si.

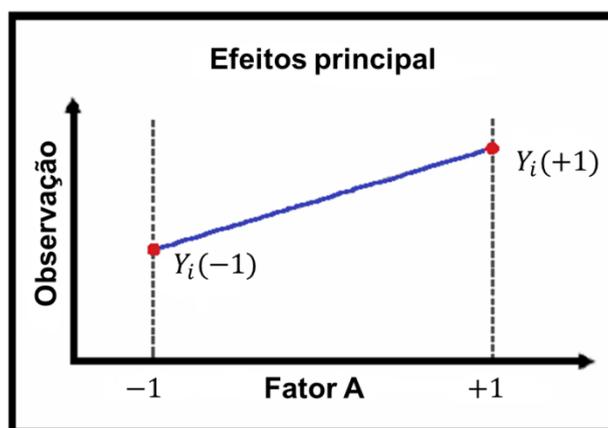
Para fazer a análise de interações de segunda ordem os níveis baixo (-) e alto (+), são obtidos pelos produtos dos fatores envolvidos na interação, por exemplo, a interação AB corresponde ao produto dos fatores A e B. Assim, de maneira análoga ao cálculo do efeito principal, deve-se agrupar as respostas dos níveis baixo(-) e alto(+) para cada interação. Portanto, para calcular o efeito de interação das variáveis A e B, e calculando as médias das combinações dos níveis baixos (AB-) e dos níveis altos (AB+), e fazendo a subtração entre esses valores. Esse mesmo procedimento aplica-se nas demais interações de segunda ordem.

De acordo com Galdámez (2002), para representar e interpretar graficamente os efeitos principais e de interação, é necessário definir duas propriedades como se segue:

- 1) O sinal (+) indica a direção do efeito, isto é, se a resposta aumenta ou decresce com a variação do nível -1 para o nível +1.
- 2) A magnitude indica a intensidade do efeito.

A forma gráfica do efeito principal é representada pela Figura 11. Esse gráfico linear ilustra a variação média das respostas em função da mudança no nível (-1,+1) de um fator (A), mantendo-se os outros fatores inalterados.

Figura 11 – Gráfico dos Efeitos principais do Planejamento Fatorial 2k.

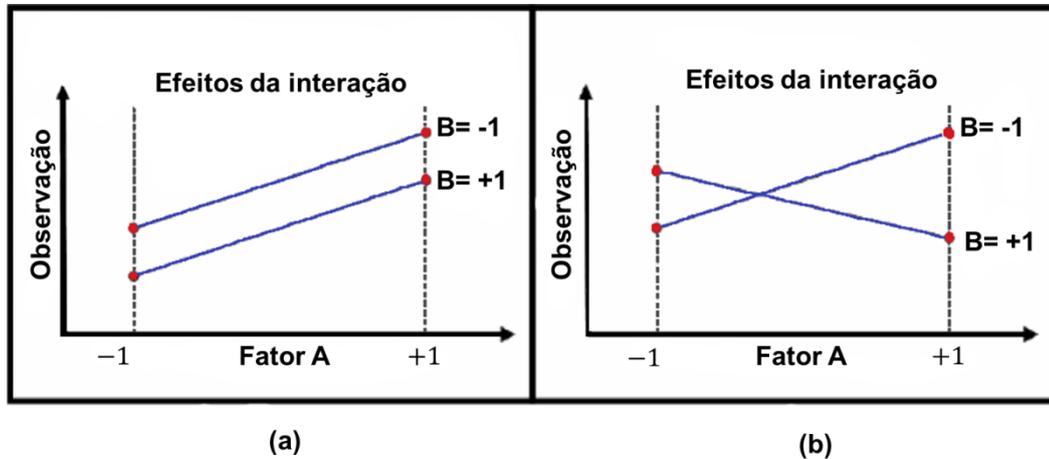


Fonte: A Autora (2018).

Os gráficos dos efeitos de interação, descrevem a variação média de um fator em função dos níveis de outros fatores. Por exemplo, o gráfico da Figura 12 (a) ilustra que o efeito provocado pela mudança do nível do fator A na resposta é independente do nível do fator B, portanto, não existe interação entre os fatores. O

gráfico da Figura 12 (b) demonstra que o efeito provocado pela mudança de nível do fator A na resposta depende do nível do fator B, portanto, existe interação entre os fatores A e B.

Figura 12- Gráfico dos Efeitos de Interação Para o Planejamento Fatorial 2k.



Fonte: A Autora (2018).

Complementa-se o estudo com análise de variância ou ANOVA (Analysis of Variance) que é uma técnica de estatística básica para analisar dados experimentais. Ela subdivide a variação total do conjunto de dados em partes significativas, associadas com fontes específicas de variação, a fim de verificar as hipóteses associadas aos parâmetros do modelo ou para estimar os componentes de variação. A ANOVA consiste de testes de hipóteses simultâneos para determinar se algum dos efeitos são estatisticamente significantes.

5 METODOLOGIA

Esse item descreve os procedimentos utilizados ao longo desta pesquisa para alcançar os objetivos deste trabalho.

Fluxograma 2 - Etapas desenvolvidas na pesquisa.



Fonte: A Autora (2018).

5.1 Implementação do Programa de Otimização

Neste trabalho foi implementado no MATLAB um programa de otimização de lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local, utilizando o método dos Algoritmos Genéticos (AG). Visou-se desenvolver um programa que auxiliasse o projeto de lajes nervuradas, atendendo às restrições normativas impostas pela ABNT NBR 6118 (2014) descritas no capítulo 2, a fim de minimizar o custo com materiais (concreto e aço).

No ambiente de programação do MATLAB, já existem rotinas implementadas para resolver problemas de otimização usando AG, na caixa de ferramenta chamada de toolboxes. O uso do Algoritmo Genético pode ser feito por chamada de linha de comando ou usando diretamente as janelas gráficas. Neste trabalho, foram utilizadas as linhas de comando (Figura 13).

O solver utilizado em todos os casos analisados nesta pesquisa foi o penalty function. De acordo com Bezerra (2017), o penalty function apresentou os melhores resultados quando comparado com o solver ALGA, principalmente no tempo de processamento, sendo este fator importante quando se trabalha com muitas variáveis de projeto. Para utilização desse solver, não é necessária qualquer mudança nas opções internas de funcionamento do Algoritmo Genético, possuindo configuração específica para esses parâmetros, conforme pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 – Configuração da função ga do Matlab.

```
options = gaoptimset('Vectorized','off','Display','off','NonlinConAlgorithm','penalty');
[x,fval,exitflag,output]=ga(FObjetivo, nvars, [], [], [],[],lb,[], rest,options);
```

Fonte: A Autora (2018).

onde:

x: melhor ponto de resposta que foi localizado durante suas iterações;

fval: o valor da função objetivo;

exitflag: critério de parada do problema;

output: uma estrutura que contém o resultado de cada geração e outras informações sobre o desempenho do algoritmo;

FObjetivo: função objetivo ou de fitness;

Nvars: quantidade de variáveis a serem otimizadas;

lb: vetor dos valores limites;

rest: restrições impostas no problema;

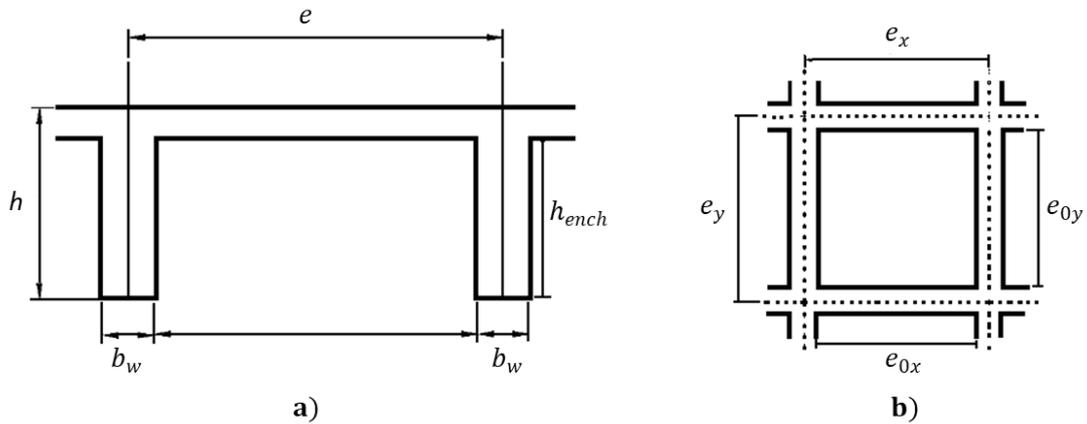
options - opções de otimização (opcional).

As primeiras implementações estão associadas a entrada dos dados necessários para a execução do programa. Nesta primeira etapa, realiza-se a leitura do arquivo que possui todos os dados relacionadas ao carregamento, propriedades mecânicas e geométricas da laje que será otimizada.

No programa são considerados o peso próprio da laje, sobrecarga (a carga permanente adicional) e carga variável, cujos valores devem ser inseridos no arquivo de entrada (.txt). A parcela do contrapiso, revestimento do teto, piso e paredes são contabilizados na parcela da sobrecarga.

O peso próprio da laje nervurada é obtido a partir das dimensões da seção transversal da laje (determinadas na fase de pré-dimensionamento), acrescido do peso correspondente ao material de enchimento. Na Figura 14, apresenta-se um corte da seção transversal e a vista em planta da laje nervurada utilizada para o cálculo do peso próprio através da Equação 67. O peso próprio do material de enchimento é calculado através da Equação 68.

Figura 14 - (a) Seção transversal da laje nervurada e (b) Planta da laje nervurada.



Fonte: A Autora (2018).

$$g_{pp} = \frac{(e_x e_y h) - (e_{0x} e_{0y} h_{ench})}{e_x e_y} \gamma_{conc} \quad (67)$$

$$g_{enc} = \frac{(e_{0x} e_{0y} h_{ench})}{e_x e_y} \gamma_{enc} \quad (68)$$

onde:

g_{pp} : Peso próprio da laje nervurada (kN/m²);

g_{enc} : Peso próprio do material de enchimento (kN/m²);

γ_{enc} : Peso específico do material de enchimento (kN/m³);

γ_{conc} : Peso específico do concreto armado (kN/m³) igual a 25 kN/m³, conforme item 8.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014);

e_x : Distância entre os eixos de nervuras na direção x, medida em metros;

e_y : Distância entre os eixos de nervuras na direção y, medida em metros;

e_{0x} : Comprimento equivalente ao enchimento na direção x, medido em metros;

e_{0y} : Comprimento equivalente ao enchimento na direção y, medido em metros;

b_w : Espessura da nervura, medida em metros;

h_{ench} : Altura equivalente ao enchimento, medida em metros;

h : Altura total da laje, medida em metros.

Em todas as análises são consideradas lajes simplesmente apoiadas. A largura das vigas de apoio, a classe de agressividade ambiental, o valor adotado para o diâmetro das armaduras longitudinais e os comprimentos dos vãos das lajes analisadas também devem ser inseridas no arquivo de entrada. O programa utiliza valores de resistências características à compressão do concreto (f_{ck}) menores ou iguais a 50 MPa. O tipo do aço utilizado é o CA-50.

Neste trabalho, os coeficientes μ_x , μ_y , ν_x e α_{flecha} , para o cálculo dos esforços (Equação 4, 5, 6 e 7) e da flecha (Equação 59) foram obtidos por uma aproximação polinomial (Equações 69, 70, 71 e 72) ajustadas a partir das tabelas de Pinheiro (1986), empregando a função polyfit do MATLAB. O valor do coeficiente ν_y relacionado a direção l_y é constante e igual a 2,5. O coeficiente α_{flecha} é determinado a partir do coeficiente $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$. Quando λ for superior a 2, admite-se $\alpha_{flecha} = 15,63$.

$$\mu_x = -0,2011 \lambda^3 - 1,6805 \lambda^2 + 12,1176 \lambda - 6,0201 \quad (69)$$

$$\mu_y = -1,5546 \lambda^4 + 10,5076 \lambda^3 - 26,6450 \lambda^2 + 28,6191 \lambda - 6,6928 \quad (70)$$

$$\nu_x = -0,4462 \lambda^4 + 3,2783 \lambda^3 - 9,4481 \lambda^2 + 13,3383 \lambda - 4,2213 \quad (71)$$

$$\alpha_{flecha} = 3,0980 \lambda^5 - 22,8695 \lambda^4 + 66,6736 \lambda^3 - 98,7762 \lambda^2 + 83,7456 \lambda - 27,1112 \quad (72)$$

Na verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas, os limites máximos dos deslocamentos para aceitabilidade sensorial são:

$$a_t < \begin{cases} a_{lim1} = \frac{1}{250} \\ a_{lim2} = \frac{1}{350} \end{cases} \quad (73)$$

onde:

a_t : é a flecha total;

a_{lim1} : valor máximo do deslocamento para aceitabilidade visual;

a_{lim2} : valor máximo do deslocamento para aceitabilidade de vibrações indesejáveis;

l : e o menor vão da laje.

Nesta pesquisa, a expressão utilizada para determinação de contraflechas é a Equação 74, considerando a limitação visual.

$$a_{cfl} = a_t - a_{lim1} \quad (74)$$

onde:

a_{cfl} : contraflecha;

a_t : é a flecha total;

a_{lim1} : valor máximo do deslocamento para aceitabilidade visual ($a_{lim1} = \frac{l}{250}$).

Na segunda parte das implementações são definidas as variáveis de projeto utilizadas na otimização (b_w , h_f , h , A_{sx} , A_{sy} , e_x e e_y), como também são realizadas as chamadas da função objetivo e da função restrição.

Com a função objetivo (@FunObjetivo) implementada neste algoritmo, minimiza-se o custo linear de duas nervuras, uma paralela à menor direção e outra paralela à maior direção da laje nervurada, levando em conta os materiais (concreto e aço) e mão de obra para a fabricação da laje. O custo para o aço é calculado por quilograma (kg). Já o custo do concreto é calculado por volume (cm^3) e seu preço depende do (f_{ck}) adotado.

Os valores dos custos de aço e concreto foram definidos através da tabela SINAPI para insumos e composições não desonerado em Pernambuco no mês de maio de 2017, já incluindo custo da mão de obra. O custo do aço CA-50 com diâmetro de 10,0 mm é 9,38 R\$/kg. Já o custo do concreto é alterado dentro do programa de acordo com o f_{ck} como pode ser visto na Tabela 1.

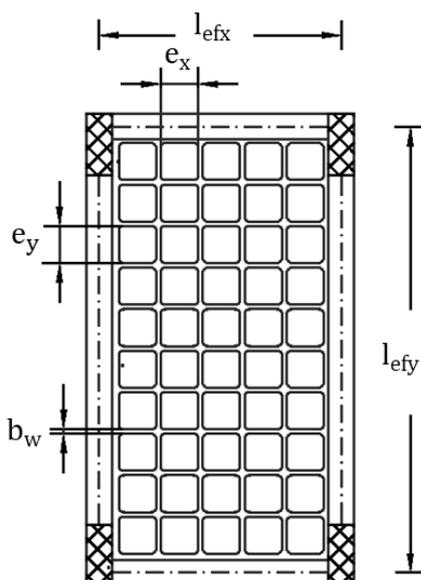
Tabela 1– Preços do concreto de acordo com a classe de resistência.

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
Preço (R\$/m ³)	296,29	324,45	336,09	346,22	358,32	377,50	447,71

Fonte: A Autora (2018).

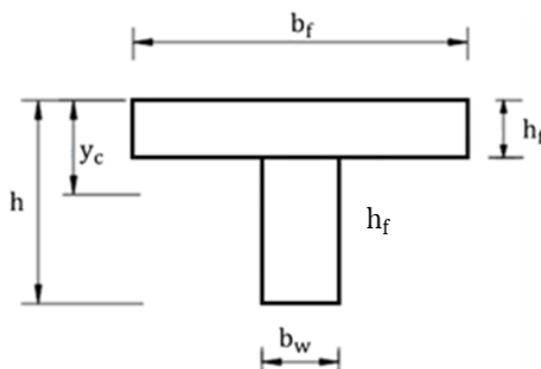
Na Figura 15 e 16, ilustram-se um painel de laje e a configuração da seção transversal da laje nervurada, respectivamente.

Figura 15 – Painel de Laje nervurada.



Fonte: A Autora (2018).

Figura 16 - Seção transversal da laje nervurada.



Fonte: A Autora (2018).

$$f = \text{Custo}_{\text{concreto}} + \text{Custo}_{\text{armadura}}$$

(75)

$$\text{Custo}_{\text{concreto}} = (b_{fx} h_f + b_w h_w) l_{efx} C_c + (b_{fy} h_f + b_w h_w) l_{efy} C_c \quad (76)$$

$$\text{Custo}_{\text{armadura}} = (l_{efx} A_{sx} \gamma_s C_{s50}) + (l_{efy} A_{sy} \gamma_s C_{s50}) \quad (77)$$

onde:

f: Função objetivo (custo linear);

C_c : preço do concreto por metro cúbico (R\$/cm³);

C_{s50} : preço do aço CA 50 por quilograma (R\$/Kg);

l_{ef} : valor do comprimento efetivo da laje nervurada (Equação 1);

γ_s : peso específico do aço (kg/cm³);

A_s : área total da seção transversal das barras de aço associadas com as direções x e y, respectivamente.

b_w : espessura da nervura da seção transversal da laje nervurada (Figura 16);

b_f : largura da mesa da seção transversal da laje nervurada (Figura 16);

h_f : Altura da mesa da seção transversal da laje nervurada (Figura 16);

h_w : Altura da nervura da seção transversal da laje nervurada (Figura 16).

Neste programa foram utilizadas sete variáveis de projeto (x) do tipo contínuas, conforme apresentado a seguir:

$$x(1) = b_w \quad (78)$$

$$x(2) = h_f \quad (79)$$

$$x(3) = h \quad (80)$$

$$x(4) = A_{sx} \quad (81)$$

$$x(5) = A_{sy} \quad (82)$$

$$x(6) = e_x \quad (83)$$

$$x(7) = e_y \quad (84)$$

No processo de minimização da função custo, deve-se respeitar o conjunto de restrições impostas ao problema. No arquivo da função restrição

(@RestricaoLB) é realizado o procedimento de cálculo necessário para o atendimento das restrições normativas impostas pela ABNT NBR 6118 (2014) para o dimensionamento das lajes nervuradas de concreto armado.

Dentro deste conjunto de equações, consideram-se as equações de equilíbrio, como também, 10 restrições associadas ao projeto de lajes nervuradas de acordo a NBR 6118 (2014) e 6 restrições de limites para as variáveis de projeto, baseado nas especificações dos catálogos de fôrmas da Atex (Disponível na Internet via: http://www.atex.com.br/upload/PDFCalculista/folder-dados-tecnicos-site_636481789564006068.pdf), conforme a Tabela 2.

Tabela 2 - Restrições utilizadas no programa de otimização.

NBR 6118 (2014)		Catálogos da Atex
$C(1) = 8 - b_w$		$C(2) = b_w - 12$
$C(3) = 5 - h_f$		$C(4) = h_f - 10$
$C(7) = V_d - V_{Rd1}$	Verificação do esforço cortante	$C(5) = 20 - h$
$C(8) = a_i - \frac{l}{350}$	Verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas	$C(6) = h - 40$
$C(9) = a_i - \frac{l}{250}$		$C(11) = 30 - e_x$
$C(10) = a_{cfl} - \frac{l}{350}$	Limita o valor máximo adotado para a contraflecha	$C(13) = 30 - e_y$
$C(12) = e_x - 65$	Valor máximo do espaçamento entre eixos	
$C(14) = e_y - 65$		
$C(15) = A_{s,minX} - A_{sx}$	Valor mínimo para as áreas de aço A_{sx}	
$C(16) = A_{s,minY} - A_{sy}$		

Fonte: A Autora (2018).

Após a definição da função objetivo e das restrições, parte-se para a definição dos parâmetros associados com a função “ga” que utiliza o Algoritmo Genético (AG) como técnica de otimização no MATLAB.

O solver utilizado em todos os casos analisados nesta pesquisa foi o penalty function. De acordo com Bezerra (2017), o penalty function apresentou os melhores resultados quando comparado com o solver ALGA, principalmente no tempo de processamento, sendo este fator importante quando se trabalha com muitas variáveis de projeto. Para utilização desse solver, não é necessária qualquer mudança nas opções internas de funcionamento do Algoritmo Genético, possuindo configuração específica para esses parâmetros.

Por fim, após a implementação de todos os pontos mencionados anteriormente, parte-se para a execução do programa e análise dos resultados. Na etapa de execução do programa, são determinados os custos do concreto e do aço necessário para o problema em análise. Calcula-se, também, o tempo de processamento necessário para finalizar a execução do programa.

No final da execução, uma tabela é criada com os dados de entrada mais relevantes e todos os resultados obtidos durante o processo de otimização do problema analisado. A Figura 17, ilustra um problema analisado no programa de otimização.

Figura 17 – Saída de dados com os resultados obtidos em uma determinada análise.

Exitflag	1
Resistência Concreto (kN/cm ²)	2
Resistência aço (kN/cm ²)	50
sobrecarga (kN/cm ²)	0.0001
Carga Variavel (kN/cm ²)	0.0003
Menor Vão (cm)	477.44
Maior Vão (cm)	1977.4
Preço do Concreto (R\$*Kg)	0.00029629
Preço do aço (R\$*Kg)	9.38
Momento de calculo em X (kN.cm)	1042.1
Momento de calculo em Y (kN.cm)	269.22
Cortante de calculo em X (kN)	8.7309
Cortante de calculo em Y (kN)	4.4611
Espaçamento entre eixos em X	30.867
Espaçamento entre eixos em y	31.543
Altura Total (cm)	29.068
Altura Mesa (cm)	5
base da Nervura (cm)	8.3318
Area Positiva de X (cm ²)	0.94383
Area Positiva de Y (cm ²)	0.53737
Area Negativa de X (cm ²)	0
Area Negativa de Y (cm ²)	0
Armadura de distribuição em X (cm ²)	0.9
Armadura de distribuição em Y (cm ²)	0.9
Contra flecha (cm)	1.3641
Custo do concreto (R\$)	260.09
Custo do Aço (R\$)	111.42
Custo por metro de laje (R\$)	371.52

Fonte: A Autora (2018).

5.2 Validação

Para validação do programa implementado, foi realizado um estudo comparativo entre os resultados do dimensionamento obtidos pelo programa de otimização e os resultados obtidos na literatura para o dimensionamento convencional de lajes nervuradas de concreto armado. Para isso, foram utilizados dois exemplos numéricos, a fim de avaliar a eficiência e a calibração do programa. Para validar as implementações realizadas para o dimensionamento de lajes nervuradas unidirecionais, foi utilizado o exemplo numérico 1.1 de Carvalho e Pinheiro (2009). O exemplo utilizado para validação das implementações para dimensionamento de lajes nervuradas bidirecionais foi obtido de Bocchi e Giongo (2007).

A terceira análise feita para validação do programa foi um estudo comparativo entre o dimensionamento de lajes nervuradas realizado com o programa de otimização e o dimensionamento realizado no programa comercial de cálculo estrutural CYPECAD. Este programa comercial foi desenvolvido e comercializado pela CYPE INGENIEROS S.A., sendo um software utilizado para o projeto de estruturas de concreto armado que permite a análise tridimensional da estrutura. A norma ABNT NBR 6118 (2014) encontra-se implementada neste programa.

5.3 Planejamento de Experimentos (DOE)

Com o objetivo de analisar a influência das variáveis de projeto consideradas no processo de otimização do custo de lajes nervuradas, foi feito um estudo estatístico através do método Design of Experiments (DOE). Com este método foi analisado a influência de cada variável na função objetivo.

A utilização de DOE possibilita eliminar variáveis cujos efeitos sobre a variável de resposta não são relevantes. Isso possibilita tornar a otimização mais rápida. Para executar com eficácia o DOE, foi utilizado o Minitab18, um programa de computador voltado para fins estatísticos. O programa Minitab18 foi criado com o objetivo de facilitar o processo de tomada de decisões pautadas em análises e estudos estatísticos complexos. Será utilizado nesse trabalho a versão DEMO 18.

Dentre as técnicas de DOE, foi utilizado nesse trabalho o Planejamento Fatorial Completo. Ele foi escolhido pois preserva todas as informações relevantes no experimento. Neste caso, a quantidade de experimentos necessários para que o DOE seja aplicado é definido por (n^k) , sendo (n) a quantidade de níveis e (k) a quantidade de variáveis. Considerando as cinco variáveis de projeto utilizadas neste trabalho (altura total da seção transversal, altura da mesa, largura da nervura, espaçamento entre eixos de nervuras na direção x e espaçamento entre eixos de nervuras na direção y), a quantidade de experimentos necessários foram $2^5 = 32$ experimentos. Este experimento tem 5 fatores com um total de 33 ensaios. Sendo 32 do experimento base e 1 ensaio com pontos centrais, que é um ensaio que atribui o valor médio dos níveis em cada fator. Os níveis do fator 'E' foram definidos pelo gerador $E = ABCD$, uma vez que está sendo utilizada a relação $I = ABCDE$.

Tabela 3 - Tabela resumo do experimento fatorial completo.

Fatores:	5	Experimento Base:	5; 32
Ensaio:	33	Réplicas:	1
Blocos:	1	Pts centrais (total):	1

Fonte: A Autora (2018).

Os valores nominais que foram utilizados para obter os níveis e os demais dados necessários para a análise de uma laje nervurada, foram retirados de Bocchi e Giongo (2007). Para definir os níveis (baixo e alto) de cada fator, foi feita uma variação de 10% dos valores nominais. Com isso, na Tabela 4 ilustram-se os fatores considerados neste estudo, especificando o valor nominal e os valores para os níveis baixo(-) e alto(+). O Planejamento de Experimentos está exposto na Tabela 5, desenvolvido no programa Minitab 18.

Tabela 4 - Níveis utilizados no DOE.

Parâmetro	Valor nominal	Nível baixo (-)	Nível alto (+)
Altura (h)	23	20,7	25,3
Altura da mesa (h_f)	4	3,6	4,4
Largura da nervura (b_w)	5	4,5	5,5
Espaçamento entre eixos em x (e_x)	24	21,6	26,4
Espaçamento entre eixos em y (e_y)	41	36,9	45,1

Fonte: A Autora (2018).

Tabela 5 – Matriz de Planejamento.

Experimento	b_w	h_f	h	e_x	e_y
1	+	+	+	-	-
2	Ponto Central				
3	-	+	+	-	-
4	-	+	-	+	-
5	-	-	-	-	+
6	-	-	+	-	-
7	+	-	+	-	+
8	+	-	-	-	+
9	-	-	+	-	+
10	-	+	-	+	+
11	+	+	+	+	-
12	-	-	-	+	+
13	-	+	+	+	-
14	-	+	+	-	+
15	+	+	+	-	+
16	+	-	+	+	-
17	+	+	+	+	+
18	+	-	+	-	-
19	+	+	-	-	-
20	-	+	-	-	+
21	+	+	-	+	+
22	+	+	-	-	+
23	+	-	-	+	-
24	-	-	-	-	-
25	-	-	+	+	+
26	-	-	-	+	-
27	-	+	-	-	-
28	+	-	+	+	+
29	-	+	+	+	+
30	+	-	-	+	+
31	+	+	-	+	-
32	+	-	-	-	-
33	-	-	+	+	-

Fonte: A Autora (2018).

Durante esta análise, a etapa seguinte é avaliar cada experimento e registrar a resposta. Para isso, foram substituídos os valores na matriz de planejamento

(Tabela 5). A resposta de cada experimento é o valor da função custo implementada neste programa de otimização. Foi feito uma adaptação no programa, para que o usuário apenas insira os fatores de cada experimento e o programa apresente na sua saída os valores da área de aço necessários para cada situação, obedecendo todas as restrições impostas pela ABNT NBR 6118 (2014) e posteriormente apresenta o valor do custo para fabricação da laje.

Os valores dos custos de aço e concreto foram definidos através da tabela SINAPI para insumos e composições não desonerado em Pernambuco no mês de maio de 2017. Os dados de entrada utilizados para esta análise com o DOE estão ilustrados na Tabela 6.

Tabela 6 – Dados de entrada para análise com o DOE.

Descrição	Valor/Unidade
Comprimento do 1 vão	748 cm
Comprimento do 2 vão	498 cm
Comprimento da viga de apoio	22 cm
Sobrecarga	0,0001 kN/cm ²
Carga variável	0,00015 kN/cm ²
Classe de agressividade ambiental	2
Diâmetro longitudinal	0,8 cm
Resistências características à compressão do concreto (f_{ck})	2,5 kN/cm ²
Resistências características ao escoamento do aço (f_{yk})	50 kN/cm ²
Preço do aço CA 50	9,38 R\$/Kg

Fonte: A Autora (2018).

5.4 Estudo Paramétrico

Este estudo consiste na análise estrutural e de custo de painéis de lajes nervuradas moldadas no local, considerando as geometrias quadradas e retangulares. Foram analisadas lajes unidirecionais e bidirecionais subdivididas em três grupos (Tabela 7), de acordo com a relação (λ) entre o maior e o menor vãos efetivos.

Tabela 7 – Dimensões (em metros) dos vãos das lajes quadradas e retangulares.

$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$
3x3	3x6	3x9
4x4	4x8	4x12
5x5	5x10	5x15

Fonte: A Autora (2018).

Para esta análise, foram consideradas resistências características à compressão do concreto (f_{ck}) com os seguintes valores: 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50 MPa, totalizando 63 configurações de painéis de lajes analisadas.

O objetivo deste estudo paramétrico foi analisar a influência da resistência do concreto no dimensionamento de lajes nervuradas. Com esse estudo foi analisado o comportamento das variáveis de projeto, com as variações do f_{ck} e dos vãos da laje, para se obter conclusões que poderão ajudar no pré-dimensionamento de lajes nervuradas.

6 RESULTADOS

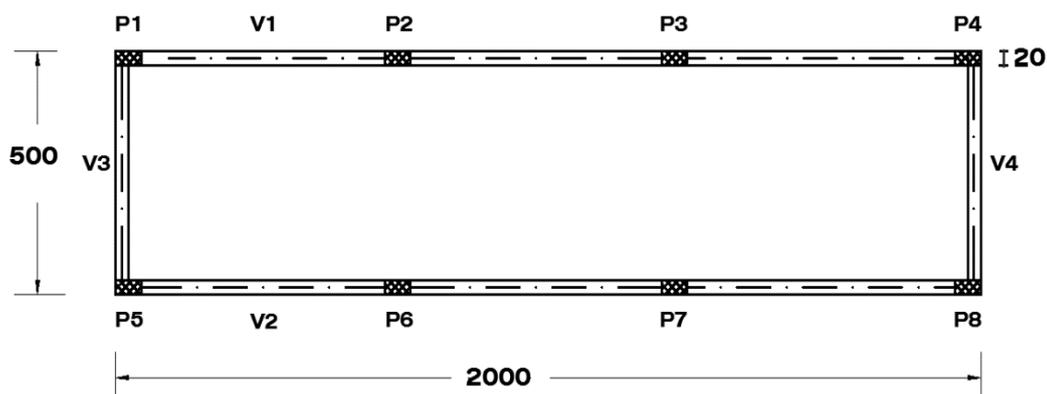
Para validar o programa desenvolvido nesta pesquisa, consideraram-se exemplos existentes na literatura. Torna-se necessário validar o programa implementado, a fim de garantir a sua funcionalidade e a confiabilidade dos resultados gerados.

6.1 Exemplo de Laje Nervura Unidirecional

Este exemplo (Figuras 18 e 19) foi extraído do livro de Carvalho e Pinheiro (2009). Como a relação entre os vãos λ é maior que dois, esta laje nervurada foi dimensionada como armada em uma direção.

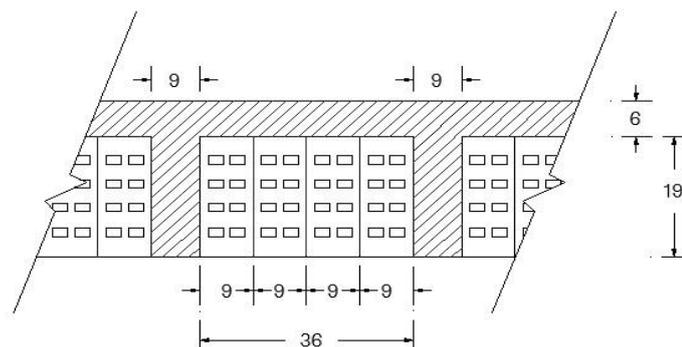
Como material de enchimento, nesta análise foram considerados tijolos cerâmicos furados 9x19x19 cm (Figura 19). Os demais dados estão apresentados na Tabela 8.

Figura 18 – Exemplo de laje nervurada unidirecional: planta de fôrmas (cotas em centímetros).



Fonte: A Autora (2018).

Figura 19 – Exemplo de laje nervurada unidirecional: seção transversal (cotas em centímetros).



Fonte: A Autora (2018).

Tabela 8- Cargas, propriedades mecânicas e geométricas consideradas no exemplo de lajes nervuradas unidirecionais.

Descrição	Valor/Unidade
Resistências características à compressão do concreto (f_{ck})	20 MPa
Resistências características ao escoamento do aço (f_{yk})	50 kN/cm ²
Cobrimento	2 cm
Carga variável	0,0003 kN/cm ²
Sobrecarga	0,0001 kN/cm ²
Cargas devido ao peso do enchimento	0,000089 kN/cm ²
Preço do aço CA 50	9,38 R\$/Kg

Fonte: A Autora (2018).

Na Tabela 9, apresentam-se os resultados obtidos pelo programa implementado nesta pesquisa e por Carvalho (2009). A segunda coluna de resultados apresentados nesta tabela, correspondem a etapa de validação do programa implementado. Para isso, foram consideradas as mesmas propriedades geométricas da seção transversal da laje nervurada e as mesmas propriedades mecânicas dos materiais empregados por Carvalho (2009). Por outro lado, a terceira coluna de resultados apresentados na Tabela 9, correspondem aos valores otimizados pelo programa desenvolvido nesta pesquisa.

Tabela 9 – Comparação entre os resultados obtidos por Carvalho (2009) e pelo programa implementado neste trabalho.

Parâmetro	Carvalho (2009)	Validação	Otimização	Diferença
Largura da nervura b_w (cm)	9	9	8,04	-10,67%
Altura da mesa h_f (cm)	6	6	5	-16,67%
Altura total da laje h (cm)	25	25	34,81	39,24%
Espaçamento entre eixos e_x (cm)	45	45	30	-33,33%
Espaçamento entre eixos e_y (cm)	45	45	59	31,11%
Momento fletor solicitante em X (kN.cm)	1187,5	1778,6	1107,2	-6,76%
Área de armadura A_s (cm ²)	1,76	1,94	0,851	-51,65%
Custo do concreto (R\$)	62,06	62,06	55,42	-10,7%
Custo do aço (R\$)	61,56	67,85	30,08	-51,13%
Custo por metro de laje (R\$)	123,62	129,91	85,50	-30,84%

Fonte: A Autora (2018).

Para melhor avaliar os resultados obtidos, foi feita uma divisão do custo total em 2 partes: concreto e armadura. O resultado da etapa de validação apresentou o mesmo valor obtido por Carvalho (2009) para o custo do concreto, uma vez que foram consideradas as mesmas propriedades geométricas e mecânicas para o exemplo analisado. Porém, o custo com armadura apresentou uma pequena diferença nos valores comparados com Carvalho (2009), ocasionando um aumento de 10,22% no custo do aço. Isso se justifica pela utilização de procedimentos e coeficientes diferentes dos adotados por Carvalho (2009) para o cálculo dos esforços e dimensionamento das armaduras longitudinais. Além da utilização dos valores das variáveis envolvidas com todas as casas decimais, sem realizar arredondamentos como é feito por Carvalho (2009). Devido às diferenças no dimensionamento se obteve um custo total com um aumento de 5,09%.

Para os resultados apresentados pelo programa otimizado, obteve-se uma economia de 51,13% na parcela do custo do aço. A partir dos valores apresentados na Tabela 9, observa-se que o programa implementado nesta pesquisa obteve uma

seção T com maior altura total h , porém com menor largura da nervura b_w e menor altura da mesa h_f , reduzindo a área dessa seção transversal de concreto. Com estas dimensões otimizadas, obteve-se uma redução de aproximadamente 10,7% no custo do volume de concreto, comparado com as dimensões de pré-dimensionamento propostas por Carvalho (2009).

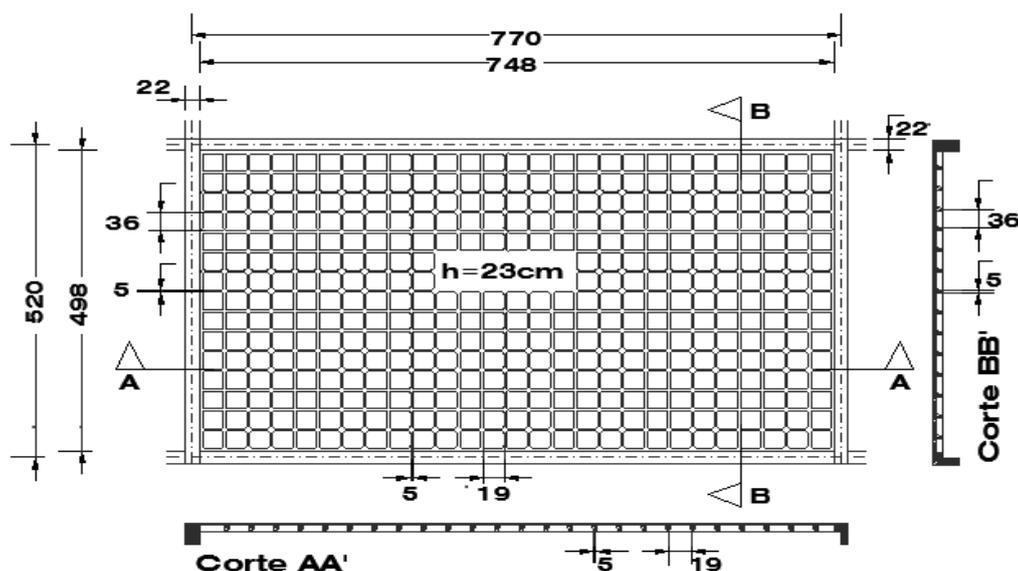
Observa-se que a variação destes parâmetros geométricos da seção transversal afeta de forma moderada o custo total. Uma vez que com o aumento da altura da seção transversal, a área de armadura pode ser reduzida devido ao aumento da contribuição de resistência da seção transversal de concreto. Com isso, obtém-se uma redução no custo final de 30,84%.

6.2 Exemplo de Laje Nervura Bidirecional

Este exemplo (Figuras 20 e 21) foi extraído de Bocchi e Giongo (2007). Como a relação entre os vãos λ é menor que dois, esta laje nervurada foi dimensionada como armada em duas direções.

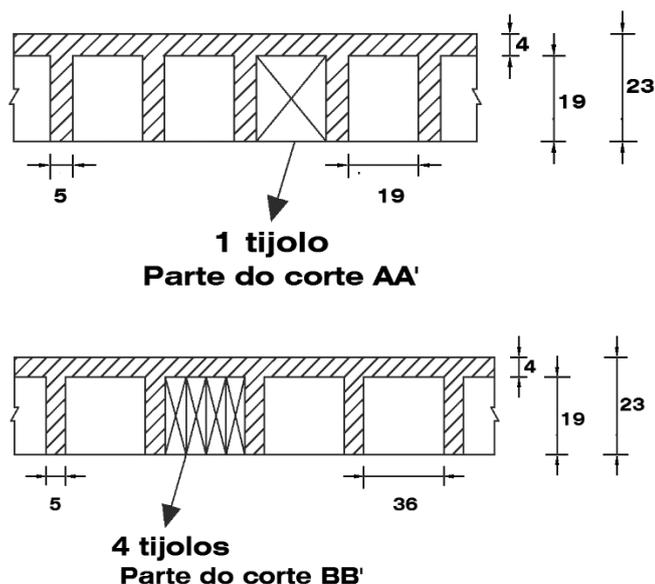
Como material de enchimento, nesta análise foram considerados tijolos cerâmicos furados 9x19x19 cm (Figura 21). Os demais dados estão apresentados na Tabela 10.

Figura 20- Exemplo de laje nervurada bidirecional: planta de fôrmas.



Fonte: A Autora (2018).

Figura 21- Exemplo de laje nervurada bidirecional: seção transversal (medidas em centímetros).



Fonte: A Autora (2018).

Tabela 10 - Cargas, propriedades mecânicas e geométricas consideradas no exemplo de lajes nervuradas bidirecionais.

Descrição	Valor/Unidade
Resistências características à compressão do concreto (f_{ck})	25 MPa
Resistências características ao escoamento do aço (f_{yk})	50 kN/cm ²
Cobrimento	2 cm
Carga variável	0,00015 kN/cm ²
Sobrecarga	0,0001 kN/cm ²
Cargas devido ao peso do enchimento	0,000172 kN/cm ²
Preço do aço CA 50	9,38 R\$/Kg

Fonte: A Autora (2018).

Apresenta-se na Tabela 11, os resultados determinados por Giongo (2007) e aqueles obtidos pelo programa implementado nesta pesquisa. A segunda coluna de resultados apresentados nesta tabela, correspondem a etapa de validação do programa implementado. Para isso, foram consideradas as mesmas propriedades

geométricas da seção transversal da laje nervurada e as mesmas propriedades mecânicas dos materiais empregados por Giongo (2007). Por outro lado, a terceira coluna de resultados apresentados na Tabela 11, correspondem aos valores otimizados pelo programa desenvolvido nesta pesquisa.

Tabela 11 – Comparação entre os resultados obtidos por Giongo (2007) e pelo programa implementado neste trabalho.

Parâmetro	Giongo (2007)	Validação	Otimização	Diferença
Largura da nervura b_w (cm)	5	5	5	-
Altura da mesa h_f (cm)	4	4	4	-
Altura total da laje h (cm)	23	23	29,10	26,52%
Espaçamento entre eixos e_x (cm)	24	24	20,01	-16,62%
Espaçamento entre eixos e_y (cm)	41	41	20	-51,22%
Momento fletor solicitante em X (kN.cm)	322	325,14	472,26	46,66%
Momento fletor solicitante em Y (kN.cm)	278	282,60	238,48	-14,21%
Área de aço A_{sx} (cm ²)	0,50	0,67	0,43	-14%
Área de aço A_{sy} (cm ²)	0,50	0,57	0,31	-38%
Custo concreto (R\$)	95,71	95,71	85,34	-10,83%
Custo aço (R\$)	46,85	57,67	33,76	-27,94%
Custo por metro de laje (R\$)	142,56	153,38	119,09	-16,46%

Fonte: A Autora (2018).

O resultado da etapa de validação apresentou o mesmo valor obtido por Giongo (2007) para o custo do concreto, uma vez que foram consideradas as mesmas propriedades geométricas e mecânicas para o exemplo analisado. Porém, o custo com armadura A_s apresentou uma pequena diferença nos valores devido à utilização de procedimentos diferentes dos adotados por Giongo (2007) para o

cálculo dos esforços e dimensionamento das armaduras longitudinais. Isto provocou um aumento no custo total de 7,59%.

Para os resultados apresentados pelo programa otimizado, observou-se que as únicas variáveis de projeto que tiveram diferenças nos valores comparados com Giongo (2007) foram a altura total da seção que aumentou 26,52% e os espaçamentos entre eixos de nervuras em X e Y que reduziram seus valores em 16,62% e 51,22% respectivamente. Essas reduções acarretaram em uma diminuição de aproximadamente 10,83% no custo do volume de concreto. Sendo assim, pode-se concluir que os espaçamentos entre eixos de nervuras têm uma importância significativa no custo do concreto. Como também, pode-se afirmar com isso que o aumento da altura total h da seção transversal da laje não interfere significativamente no aumento do custo do concreto.

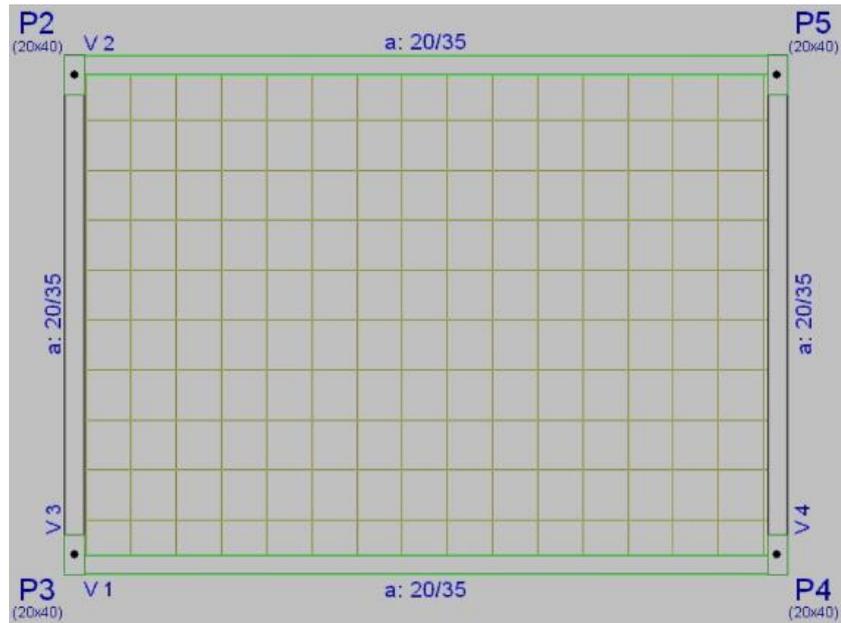
Uma vez que a altura da seção transversal aumentou quando comparada com aquela apresentada por Giongo (2007), a área de armadura A_s reduziu devido ao aumento de contribuição do concreto para a resistência da seção transversal da laje analisada. Com isso, obtém-se uma redução no custo total de 16,46%.

6.3 Exemplo de Laje Nervurada Dimensionada no CYPECAD

Este exemplo (Figura 22) também foi analisado com o intuito de validação do programa implementado nesta pesquisa. Para fins de comparação prática, este exemplo foi reproduzido também no programa comercial de cálculo estrutural CYPECAD.

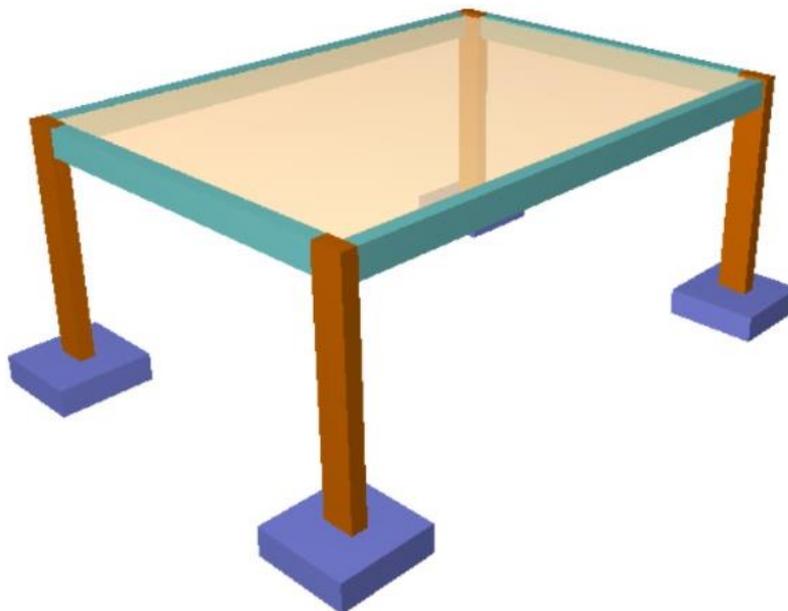
Nesta análise, considerou-se um painel de laje simplesmente apoiado nas vigas de contorno (Figura 22). Na Figura 23, mostra-se a estrutura em 3D do modelo de painel de laje nervurada. Adotou-se classe de agressividade ambiental II. As demais características de projeto estão apresentadas na Tabela 12. Para o exemplo reproduzido no CYPECAD, considerou-se uma das configurações de seção transversal existente neste programa comercial para dimensionamento de laje nervuradas (Figura 24).

Figura 22 – Laje nervurada reproduzida no CYPECAD: planta de fôrmas.



Fonte: A Autora (2018).

Figura 23 – Laje nervurada reproduzida no CYPECAD: imagem 3D.



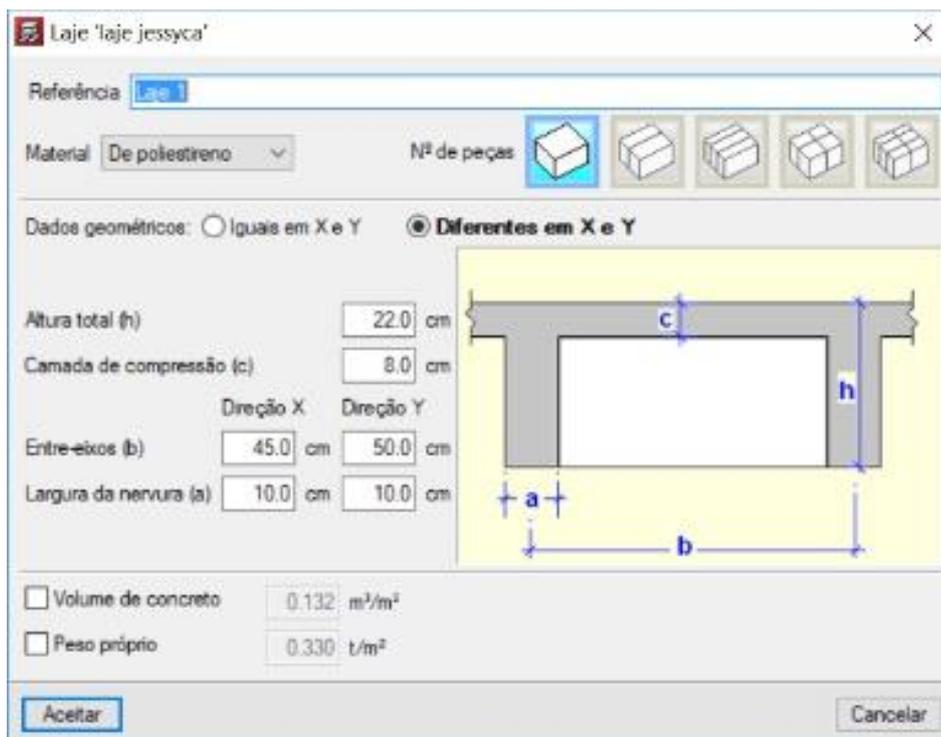
Fonte: A Autora (2018).

Tabela 12 – Dados de entrada considerados no exemplo de lajes nervuradas reproduzida no CYPECAD.

Descrição	Valor/Unidade
Comprimento do maior vão	720 cm
Comprimento do menor vão	500 cm
Resistências características à compressão do concreto (f_{ck})	30 MPa
Resistências características ao escoamento do aço (f_{yk})	50 kN/cm ²
Cobrimento	2 cm
Carga variável	0,0002 kN/cm ²
Sobrecarga	0,00015 kN/cm ²
Preço do aço	9,38 R\$/Kg

Fonte: A Autora (2018).

Figura 24 – Dados da seção transversal da laje utilizada como exemplo.



Fonte: CYPECAD (2018).

Apresenta-se na Tabela 13, os resultados obtidos pelo programa CYPECAD e aqueles obtidos pelo programa implementado nesta pesquisa.

Tabela 13 – Comparação entre os resultados do CYPECAD (2017) e do programa implementado nesta pesquisa.

Parâmetro	CYPECAD (2017)	Programa de Otimização	Diferença
Largura da nervura b_w (cm)	10	8	-20%
Altura da mesa h_f (cm)	8	5	-30%
Altura total da laje h (cm)	22	34,37	56,23%
Espaçamento entre eixos e_x (cm)	45	30	-33,33%
Espaçamento entre eixos e_y (cm)	50	30	- 40%
Momento fletor em X (kN.cm)	-	625,08	-
Momento fletor em Y (kN.cm)	-	329,94	-
Área de aço A_{sx} (cm ²)	2,50	1,14	-54,4%
Área de aço A_{sy} (cm ²)	1,25	0,59	-52,8%
Custo concreto (R\$)	205,33	152,68	-25,64%
Custo aço (R\$)	150,91	70,45	-53,32%
Custo por metro de laje (R\$)	356,24	223,13	-37,36%

Fonte: A Autora (2018).

Através da análise dos resultados obtidos (Tabela 13), percebe-se que a altura da laje aumentou aproximadamente 56,23% em relação a altura considerada no programa comercial CYPECAD. Todos os demais parâmetros tiveram seus valores reduzidos para o limite mínimo permitido pelo programa. Sendo assim, obteve-se uma redução de 25,64% no custo do volume de concreto.

A área de aço na direção X obteve uma redução de 54,4% em relação ao resultado do CYPECAD. Isso pode ser explicado pelo aumento considerável da altura total h da peça analisada. A área de aço obtida na direção Y foi o valor de armadura mínima estipulada pela ABNT NBR 6118 (2014). O custo do aço apresentou uma redução de 53,32% comparado com os resultados de dimensionamento obtidos com o uso do programa CYPECAD.

Observa-se que a seção ótima, gerada no programa implementado, apresentou uma economia de 37,36% comparada com a seção mais econômica dimensionada pelo CYPECAD.

Por fim, pode-se afirmar que o programa conseguiu cumprir o que foi proposto, uma vez que todos os resultados se mostram coerentes e o custo final das lajes nervuradas otimizadas são menores quando comparados com o custo total das lajes apresentadas na literatura e que foram tomadas como base nesta pesquisa. Desta forma com a utilização de técnicas de otimização, como o método dos Algoritmos Genéticos, torna-se possível projetar estruturas ou elementos estruturais mais racionalizados, através da redução de volume das peças estruturais, diminuindo assim, seu custo final e economizando material para produção.

6.4 Resultado do DOE

Como mencionado na metodologia, esta análise tem por objetivo estudar a influência das variáveis de projeto consideradas no processo de otimização do custo de lajes nervuradas. Com este método foi analisado a influência de cada variável na função objetivo, utilizando o programa Minitab 18.

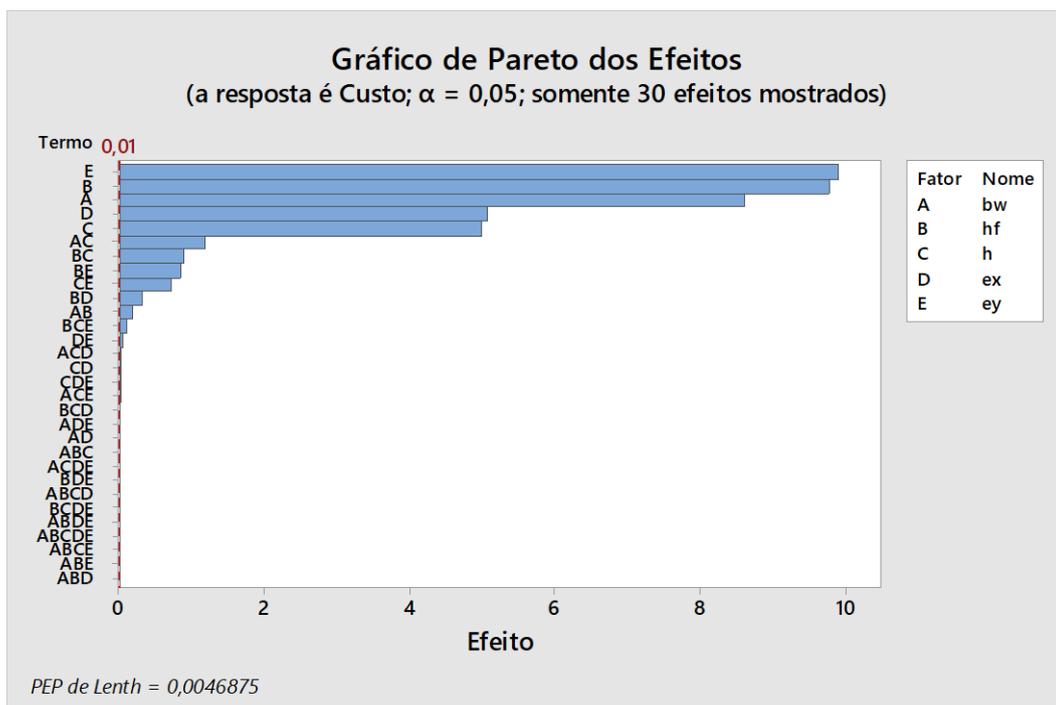
Quando cria-se um experimento, as informações são armazenadas na worksheet do Minitab 18 e inclui na matriz de planejamento as colunas para a ordem padrão (OrdemPad), ordem dos ensaios (OrdemEns), pontos centrais (PtCentral), blocos (Blocos) e uma coluna para cada fator analisado.

Uma vez analisados os dados no programa, empregam-se métodos gráficos para determinar quais efeitos são relevantes para o experimento. A interpretação dos gráficos permite obter conclusões práticas sobre os resultados.

6.4.1 Efeitos Principais e de Interação

Os fatores considerados neste estudo são: altura (h), altura da mesa (h_f), largura da nervura (b_w), espaçamento entre eixos em x (e_x) e espaçamento entre eixos em y (e_y). Para verificar quais efeitos influenciam na resposta, apresenta-se o Gráfico 1, o diagrama de Pareto dos efeitos padronizados.

Gráfico 1 – Gráfico de pareto dos efeitos com todas as combinações gerado no Minitab 18.

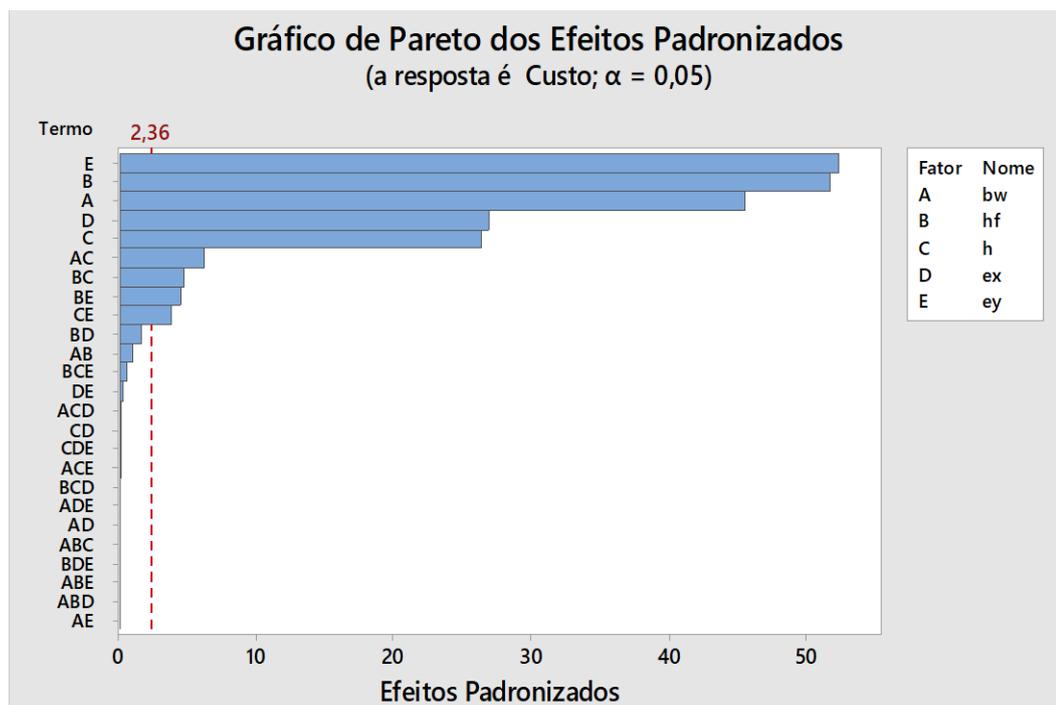


Fonte: A Autora (2018).

Observa-se que as combinações com 4 e 5 termos não apresentam efeitos significados. Dessa forma, foi escolhido para análise fatorial os termos até a 3 ordem.

Os novos gráficos, criados apenas com os termos até 3 ordem, são os diagrama de Pareto dos efeitos padronizados (Gráfico 2) e o de probabilidade normal (Gráfico 3), usados para verificar quais efeitos influenciam a resposta.

Gráfico 2 – Gráfico de pareto dos efeitos com os termos até 3 ordem, gerado pelo Minitab 18.



Fonte: A Autora (2018).

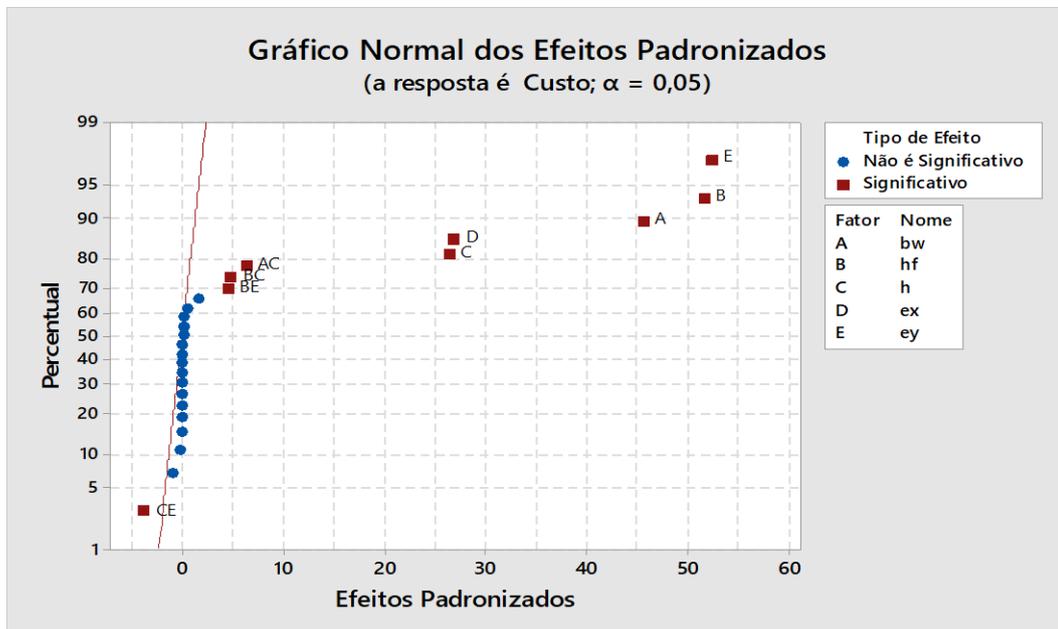
O Minitab 18 representa graficamente os efeitos principais em ordem decrescente de seus valores absolutos, conforme observado no Gráfico 2. Foi empregado no Minitab 18 um nível de significância de 5% para traçar a linha de referência, ou seja, o diagrama de Pareto expressa as variáveis consideradas significativas a 95% de nível de confiança. O Minitab 18 usa o método de Lenth para traçar a linha de referência. O pseudo erro padrão de Lenth baseia-se no conceito de efeitos esparsos, que assume que a variação nos menores efeitos se deve a erros aleatórios. Quaisquer efeitos que se estendam além da linha de referência são significativos.

Todos os 5 parâmetros apresentaram efeitos principais estatisticamente significativos ($\alpha = 0,05$). Além disso, é possível verificar que o maior efeito ocorre com o espaçamento entre eixos de nervuras na direção y (e_y), porque ele se estende além da linha de referência. Já com a altura total (h) ocorre o menor efeito porque é o que menos se estende além da linha de referência.

Como o gráfico Pareto exhibe o valor absoluto dos efeitos, é possível determinar quais efeitos são grandes, mas não é possível determinar quais efeitos

aumentam ou diminuem a resposta. O gráfico de probabilidade normal dos efeitos padronizados foi utilizado para examinar a magnitude e a direção dos efeitos (Gráfico 3).

Gráfico 3 – Gráfico normal dos efeitos, gerado pelo Minitab 18.



Fonte: A Autora (2018).

No gráfico de probabilidade normal dos efeitos, os efeitos que estão mais afastados de 0 são estatisticamente significativos. A cor e a forma dos pontos difere entre os efeitos estatisticamente significativos e estatisticamente não significativos. Por exemplo, no Gráfico 3, os quadrados vermelhos identificam os termos significativos. Além disso, o gráfico indica a direção do efeito. O fator E, por exemplo, tem um efeito padronizado positivo. Os efeitos positivos aumentam a resposta quando as definições mudam de nível baixo para nível alto do fator. Já a combinação CE tem efeitos padronizados negativos. Os efeitos negativos diminuem a resposta quando as definições mudam de nível baixo para nível alto do fator.

Os gráficos apresentaram efeitos significativos de interação apenas para as seguintes combinações: AC, BC, BE e CE. Essa análise demonstra que o fator C é o fator que mais causa efeito quando combinado com outros. Apresenta-se na Tabela 14 os valores dos efeitos para cada fator e a combinação deles.

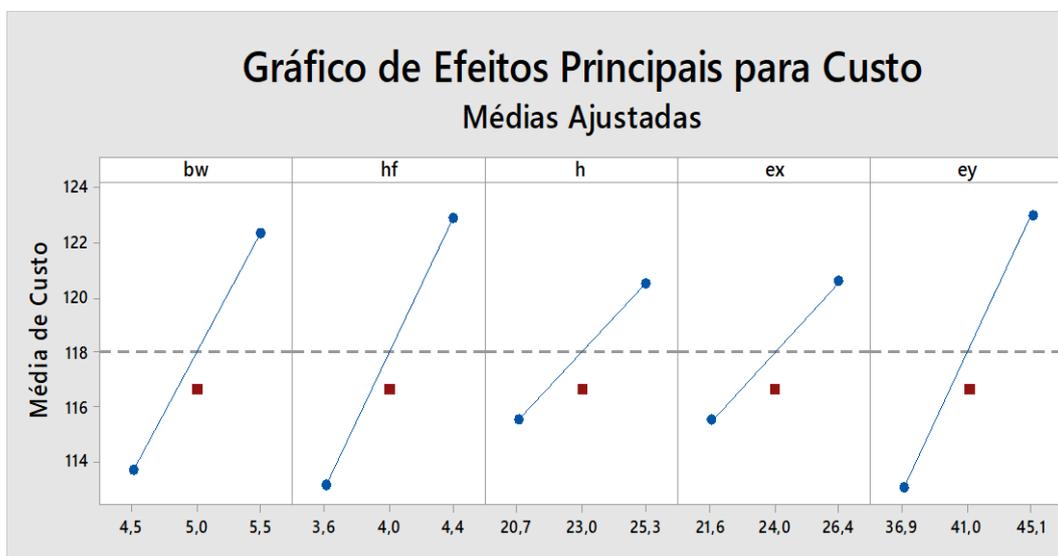
Tabela 14 – Tabela com efeitos.

Termo	Efeito	Termo	Efeito	Termo	Efeito
b_w	8,621	$b_w - e_y$	0,000625	$b_w - h_f - e_x$	-0,000625
h_f	9,774	$h_f * h$	0,8981	$b_w - h_f - e_y$	-0,000625
h	4,994	$h_f - e_x$	0,3119	$b_w - h - e_x$	0,02938
e_x	5,078	$h_f - e_y$	0,8469	$b_w - h - e_y$	-0,02812
e_y	9,908	$h - e_x$	0,02938	$b_w - e_x - e_y$	-0,006875
$b_w - h_f$	-0,18063	$h - e_y$	-0,7231	$h_f - h - e_x$	-0,011875
$b_w - h$	1,1919	$e_x - e_y$	-0,05687	$h_f - h - e_y$	0,10563
$b_w - e_x$	-0,004375	$b_w - h_f - h$	-0,004375	$h_f - e_x - e_y$	0,001875
				$h - e_x - e_y$	0,02937

Fonte: A Autora (2018).

Foram executadas análises adicionais para compreender melhor os resultados. Para identificar as melhores configurações dos fatores, foram criados gráficos fatoriais. Nos Gráfico 4 e 5, mostram-se os gráficos de efeitos principais e de interações.

Gráfico 4 – Gráfico de efeitos principais para custo, gerado pelo Minitab 18.



Fonte: A Autora (2018).

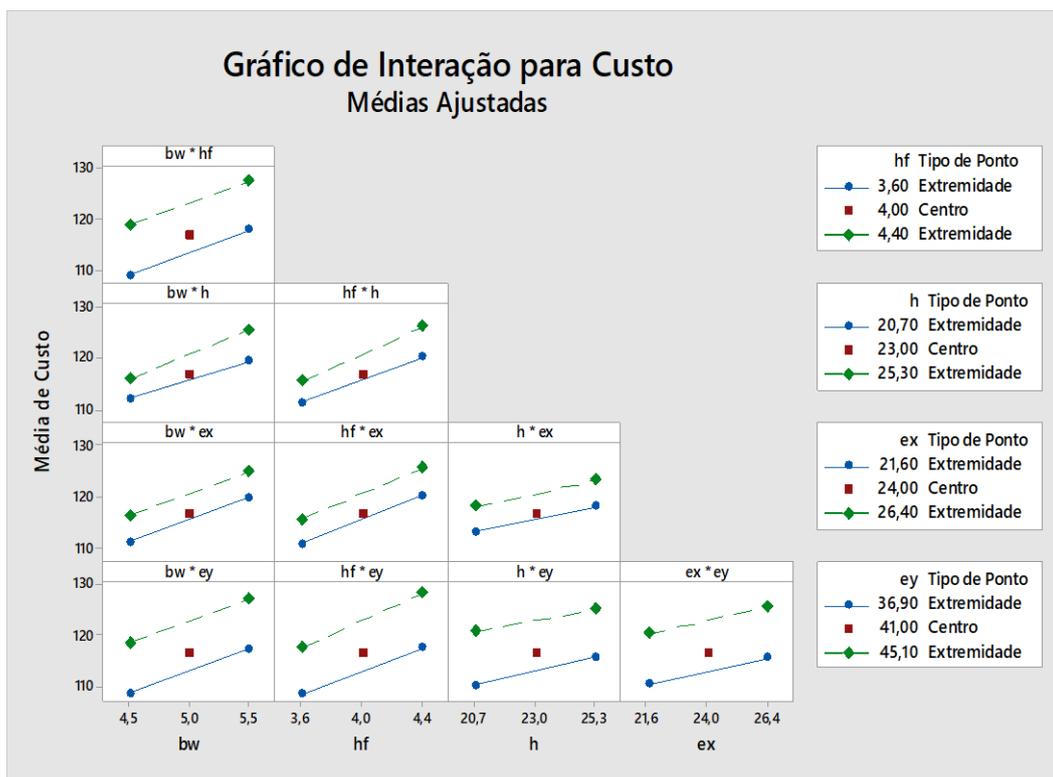
Um efeito principal é a diferença na resposta média entre dois níveis e um fator. O gráfico de efeitos principais mostra as médias de custo, usando os 5 fatores do experimento e seus respectivos níveis. Cada ponto representa o custo médio para um nível de um fator. A linha central horizontal mostra o custo médio de todos os ensaios. O ponto vermelho representa o valor do custo no ponto central dos dois níveis para os fatores.

Para determinar se há um efeito principal presente, deve-se avaliar as inclinações das linhas. Quando a linha é horizontal (paralela ao eixo x), não há nenhum efeito principal. O valor do custo não varia com a mudança de nível. Quando a linha não é horizontal, existe um efeito principal. O valor do custo não é o mesmo para todos os valores de nível. Quanto maior a inclinação da linha, maior é a magnitude do efeito principal.

Pode-se observar que o painel do fator altura total (h) é o que apresenta o menor efeito principal, já os outros fatores apresentam efeitos significativos. O comportamento da altura da mesa (h_f) e da largura da nervura (b_w) são bem semelhantes, onde obtiverão valores próximos relacionados ao custo. Esse gráfico também mostra que o fator mais significativo no custo é o espaçamento entre eixos de nervuras na direção y (e_y), pois apresenta a maior inclinação. Pode-se observar em todos os painéis que os menores valores para o custo são sempre obtidos utilizando os níveis baixos (-) dos fatores analisados.

Quando não são observadas interações significativas entre os fatores, um gráfico de efeitos principais descreve adequadamente as relações entre cada fator e a resposta. Porém, como a interação é significativa para alguns fatores, torna-se necessário examinar o gráfico de interação. Uma interação significativa entre dois fatores pode afetar a interpretação dos efeitos principais. O gráfico de interações apresenta o impacto de todos os fatores na resposta, sendo assim, é de suma importância a avaliação das interações. Apresenta-se no Gráfico 5, o gráfico de efeito de interação entres os fatores.

Gráfico 5 – Gráfico de efeitos de interação entre os fatores na função custo, gerado pelo Minitab 18.



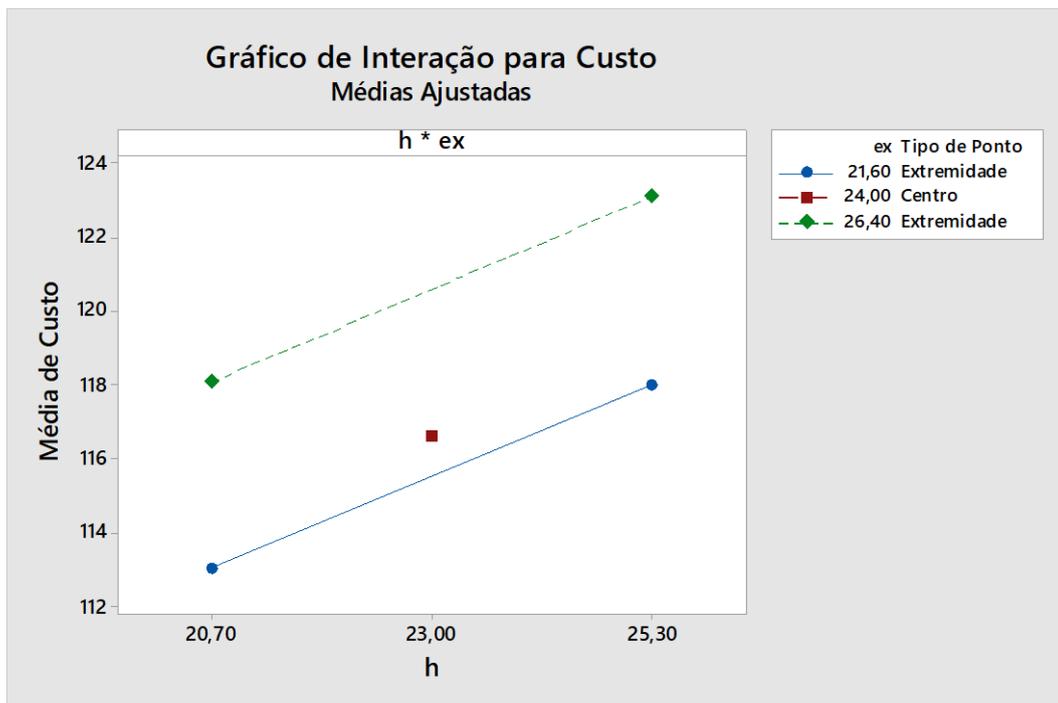
Fonte: A Autora (2018).

As legendas exibem os níveis de cada fator. Cada ponto no gráfico de interações mostra o custo médio em diferentes combinações de níveis de fator. Se as linhas forem paralelas não ocorre nenhuma interação, e caso contrário, o gráfico indicará que há uma interação entre os dois fatores. Quanto menos paralelas forem as linhas, maior será a intensidade da interação.

Observam-se nos painéis da Gráfico 5 que existem interações entre os 4 fatores que já tinham apresentado relevância sozinhos, sendo eles: e_y , h_f , b_w e h . O dimensionamento utilizando os níveis baixos (-) para esses fatores obtiveram o menor valor para o custo.

Os gráficos de interações indicam que o fator espaçamento entre eixos de nervuras na direção x (e_x) não tem efeito significativo quando combinado com os demais fatores, pois todas as linhas de interação estão praticamente paralelas, conforme observado na Gráfico 6 que exibe a interação CD.

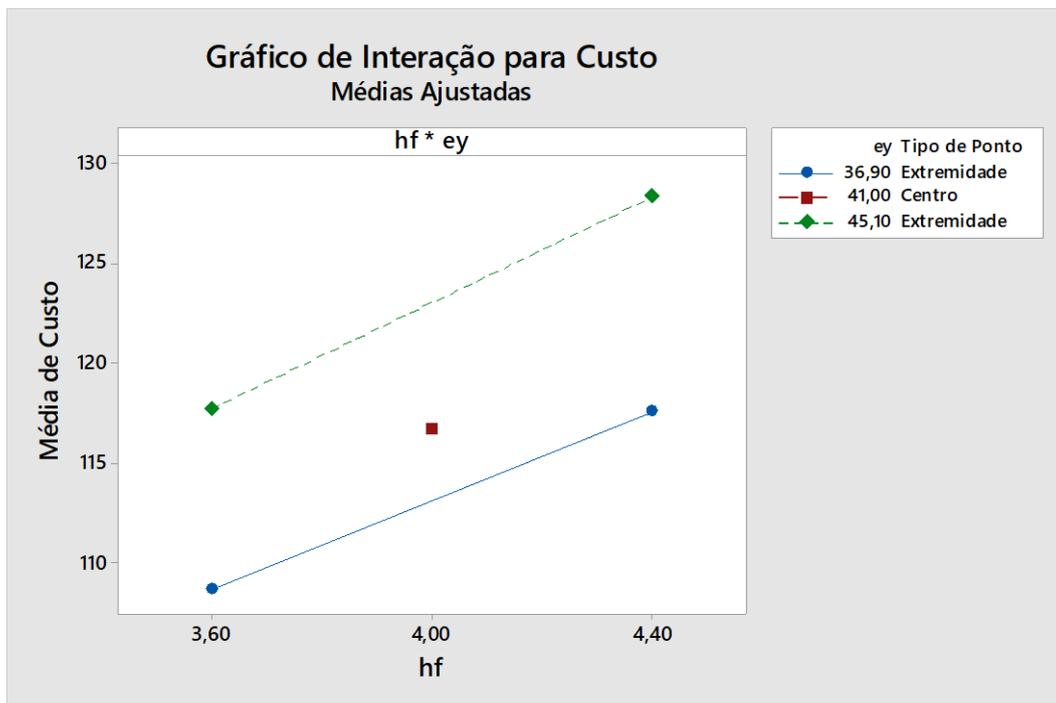
Gráfico 6 - Gráfico de efeitos de interação entre h e e_x na função custo, gerado pelo Minitab 18.



Fonte: A Autora (2018).

Pode-se observar que todas as combinações que tem a altura total (h), tiveram as linhas bem próximas umas das outras. Sendo assim, conclui-se que variando apenas o valor de h , não se tem grandes modificações no custo, como pode ser visto nos painéis ($h - e_x$) e ($h - e_y$). Contudo, para o fator e_y observou-se o contrário, ou seja, ocorrem espaçamentos maiores entre as linhas. Quanto mais se aumenta o seu valor, maior será o custo. Além disso, todas as interações que se combinavam com h_f , apresentaram inclinações relevantes.

Gráfico 7 – Gráfico de efeitos de interação entre hf e ey na função custo, gerado pelo Minitab 18.



Fonte: A Autora (2018).

Após a otimização, foi gerado um modelo que pode ser representado pela seguinte Equação:

$$\text{Custo} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \quad (85)$$

$$C_1 = -15 - 2,6b_w + 0,7h + 1,33e_x + 2,36e_y - 0,31b_w h_f + 0,53b_w h - 0,09b_w e_x \quad (86)$$

$$C_2 = +0,087b_w e_y + 0,22h_f e_x - 0,07h_f e_y - 0,04h e_x - 0,095h e_y - 0,015e_x e_y \quad (87)$$

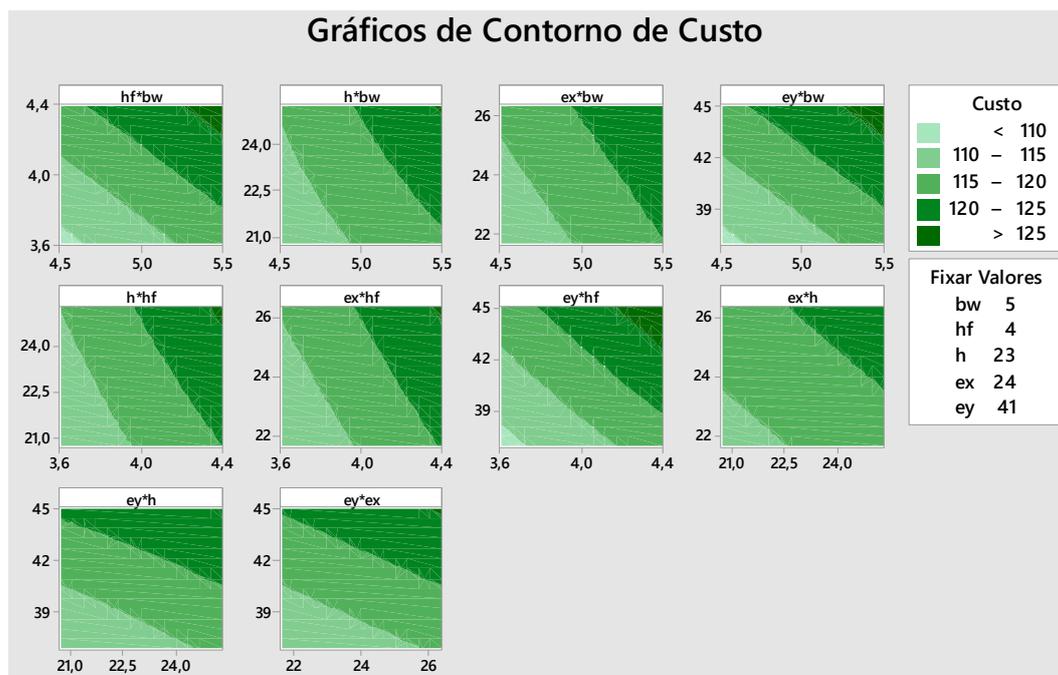
$$C_3 = -0,005b_w h_f h - 0,001b_w h_f e_x + 0,0053b_w h e_x - 0,003b_w h e_y - 0,0007b_w e_x e_y \quad (88)$$

$$C_4 = -0,0027h_f h e_x + 0,014h_f h e_y + 0,0002h_f e_x e_y + 0,00065h e_x e_y \quad (89)$$

Com base na Equação 85 do modelo, foi criado um gráfico de contorno para verificar como os valores de resposta ajustados se relacionam a duas variáveis contínuas. Os gráficos de contorno são úteis para o estabelecimento dos valores de resposta e das condições de funcionamento desejáveis.

As superfícies de resposta, geradas na otimização, auxiliam para ilustrar as melhores condições. No Gráfico 8 apresentam-se os gráficos de contorno do custo.

Gráfico 8 – Gráfico de contorno de custo, gerado pelo Minitab 18.



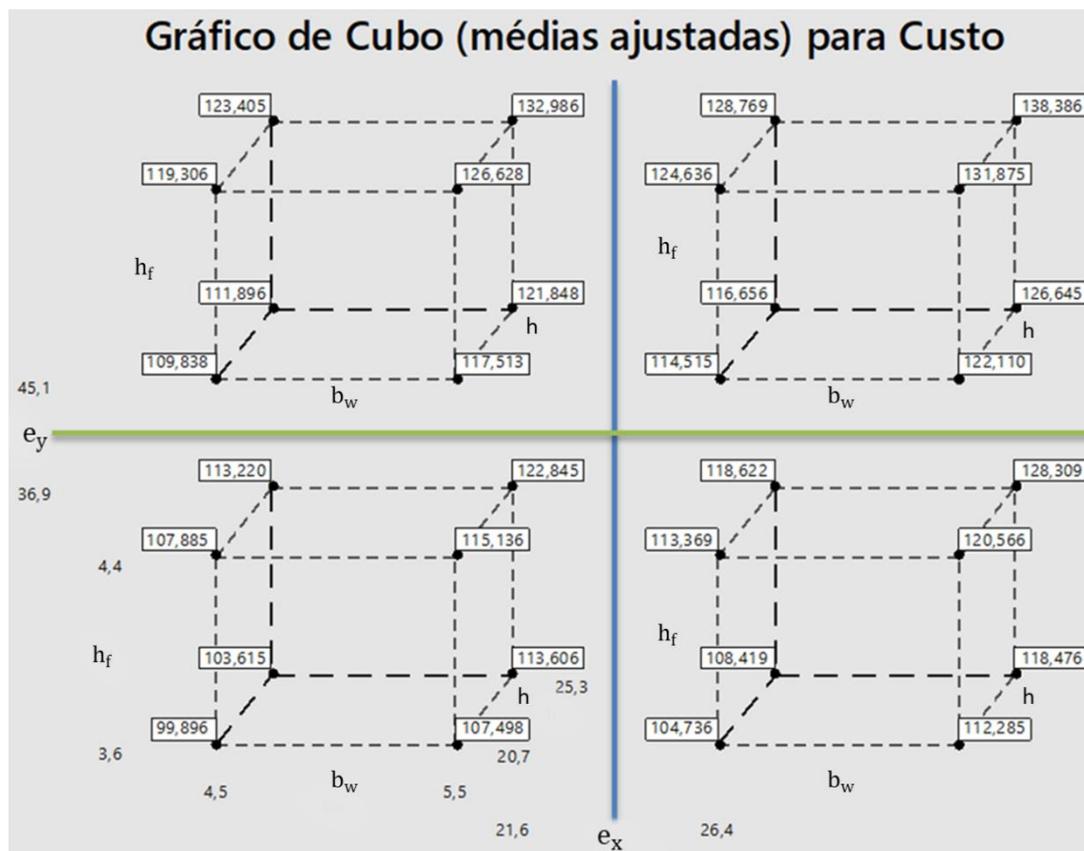
Fonte: A Autora (2018).

Vale ressaltar que a maior variação de áreas e as maiores inclinações foram observadas na combinação $(e_y - e_x)$. As demais combinações apresentam dependência. Os maiores valores para o custo estão no canto superior direito do gráfico, o qual corresponde aos níveis altos (+) dos fatores. Os menores valores para o custo estão no canto inferior esquerdo do gráfico, o qual corresponde aos níveis baixos (-) dos parâmetros.

O painel que apresentou os maiores e menores valores para o custo foi $(h_f - e_y)$. Essa observação pode levar a conclusão que esses dois fatores são os mais significativos no custo quando são variados.

Também foi utilizado um gráfico de cubo para mostrar a relação entre os fatores e uma resposta. Cada cubo pode mostrar três fatores. Para exibir todas as combinações de definições de fatores para os 5 fatores e a média ajustada para cada combinação, foram utilizados 4 cubos, conforme apresentado no Gráfico 9.

Gráfico 9 – Gráfico de cubo para custo, gerado pelo Minitab 18.



Fonte: A Autora (2018).

Os cubos à esquerda da linha azul mostram a média de resposta quando e_x é igual a 21,6 cm. Já os cubos à direita mostram a média de resposta quando e_x é igual a 26,4 cm. Os cubos acima da linha verde mostram a média de resposta quando e_y é igual a 45,1 cm. Já os cubos abaixo da linha verde mostram a média de resposta quando e_y é igual a 36,9 cm. As partes de trás do cubo mostram a média de resposta quando h é igual a 25,3 cm e a parte da frente para valor igual a 20,7 cm. As partes de cima do cubo mostram a média de resposta quando h_f é igual a 4,4 cm e a parte inferior para valores de h_f igual a 3,6 cm. O lado esquerdo do cubo mostra a média de resposta quando b_w é igual a 4,5 cm e o lado direito para valores iguais a 5,5 cm.

Foram usadas as médias ajustadas no gráfico de cubo para avaliar as previsões do modelo em todos os pontos no experimento. Por exemplo, a combinação de $e_x=21,6$ cm, $e_y=36,9$ cm, $b_w=4,5$ cm, $h_f=3,6$ cm e $h=20,7$ cm está

associada com a menor média de valores ajustados de isolamento para o custo igual a R\$ 99,896.

6.4.2 Análise de Variância

Neste caso não foi possível construir a tabela da ANOVA, pois o modelo da análise de variância iria envolver todos os efeitos, que resultaria em diversos resíduos iguais a zero. Mostra-se na Tabela 15 a construção da tabela para o experimento em questão. A abordagem dada aqui é prática e específica para planejamento fatorial de dois níveis.

Tabela 15 - Gráfico de análise de variância.

Fonte	GL	SQ Seq	Contribuição	SQ (Aj.)	QM (Aj.)
b_w	1	594,52	23,03%	594,52	594,521
h_f	1	764,31	29,61%	764,31	764,307
h	1	199,55	7,73%	199,55	199,550
e_x	1	206,30	7,99%	206,30	206,299
e_y	1	785,37	30,43%	785,37	785,368
b_w - h_f	1	0,26	0,01%	0,26	0,261
b_w - h	1	11,36	0,44%	11,36	11,365
h_f*h	1	6,45	0,25%	6,45	6,453
h_f - e_x	1	0,78	0,03%	0,78	0,778
h_f - e_y	1	5,74	0,22%	5,74	5,738
h - e_x	1	0,01	0,00%	0,01	0,007
h - e_y	1	4,18	0,16%	4,18	4,183
e_x - e_y	1	0,03	0,00%	0,03	0,026
b_w - h - e_x	1	0,01	0,00%	0,01	0,007
b_w - h - e_y	1	0,01	0,00%	0,01	0,006
h_f - h - e_x	1	0,00	0,00%	0,00	0,001
h_f - h - e_y	1	0,09	0,00%	0,09	0,089
h - e_x - e_y	1	0,01	0,00%	0,01	0,007
Total	32	2580,97	100,00%		

Fonte: A Autora (2018).

O primeiro passo envolve calcular a soma de quadrados para todos os fatores e suas interações. Percebe-se uma correspondência dos valores em destaque na Tabela 15 com o que foi visto anteriormente, chegando-se a mesma conclusão quanto aos efeitos relevantes. As combinações de fatores que apresentaram contribuição nula, não foram incluídas na Tabela 14. Portanto, o modelo da análise de variância é definido pelas variáveis em destaque na Tabela 15.

Para os resíduos, calcula-se a diferença entre o total e a soma de todos os fatores. Nesse caso o resíduo foi zero, por causa dos efeitos analisados. Com relação aos graus de liberdade para as fontes de variação, deve-se determinar o número de níveis menos um. Como o estudo envolve dois níveis por fator, o grau de liberdade é igual a um. De forma semelhante, o número de graus de liberdade total é dado pelo tamanho do experimento menos um. Nesse caso o $33-1= 32$. O quadrado médio, nada mais é que a divisão da soma de quadrados pelos respectivos graus de liberdade.

6.5 Estudo Paramétrico de Lajes Nervuradas

Este item apresenta os resultados referentes ao estudo paramétrico realizado em diferentes painéis de lajes nervuradas moldadas no local. O estudo paramétrico foi dividido em três grupos, conforme a seção 5.4.

Tabela 16 – Dimensões dos vãos das lajes nervuradas analisadas (medidas em m).

$\lambda =1$	$\lambda =2$	$\lambda =3$
3x3	3x6	3x9
4x4	4x8	4x12
5x5	5x10	5x15

Fonte: A Autora (2018).

Para a análise dessas lajes, foi adotada classe de agressividade ambiental II. Todas as outras características de projeto estão apresentadas na Tabela 17.

Tabela 17 – Dados utilizados no estudo paramétrico com os painéis de lajes.

Descrição	Valor/Unidade
Resistências características ao escoamento do aço (f_{yk})	50 kN/cm ²
Classe de agressividade ambiental	2
Largura da viga de apoio	20 cm
Carga variável	0,0003 kN/cm ²
Sobrecarga	0,00015 kN/cm ²
Diâmetro da barra de aço	1.25 cm
Preço do aço	9,38 R\$/Kg

Fonte: A Autora (2018).

Essas análises foram feitas, fixando os tamanhos das lajes e variando para cada painel de laje a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}). Para que possa ser feita uma análise mais geral em relação às variáveis de projeto e os custos referentes a cada laje estudada, foram geradas superfícies nas quais se mostra a variação das variáveis de projeto e o custo obtidos em função da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) e do comprimento das lajes analisadas.

6.5.1 Resultados do Estudo Paramétrico para as Lajes com $\lambda=1$.

Apresenta-se na Tabela 18 os resultados da otimização do painel de laje (3x3m) para os diferentes valores considerados para a resistência característica à compressão do concreto f_{ck} . Para todos os casos analisados neste item, foram obtidos os valores mínimos prescritos pela ABNT NBR 6118 (2014) e pelo programa de otimização para todas as variáveis de projeto e áreas de aço. Observa-se que custo total cresce conforme aumento o custo do concreto.

Tabela 18 – Resultados da otimização do painel de laje (3x3m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	43.519	59.742
25	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	47.655	63.878
30	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	49.365	65.588
35	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	50.853	67.076
40	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	52.63	68.853
45	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	55.447	71.67
50	8	5	20	0.40	0.40	30	30	101.53	101.97	16.223	65.76	81.982

Fonte: A Autora (2018).

Apresenta-se na Tabela 19 os resultados da otimização do painel de laje (4x4m). Pode-se concluir que o comportamento apresentado foi semelhante aos resultados obtidos no painel de laje 3x3m (Tabela 18).

Tabela 19 – Resultados da otimização do painel de laje (4x4) m.

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	59.519	81.706
25	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	65.176	87.363
30	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	67.514	89.701
35	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	69.549	91.736
40	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	71.979	94.16
45	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	75.832	98.019
50	8	5	20	0.40	0.40	30	30	189.9	190.7	22.187	89.936	112.12

Fonte: A Autora (2018).

Na Tabela 20, apresentam-se os resultados da otimização do painel de laje (5x5m). Pode-se observar que a área de aço diminuiu com o aumento da

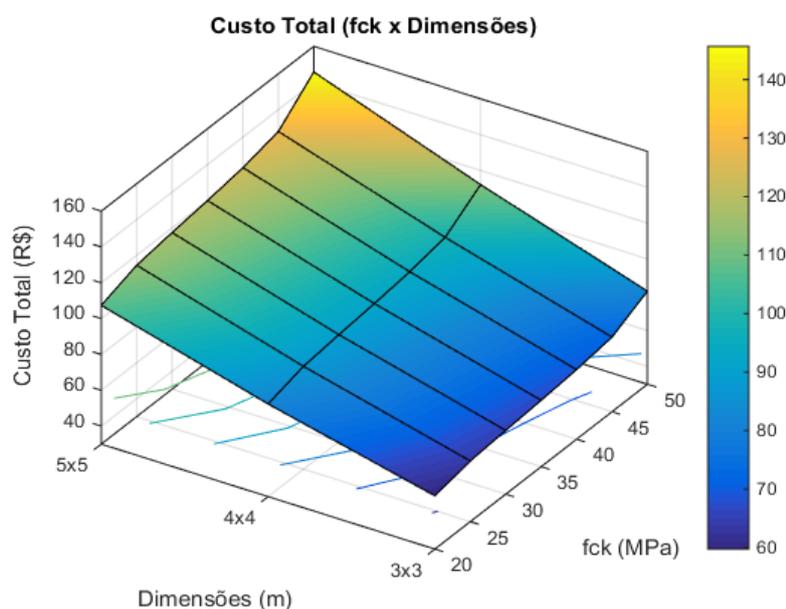
resistência característica à compressão do concreto. O resto das variáveis mostram um comportamento semelhante aos obtidos no painel de laje (3x3m). O custo final desta última laje segue a mesma tendência das lajes anteriores, conforme observado na Figura 36.

Tabela 20 – Resultados da otimização do painel de laje (5x5m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8	5	20	0.458	0.460	30	30	305.7	307.06	31.908	75.518	107.43
25	8	5	20	0.456	0.458	30	30	305.7	307.06	31.793	82.696	114.49
30	8	5	20	0.455	0.457	30	30	305.7	307.06	31.718	85.663	117.38
35	8	5	20	0.454	0.456	30	30	305.7	307.06	31.664	88.245	119.91
40	8	5	20	0.454	0.456	30	30	305.7	307.06	31.624	91.329	122.95
45	8	5	20	0.453	0.455	30	30	305.7	307.06	31.593	96.217	127.81
50	8	5	20	0.453	0.455	30	30	305.7	307.06	31.568	114.11	145.68

Fonte: A Autora (2018).

Gráfico 10 - Gráfico de superfície do custo total de duas nervuras dos painéis de lajes para $\lambda=1$.



Fonte: A Autora (2018).

6.5.2 Resultados do Estudo Paramétrico para as Lajes com $\lambda=2$.

Os resultados obtidos para o painel de laje (3x6m) estão expostos na Tabela 21.

Tabela 21 – Resultados da otimização da laje 3x6m.

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8	5	20	0.451	0.405	30	30	301	76.098	26.088	67.519	93.606
25	8	5	20	0.449	0.405	30	30	301	76.098	26.056	73.936	99.992
30	8	5	20	0.448	0.405	30	30	301	76.098	26.035	76.588	102.62
35	8	5	20	0.447	0.405	30	30	301	76.098	26.02	78.897	104.92
40	8	5	20	0.447	0.405	30	30	301	76.098	26.009	81.654	107.66
45	8	5	20	0.446	0.405	30	30	301	76.098	26	86.025	112.02
50	8	5	20	0.446	0.405	30	30	301	76.098	25.993	102.02	128.02

Fonte: A Autora (2018).

Os resultados obtidos pelo programa de otimização para a laje (3x6m) mostram que todos os parâmetros ficaram com os valores mínimos prescritos pela ABNT NBR 6118 (2014) e programa de otimização. A área de aço na direção X diminuiu com o aumento da resistência característica à compressão do concreto. Já na direção Y, a área de aço adotada foi o limite mínimo estipulado pela norma ABNT NBR 6118 (2014).

O custo do aço diminuiu e o custo do concreto aumentou com o aumento do f_{ck} , uma vez que o preço do concreto aumenta com o aumento da resistência f_{ck} . O custo total segue o mesmo comportamento do custo do concreto.

Na Tabela 22 são apresentados os resultados obtidos para lajes (4x8m). Apresenta-se um comportamento bem semelhante ao da laje anterior, com exceção para o caso com f_{ck} 20 MPa que teve mudança em todos os seus parâmetros e para o caso com f_{ck} de 25 que obteve valores diferentes na atura total da laje. Pode-se observar que para o caso com f_{ck} 25 MPa, os custos parciais do concreto

e aço não apresentaram os valores mínimos comparados com os demais casos, porém apresentou o menor custo total para este caso de painel de laje. A partir do f_{ck} 30 MPa o custo total aumenta com o aumento do f_{ck} . A área de aço na direção Y obteve o valor mínimo prescrito pela ABNT NBR 6118 (2014).

Tabela 22 – Resultados da otimização do painel de laje (4x8m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8.3	5.1	22.1	0.81	0.45	30.7	30.4	606.6	151.9	47.61	101.14	148.8
25	8	5	20.6	0.84	0.41	30	30	570.1	144.1	46.14	102.11	148.2
30	8	5	20	0.85	0.40	30	30	563.1	142.3	46.22	103.81	150.0
35	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	46.15	106.94	153.1
40	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	46.10	110.68	156.8
45	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	46.05	116.6	162.7
50	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	46.10	138.29	184.3

Fonte: A Autora (2018).

Os resultados obtidos para a laje (5x10m) estão apresentados na Tabela 23. O caso que considerou a utilização de f_{ck} igual a 40 MPa foi o que apresentou os melhores valores, resultando em uma diferença de 0,73% no custo final quando comparado ao caso com f_{ck} 20 MPa que apresenta o segundo melhor valor de custo total, mesmo possuindo o menor valor do custo de concreto.

Como já foi mencionado anteriormente, as lajes com $\lambda \geq 2$ apresentam armaduras principais em apenas uma direção. Sendo assim, foram considerados os valores mínimos para as áreas de aço na direção Y prescritos pela ABNT NBR 6118 (2014).

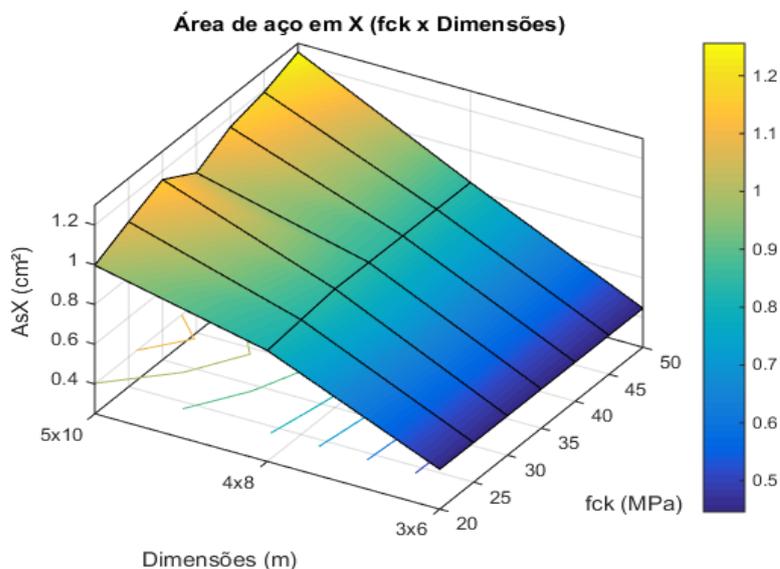
Tabela 23 – Resultados da otimização do painel de laje (5x10m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8.2	5	31	1.0	0.55	30.6	31.0	1128	289.3	74.92	158.55	233.5
25	8.4	5	28	1.1	0.53	30.9	31.7	1086.2	281.2	75.80	164.88	240.7
30	8.6	5	26	1.16	0.51	31.4	32.4	1063.1	277.8	77.31	165.72	243.0
35	8	5	27.4	1.06	0.49	30	30	1041.4	263.3	72.57	165.64	238.2
40	8	5	24.5	1.15	0.46	30	30	987.1	249.5	73.10	158.74	231.8
45	8	5	23.4	1.19	0.45	30	30	967.6	244.6	73.51	162.42	235.9
50	8	5	21.9	1.26	0.43	30	30	940.6	237.8	74.41	184.66	259.1

Fonte: A Autora (2018).

O painel de laje (5x10m) apresentou um aumento no valor da área de aço com a mudança do valor do f_{ck} . Esse aumento pode ser justificado pela redução do valor da altura total da laje com o aumento do f_{ck} , reduzindo o volume total de concreto e dessa forma aumentando a área de aço para preservar a capacidade resistente da seção. Esse comportamento fica mais evidente nos Gráfico 11 e 12.

Gráfico 11 – Gráfico de superfície da área de aço para os painéis de lajes com $\lambda=2$.

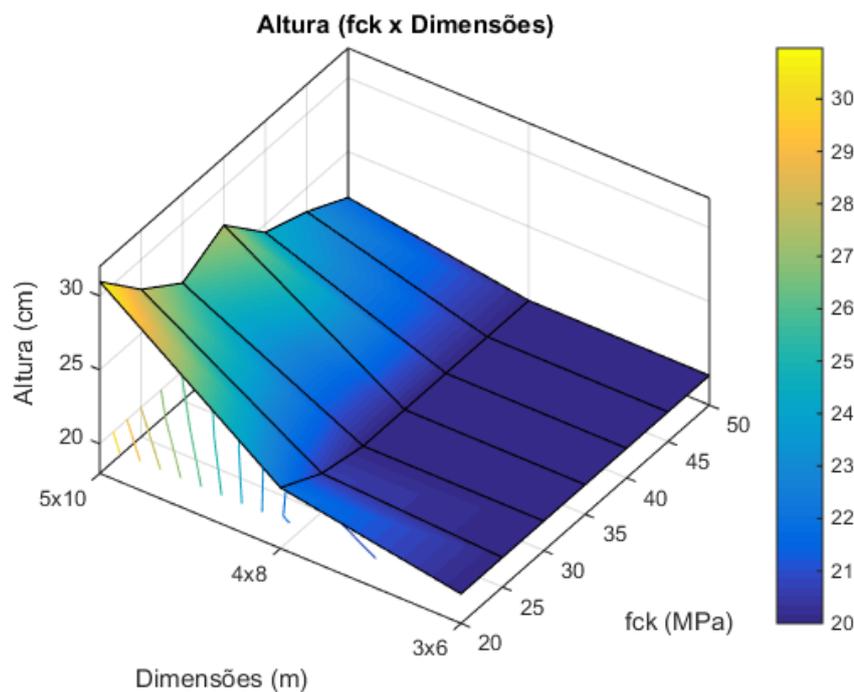


Fonte: A Autora (2018).

A superfície do Gráfico 11 mostra-se bastante uniforme quando comparada às lajes (3x6) m e (4x8) m, permanecendo praticamente o mesmo valor de área para todas as resistências analisadas. Já para a laje (5x10) m, a área de armadura aumenta proporcionalmente em relação ao aumento dos vãos das lajes, confirmando que os esforços a serem suportados aumentam proporcionalmente com o aumento do vão livre entre os apoios.

No Gráfico 12, pode-se observar que ao aumentar os vãos da laje, a altura total da laje aumenta. Porém, a altura da laje diminui com o aumento da resistência do concreto, ficando evidente na laje (5x10) m.

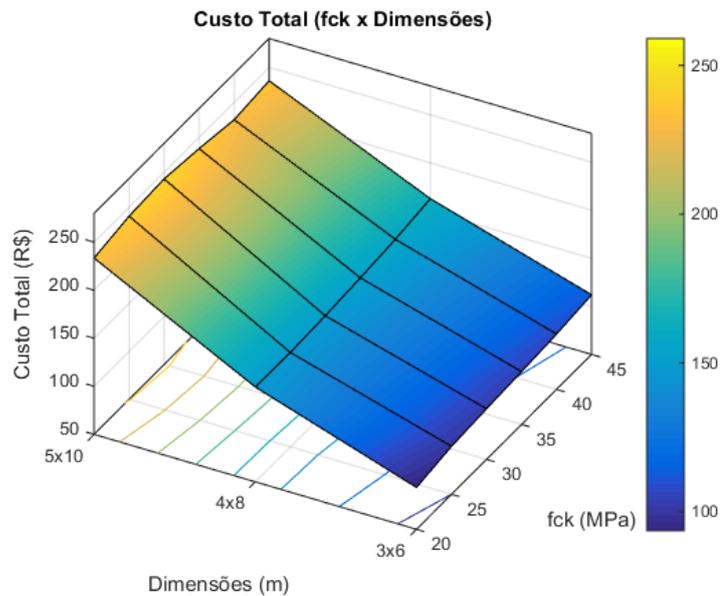
Gráfico 12 - Gráfico de superfície da altura total h para os painéis de lajes com $\lambda=2$.



Fonte: A Autora (2018).

O custo do aço aumenta com aumento do valor do f_{ck} , com exceção dos casos que consideraram f_{ck} 35 e 40 MPa. Já o custo do concreto atinge o menor valor para o f_{ck} 20 MPa e o maior valor para o caso de f_{ck} 50 MPa. O custo total apresentou um comportamento variado, como mostrado no Gráfico 13.

Gráfico 13 - Gráfico de superfície do custo total de duas nervuras dos painéis de lajes para $\lambda=2$.



Fonte: A Autora (2018).

6.5.3 Resultados do Estudo Paramétrico para as Lajes com $\lambda=3$.

Semelhante aos resultados obtidos na laje (3x3m), os parâmetros da laje (3x9m) obtiveram os valores mínimos prescritos pela ABNT NBR 6118 (2014), conforme observado na Tabela 24. A área de aço na direção X diminuiu pouco com o aumento da resistência f_{ck} . Porém, a área de aço na direção Y obteve o valor mínimo prescrito pela ABNT NBR 6118 (2014). O Custo do concreto e o custo total aumentaram com o aumento do valor do f_{ck} .

Tabela 24 – Resultados da otimização do painel de laje (3x9m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	35.03	91.52	126.55
25	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	35.00	100.22	135.22
30	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	34.98	103.81	138.79
35	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	34.97	106.94	141.91
40	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	34.95	110.68	145.63
45	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	34.95	116.60	151.55
50	8	5	20	0.45	0.40	30	30	301.0	76.1	34.94	138.29	173.23

Fonte: A Autora (2018).

No caso do painel de laje (4x12m), os resultados estão expostos na Tabela 25. Os casos que consideraram concreto de classes de resistência C20 e C25 apresentam o mesmo comportamento da laje (3x9m). O resultado para o caso com f_{ck} de 25MPa apresenta o menor custo total para essa painel de laje. Porém, o custo do aço apresenta uma diferença de 0,59% comparado com o caso de f_{ck} de 50 MPa. Já o custo do concreto aumentou 1,03% comparado com o caso de f_{ck} 20 MPa. Porém, considerando o custo total, apresentou uma redução de 0,52% no comparado com o caso de f_{ck} de 20 MPa e uma redução de 19,83% comparado com o caso de f_{ck} de 50 MPa.

Tabela 25 – Resultados da otimização do painel de laje (4x12m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8.3	5.1	22.1	0.81	0.45	30.7	30.4	606.6	151.9	60.74	136.37	197.11
25	8	5	20.6	0.81	0.41	30	30	570.1	144.1	58.29	137.79	196.08
30	8	5	20	0.85	0.40	30	30	563.1	142.3	58.15	140.11	198.26
35	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	58.08	144.33	202.41
40	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	58.02	149.38	207.4
45	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	57.98	157.37	215.35
50	8	5	20	0.84	0.40	30	30	563.1	142.3	57.95	186.64	244.59

Fonte: A Autora (2018).

Na Tabela 26, apresentam-se os resultados relacionados com o painel de laje (5x15m). O único parâmetro obteve o valor mínimo prescrito pela ABNT NBR 6118 (2014) foi a altura da mesa (h_f). Apesar da pequena variação nos valores obtidos, nota-se que a largura da nervura b_w apresenta os maiores valores quando se consideram os menores valores de f_{ck} . Porém, não é possível fazer uma análise definitiva.

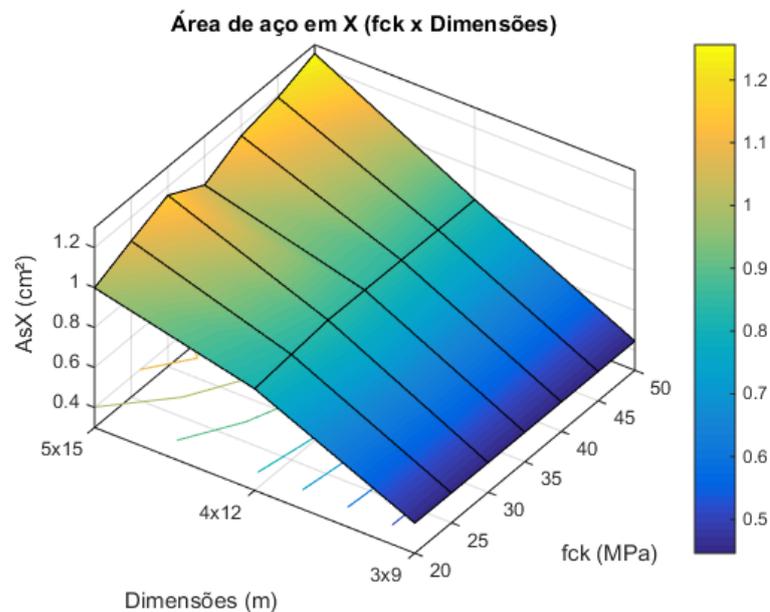
Tabela 26 – Resultados da otimização do painel de laje (5x15m).

f_{ck} MPa	b_w cm	h_f cm	h cm	A_{sx} cm ²	A_{sy} cm ²	e_x cm	e_y cm	M_x kN.cm	M_y kN.cm	Custo Aço R\$	Custo do Concreto R\$	Custo Total R\$
20	8.2	5	30.9	1.0	0.55	30.6	31.0	1126.8	289.1	95.21	212.81	308.0
25	8.4	5	28	1.1	0.53	31	31.7	1086.2	281.2	95.17	221.8	317
30	8.6	5	26	1.16	0.52	31.4	32.4	1063.1	277.8	96.17	223.12	319.3
35	8	5	27.4	1.06	0.49	30	30	1041.4	263.3	90.75	222.64	313.4
40	8	5	24.5	1.15	0.46	30	30	987.1	249.5	89.98	213.51	303.5
45	8	5	23.4	1.19	0.45	30	30	967.6	244.6	89.91	218.51	308.4
50	8	5	21.9	1.26	0.43	30	30	940.6	237.8	90.16	248.5	338.7

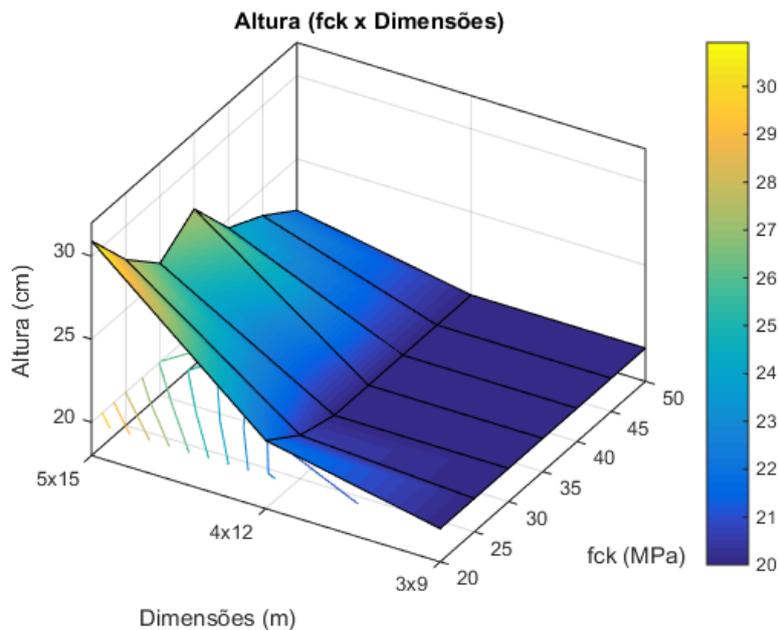
Fonte: A Autora (2018).

Essas lajes têm armadura principal apenas em uma direção ($\lambda > 2$). Sendo assim, para as áreas de aço na direção Y adotam-se os valores mínimos de armadura prescritos pela ABNT NBR 6118 (2014). Assim como aconteceu com o caso da laje (5x10m), o valor da área de aço na direção X aumentou com o aumento do f_{ck} . Esse comportamento pode ser explicado devido à diminuição altura total da laje com o aumento do f_{ck} , necessitando desta forma de um aumento de armadura nesta direção. Este fato torna-se mais evidente no intervalo de 30 a 40 MPa. No Gráfico 14, observa-se que a área de aço na direção X diminui para os valores de resistência do concreto f_{ck} entre 30 e 35 MPa. Porém, fora destes limites a área de aço volta a aumentar. No Gráfico 15, observa-se que a altura total teve um comportamento inverso, aumentando e depois voltando a diminuir para os valores de f_{ck} mencionados.

Gráfico 14 - Gráfico de superfície da área de aço na direção X para as lajes de $\lambda=3$.

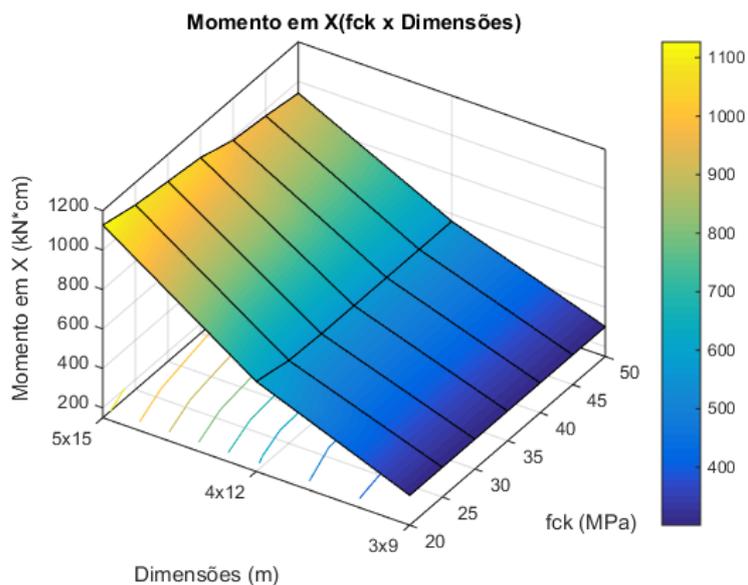


Fonte: A Autora (2018).

Gráfico 15 - Gráfico de superfície da altura total para as lajes com $\lambda=3$.

Fonte: A Autora (2018).

Pode observar no Gráfico 16 que o momento fletor segue o mesmo comportamento da altura total, diminuindo o seu valor com o aumento do f_{ck} .

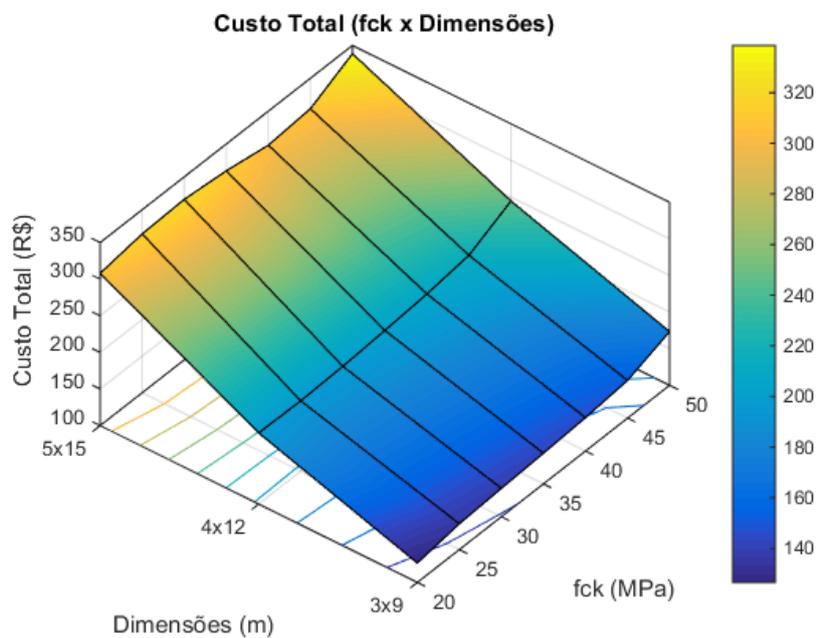
Gráfico 16 - Gráfico de superfície do momento fletor em X para as lajes de $\lambda=3$.

Fonte: A Autora (2018).

A variação do custo total não ocorre de forma linear embora a variação no preço dos insumos seja realizada desta maneira. Isto ocorre porque a solução ótima obtida para determinado conjunto de valores dos materiais não será a mesma

quando estes valores forem alterados. A seção que apresentou a melhor combinação foi a de 40 MPa, como aconteceu na laje (5x10m). No Gráfico 17 mostra o resultado do custo total para as lajes com $\lambda=3$.

Gráfico 17 - Gráfico de superfície do custo total das lajes com $\lambda=3$.



Fonte: A Autora (2018).

7 CONCLUSÕES

Esta pesquisa implementou um programa de otimização de lajes nervuradas, utilizando o método dos Algoritmos Genéticos como ferramenta de minimização dos custos com materiais (concreto e aço) utilizados na construção de lajes nervuradas. O programa foi desenvolvido utilizando software MATLAB e as variáveis de projeto consideradas foram: largura da nervura, altura na mesa, altura total da laje, área de aço na direção X, área de aço na direção Y e espaçamento entre eixos na direção X e Y. Neste trabalho, todas as lajes otimizadas foram dimensionadas de acordo com as recomendações da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), levando em consideração o dimensionamento à flexão, a verificação do esforço cortante e a verificação do estado limite de deformações excessivas para a análise de aceitabilidade sensorial. Outros aspectos considerados da norma ABNT NBR 6118 (2014) foram: dimensões mínimas e máximas da seção transversal do elemento estrutural, valores mínimos e máximos permitidos para as áreas de aço.

Para avaliar a eficiência do programa desenvolvido, foram realizadas duas comparações entre os resultados obtidos pelo programa implementado e os resultados numéricos de exemplos clássicos encontrados na literatura técnica.

No primeiro exemplo analisado, considerando o caso de laje armada em uma direção, verificou-se que a solução ótima fornecida pelo programa implementado apresentou um custo final menor do que o obtido por Carvalho (2009). O resultado otimizado o programa gerou uma seção transversal com maior altura h , porém com menor largura da nervura b_w , menor espaçamento entre eixos de nervuras, menor altura da mesa h_f , reduzindo a área de da seção transversal de concreto. Essas dimensões acabaram diminuindo em aproximadamente 10,7% o custo do volume de concreto. Como a variação destes parâmetros afeta de forma moderada o custo da nervura, uma vez que a altura da seção transversal aumentou, a área de armadura pôde ser reduzida devido ao aumento de resistência da seção transversal de concreto da peça analisada. Somando todos esses fatores, obtém-se uma redução no custo final de 30,84%.

No segundo exemplo analisado, obteve-se uma solução mais econômica que a proposta por GIONGO (2007). Neste caso, conclui-se que as variáveis de

projeto que obtiveram diferenças significativas nos valores comparados com GIONGO (2007) foram a altura total h que aumentou 26,52% e os espaçamentos entre eixos de nervuras (em X e Y) que reduziram seu valor em 16,62% e 51,22% respectivamente. Essas diferenças de valores acabaram diminuindo em aproximadamente 10,83% o custo do volume de concreto. Esses resultados demonstram que o parâmetro espaçamento entre eixos tem uma grande importância no custo do concreto. Por sua vez, o aumento da altura total h não interfere significativamente no aumento do custo do concreto. Somando todos esses fatores, obtém-se uma redução no custo final de 16,46%. Através dos resultados pode-se afirmar que o programa implementado conseguiu cumprir os seus objetivos dentro do contexto da otimização, uma vez que todos os resultados se mostram coerentes e o custo obtido para a laje nervurada otimizada foi menor quando comparado com o custo das lajes nervradas pré-dimensionadas da maneira tradicional, conforme apresentado pelos exemplos da literatura.

Para avaliar o desempenho prático do programa implementado, foi realizado um estudo de caso comparativo entre o dimensionamento de lajes nervradas utilizando o programa de otimização implementado nesta pesquisa com os resultados obtidos através do programa comercial de cálculo estrutural CYPECAD. A área de aço na direção X obteve uma redução de 54,4% em relação ao resultado do CYPECAD. Isso pode ser explicado pelo aumento considerável da altura total h da peça analisada. A área de aço obtida na direção Y foi o valor de armadura mínima estipulada pela ABNT NBR 6118 (2014). O custo do aço apresentou uma redução de 53,32% comparado com os resultados de dimensionamento obtidos com o uso do programa CYPECAD. Observa-se que a seção ótima, gerada no programa implementado, apresentou uma economia de 37,36% comparada com a seção mais econômica dimensionada pelo CYPECAD.

Pode concluir que a utilização de ferramentas de otimização permite a obtenção de soluções mais econômicas e eliminam o processo de tentativa e erro, normalmente utilizados nos procedimentos de cálculo tradicionais. O método dos Algoritmos Genéticos apresentou um bom desempenho na otimização e pode-se destacar como pontos positivos: a facilidade de implementação, a flexibilidade em tratar problemas com diversas restrições, a capacidade de utilizar um espaço de

busca discreto, de forma que as soluções obtidas sejam factíveis e a possibilidade de obter diversas soluções próximas à ótima global, funcionando como uma ferramenta que auxilia o usuário em sua tomada de decisão.

Com o objetivo de analisar a influência das variáveis de projeto consideradas no processo de otimização do custo de lajes nervuradas, foi feito um estudo estatístico através do método Design of Experiments (DOE). Com este método foi analisado a influência de cada variável na função objetivo, constatando que as cinco variáveis propostas têm influência considerável no problema. Além disso, pôde-se observar que a variável de projeto mais significativa é o espaçamento entre eixos de nervura na direção y (e_y) e a menos significativa é a altura total (h) da laje, comprovados através da análise do efeito principal.

No estudo paramétrico realizado com as lajes nervuradas, conclui-se que o custo do concreto, do aço e o custo total aumentaram com o aumento do comprimento dos vãos do painel de laje analisado. Em relação ao consumo de materiais (concreto e aço) utilizados nas seções ótimas para as diferentes classes de resistência do concreto f_{ck} , é notável a necessidade do algoritmo de otimização em diminuir a área da seção transversal de concreto à medida que o custo deste material aumenta. O custo final das lajes nervuradas, em sua maioria, aumentou com o aumento da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} . Em alguns casos, as lajes com resistência f_{ck} igual a 40MPa obtiveram uma pequena redução no custo final. Por fim pode-se afirmar que a metodologia proposta apresentou resultados satisfatórios.

Como forma de dar continuidade a esta linha pesquisa, alguns tópicos de estudos podem ser sugeridos:

- Para que o processo de otimização se torne mais completo, é interessante que seja feito o detalhamento da distribuição das armaduras, de acordo com o item 18.3 da ABNT NBR 6118 (2014).
- Aplicações a outros tipos de elementos estruturais. Mais especificamente, a estruturas com outras características de carregamento, condições de vinculações, geometrias, entre outros.

- Refinamento do modelo proposto, incluindo especificações de projeto e restrições de outras naturezas que foram tratadas de maneira simplificada ou não foram consideradas nesta pesquisa.
- Para que os resultados gerados no programa se aproximem dos valores comerciais utilizados na prática é necessário incluir nas implementações as variáveis discretas.
- Para torná-la função objetivo mais completa é necessário incluir na função custo o material relacionado com as fôrmas de polipropileno ou até mesmo o material de enchimento tijolo cerâmico.

REFERÊNCIAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, p. 221, 2014.
- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas – Procedimento, p.18, 2003.
- AL-ASSAF, A.; SAFFARINI, H. S. Optimization Of Slabs Using Object Oriented Programming. *Computers and Structures* , v. 82, p. 741–752. 2004.
- ALBUQUERQUE, A . T. Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos. Tese de Doutorado. São Paulo. (2007).
- ALBUQUERQUE, A. T. de, EL DEBS, M. K, MELO, A.M.C. A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithms. *Elsevier. Automation in Construction*. v. 22, p. 348 – 356. 2011.
- ALEXANDRE, L. de J. Otimização do pré-projeto de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos. 2014. 132p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) –Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rio de Janeiro. 2014.
- ARAÚJO, J. M. de. Curso de concreto armado. v.1, 2 ed. Rio Grande: Dunas. 2003.
- ARGOLO, W. P. Otimização de Seções de Concreto Armado Submetida a Flexo-compressão Reta Utilizando Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, 2000.
- ARNO, S; GEYER, P. Linking BIM and Design of Experiments to balance architectural and technical design factors for energy performance. *Automation in Construction*, v. 86, p. 33-43, 2018.
- ARORA, J.S. Introduction do optimum design. 2.ed. Londres: Elsevier Academic Press, p. 728, 2004.
- ATEX - Catálogo de dados técnicos. [online] Disponível na Internet via: http://www.atex.com.br/upload/PDFCalculista/folder-dados-tecnicos-site_636481789564006068.pdf. Arquivo capturado em 22 de dezembro de 2017.
- BASTOS, E. A. Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetida a Flexo-compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, 2004.
- BASTOS, P.S.S. Lajes.. Bauru/SP, Unesp - Departamento de Engenharia Civil, Notas de aula, Fev/2015, disponível em: http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/pag_concreto1.htm.
- BARES, R. Tablas para el cálculo de placas y vigas parede. Barcelona: Editora Gustavo Gili S/A, 1972.

- BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. Topology optimization : theory, methods and applications. Berlin ; Heidelberg ; New York ; Barcelona ; Hong Kong ; London ; Milan ; Paris ; Tokyo : Springer, 2003.
- BEZERRA, L. A. Emprego de Algoritmos Genéticos para Otimização de Vigas de Concreto Armado. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Federal de Pernambuco - UFPE-CAA, Caruaru-PE, 2017.
- BOCCHI, J; GIONGO. Concreto armado: Projeto e construção de lajes nervuradas – USP – EESC, 2007.
- CALADO, V. MONTGOMERY, D. C. Experimentos usando o Statistica. Rio de Janeiro: e-papers serviços editoriais, p. 260, 2003.
- CARBONARI, R.C. Projeto de atuadores piezelétricos extensionais usando o método de otimização topológica. Dissertação de mestrado. Escola politécnica da universidade de São Paulo, 2003.
- CARVALHO, G. C. G. Otimização de Seções Caixão de Concreto Armado e Protendido pelo Método dos Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, p.126, 2014.
- CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. v. 2. São Paulo, Pini, 2009.
- CASTILHO, V. C. Otimização de Componentes de Concreto Pré-moldado Protendidos Mediante Algoritmos Genéticos. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, p. 181, 2003.
- CASTILHO, V. C.; DEBS, M. K.; NICOLETTI, M. C. Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos - SP, v. 9, n. 38, p. 137-158, 2007.
- CASTILHO, V.C. ; DEBS, M.K.; NICOLETTI, M.C. Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists, Engineering Applications of Artificial Intelligence. v. 20, p. 519–530. 2007.
- CASTILHO, V.C. ;NICOLETTI, M.C. ; DEBS, M.K. An investigation of the use of three selection-based genetic algorithm families when minimizing the production cost of hollow core slabs, Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering. v. 194, p. 4651–4667. 2005.
- CASTRO, R. E. Otimização de Estruturas com Multi-Objetivos Via Algoritmos Genéticos. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, 2001.
- CHO, H. N.; MIN, D. H.; LEE, K. M. Optimum Life-Cycle Cost Design of Orthotropic Steel Deck Bridges. International Journal of Korean Society of Steel Construction, v.1, nº2, p.141-153, 2001.
- EL SEMELAWY, M.; NASSEF A.O.; EL DAMATTY, A.A. Design of Prestressed concrete flat slab using modern heuristic optimization techniques. Elsevier - Expert Systems with Applications, v. 39, p. 5758-5766. (2012).

- FERREIRA, F. M. G. Otimização de sistema de ancoragem equivalente em profundidade truncada. 2016. 125p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologias e Geociências - Universidade Federal de Pernambuco – Recife. 2016.
- FERREIRA, T. R. Otimização estrutural de lajes formadas por vigotas treliçadas com e sem protensão. 104 p. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2016.
- FORTI, T. SOUZA, M. G. Q. REQUENA, J. A. V. Desenvolvimento de um algoritmo genético para otimização de grandes estruturas de aço para coberturas. XXX CILAMCE - Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, Rio de Janeiro. p.1-18, 2009.
- FRAGA, J. L. T.; KRIPKA, M. Projeto estrutural de vigas de concreto armado visando a minimização do impacto ambiental. Revista de Engenharia e Tecnologia. Passo Fundo - RS, v.7, n. 1, p. 123-131, 2015.
- FREITAS, R. V. Otimização de Elementos Pré-Moldados de Concreto: Lajes Alveolares e Vigas com Cabo Reto. Dissertação (Mestrado) –Universidade Federal de Goiás – Goiânia – GO, 2014.
- GALDÁMEZ, Edwin V. C. Aplicação das Técnicas de Planejamento e Análise de Experimentos na Melhoria da Qualidade de um Processo de Fabricação de Produtos Plásticos. 2002. Dissertação (Mestrado) – USP/EESC, São Carlos – SP, 2002.
- GOLDBERG, D. E.; SAMTANI, M. Engineering optimization via genetic algorithm. In: Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computation, p. 471-482, Birmingham, 1986.
- GOLDBERG, D.E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison Wesley , 1989.
- HAFTKA, R.T., E Z. GURDAL. Elements of Structural Optimization (Solid Mechanics and its applications). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, v.11, p. 504, 1991.
- HAUPT, RANDY L. Practical Genetic Algorithms. 2.ed. Hoboken, New Jersey. p. 272. 2004.
- HEYMAN, J. Plastic Design of Beam and Frames for Minimum Material Consumption. Q. Appl. Math, v. 8, p. 373-381, 1951.
- HOEFFLER, A., LEYSNER, U., WEIDERMANN, J. Optimization of the layout of trusses combining strategies based on Mitchel's theorem and on biological principles of evolution. In: Proceedings of the 2nd. Symposium on Structural Optimization, Milan, 1973.
- HOLLAND, J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press, 1975.
- HUTTER, F.; HOOS, H.; STUTZLE, T. Automatic algorithm configuration based on local search. In: Proceedings of the Twenty-Second Conference on Artificial, California, p. 1152–1157, 2010.

- KICINGER, R.; ARCISZEWSKI, T.; DE JONG, K. Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art. *Computers & Structures*, v. 83, p. 1943-1978, 2005.
- LIMA, M. L. R. Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, p. 113, 2011.
- LOPES, A. F. O. Estudo comparativo entre lajes nervuradas moldadas no local com fôrmas de polipropileno e lajes pré-fabricadas treliçadas. Dissertação (Mestrado) –Universidade Federal de Pernambuco – Caruaru – PE, 2015.
- MONTGOMERY, DOUGLAS C., *Design and Analysis of Experiments*; Ed. John Wiley & Sons Inc. Fourth Edition, 1997.
- NIMTAWAT, A.; NANAKORN, P. Automated layout design of beam-slab floors using a genetic algorithm. *Computers and Structures*, v. 87, p. 1308–1330, 2009.
- NIMTAWAT, A.; NANAKORN. A genetic algorithm for beam-slab layout design of rectilinear floors. Elsevier. *Engineering Structures*. v. 32, p. 3488-3500, 2010.
- OLIVIERI, B. P. Otimização do Projeto de Pontes Protendidas Pré-Moldadas pelo Método dos Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, 129 p., 2004.
- PETRUCCELLI, N. S. Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas. 2009. 106 f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil - Sistemas Construtivos de Edificações), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.
- PIZZIRANI, F. Otimização Topológica de Estruturas Utilizando Algoritmos Genéticos. 2003. 86p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo - SP, 2003.
- PINHEIRO, L. M. Tabelas de lajes. EESC-USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, 2007.
- SAHAB M.G., ASHOUR A.F, TOROPOV V.V. A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete flat slab buildings. *Computers and Structures Journal* . v. 83, p. 551 – 559, 2005.
- SAHAB, M.G.; ASHOUR, A.F.; TOROPOV, V.V. Cost optimisation of reinforced concrete flat slab buildings, *Engineering Structures* . v. 27 , p.313–322, 2005.
- SAKLA, S.; ELBELTAGI, E. Design of Steel Roofs Subjected to Drifed Snow Using Genetic Optimization. In: *Journal of Computers and Structures*, Elsevier Publisher, Vol. 81, nº6, p. 339-348, 2003.
- SANTOS, M. Q.L. ; DIAS, A. Utilizando Projeto de Experimentos (DOE), para a Implementar Melhorias na Confiabilidade do Produto. In: 3º CONGRESSO BRASILEIRO DE GESTÃO DE DESENVOLVIMENTO DE PRODUTO. 2001, Florianópolis, Anais do CD-ROM, Florianópolis: UFSC, 2001.

- SCHIMIT, L. A. Structural design by systematic synthesis. In: Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Electronic Computation, New York, p. 105-132., 1960.
- SENA, R. W. R. Otimização de Sistema e Configuração de Pavimentos de Concreto Pré-Moldado Via Algoritmos Evolucionários. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- SERPIK, I.N.; MIRONENKO, I.V.; AVERCHENKOV, V.I. Algorithm for Evolutionary Optimization of Reinforced Concrete Frames Subject to Nonlinear Material Deformation. International Conference on Industrial Engineering, ICIE, 2016. Procedia Engineering, Vol. 150, p.1311 – 1316. 2016.
- SILVA, A. B. C. e FALCÓN, G.A.S. GARCIA, S.L.G. Dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seção T. Associação Argentina de Mecânica Computacional. vol. XXIX. p.9217-9230. nov. 2010.
- SILVA, A.J.M. Implementação de um algoritmo genético utilizando o modelo de ilhas. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro (2005).
- SILVA, E. E. Otimização de Estruturas de Concreto Armado Utilizando Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, 131p., 2001.
- SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. Custos de composição sintético. Recife: SINAPI, Maio. 2017.
- TELFORD, J. K. A brief introduction to Design of Experiments. Johns Hopkins Apl Technical Digest. v. 27, n.3, p. 224-232. 2007.
- TSAY, C.; PATTISON, R. C.; BALDEA, M.; WEINSTEIN, B.; HODSON, S. J.; JOHNSON, R. D. A superstructure-based design of experiments framework for simultaneous domain-restricted model identification and parameter estimation. Computers & Chemical Engineering, Vol. 107, p. 408-426. 2017.
- VASANDANI, P.; ZHI-HONG, M.; JIA, W.; SUN. M. Design of simulation experiments to predict triboelectric generator output using structural parameters. Simulation Modelling Practice and Theory, Volume 68, p. 95-107. 2016.
- VASCONCELOS, Everton Cesar; PAIVA, Anderson Paulo de; BALESTRASSI, Pedro Paulo. Determinação de valores objetivos em matrizes QFD usando delineamento de experimentos. In XXIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, n. 23, 2003, Ouro Preto – MG. Anais... Ouro Preto: ABEPRO, 2003.
- VASCONCELOS, R.F; ALMEIDA, S.R.M.; PRADO, A.A. Otimização de lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido segundo as normas brasileiras-XXXIV. Iberian LatinAmerican Congress on Computational Methods in Engineering. Pirenópolis – GO. (2013).
- YANG, XIN-SHE. Engineering Optimization An Introduction with Metaheuristic Applications. Department of Engineering Cambridge, United Kingdom. 2010.