

Yuri Martí Santana Santos

Predição do IVV-FIEPE: Uma abordagem de Box-Jenkins

Recife

2016

Yuri Martí Santana Santos

Predição do IVV-FIEPE: Uma abordagem de Box-Jenkins

Trabalho apresentando como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Ciências Atuariais.

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Centro de Ciências Sociais Aplicadas

Bacharelado em Ciências Atuariais

Orientador: Prof. Dr. Wilton Bernadino da Silva

Recife

2016

Yuri Martí Santana Santos

Predição do IVV-FIEPE: Uma abordagem de Box-Jenkins/ Yuri Martí Santana Santos. – Recife, 2016-

43 p. : il. (black color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Wilton Bernadino da Silva

Monografia – Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Centro de Ciências Sociais Aplicadas

Bacharelado em Ciências Atuariais, 2016.

1. Séries temporais. 2. Índice de Velocidade de Vendas - FIEPE. 3. Box-Jenkins.
4. Predição. I. Wilton Bernadino da Silva. II. Universidade Federal de Pernambuco.
III. Centro de Ciências Sociais Aplicadas IV. Bacharelado em Ciências Atuariais

Dedico este trabalho ao ano de 2012, e meu ingresso ao ensino superior.

Agradecimentos

Os agradecimentos principais são direcionados à Wilton Bernadino, meu orientador, sem o qual seria impossível discutir e prosseguir com o tema, e minha família, nuclear e estendida.

Agradecimentos especiais são direcionados aos meus ex-professores, notadamente Filipe Souza, Alex Pereira, Abraão Nascimento e Betsabé Blas, fontes de inspiração e os quais contribuíram de maneira significativa a minha formação acadêmica, visão de ensino e disciplina.

Agradecimentos existem ainda para meus colegas do curso, amigos e demais pessoas que me incentivaram nesta jornada.

“A ship is safe in harbor, but that’s not what ships are for.”

Autor Desconhecido

Resumo

A predição e análise em séries temporais têm sido temas de ampla discussão, e, quanto à metodologia, existem diversas abordagens para o tema. A relevância da predição para este trabalho é a estimação de um modelo que corresponda a um índice econômico do mercado imobiliário da Região Metropolitana do Recife criado pelo FIEPE, o Índice de Velocidade de Vendas (IVV-FIEPE). O período em que é feita a predição corresponde de Janeiro a Julho de 2015, sendo utilizada a abordagem de Box-Jenkins em séries temporais, onde foram analisados estratos correspondente ao IVV de Boa Viagem, Zona norte do Recife e Região Metropolitana do Recife. Com auxílio do ambiente de programação R, foram executados testes estatísticos e o manuseio das séries, as quais apresentaram comportamentos distintos entre seus estratos no que tange às ordens sazonal e não-sazonal. Resultaram-se modelos $ARIMA(1, 1, 2)$, $SARIMA(4, 1, 1) \times (0, 0, 2)_{[10,20]}$ e $SARIMA(2, 1, 1) \times (2, 0, 2)_{[4,8;5,10]}$ para os estratos Boa Viagem, Zona Norte e Região Metropolitana do Recife, respectivamente. **Palavras-chave:** Séries Temporais. Box-Jenkins. IVV-FIEPE. Predição.

Abstract

Time series forecasting and analysis has been a subject widely discussed, and, about it is methodology, exist a lot different approaches for the subject. The relevancy of forecasting for this study it is estimate a model corresponding to the Recife metropolitan area Real Estate index, created by FIEPE, which is named Speed Sales Index(IVV-FIEPE). The period which is done the forecast correspond to January 2015 until July 2015 using Box-Jenkins approaches in time series, where was analyzed stratum correspond to the IVV of Boa Viagem, Northern zone of Recife and Recife metropolitan area. With support of R environment for statistical computing, were executed tests and series treatment, which show distinct results between IVV stratum regarding seasonal and non-seasonal order. The results led to models $ARIMA(1, 1, 2)$, $SARIMA(4, 1, 1) \times (0, 0, 2)_{[10,20]}$ e $SARIMA(2, 1, 1) \times (2, 0, 2)_{[4,8;5,10]}$ for Boa Viagem, Northern zone of Recife and Recife metropolitan area.

Keywords: Time Series. Box-Jenkins. IVV-FIEPE. Forecasting.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO LITERÁRIA	17
2.1	Sobre previsões em séries temporais	17
2.2	Previsões no mercado imobiliário	18
3	METODOLOGIA	21
3.1	Séries Temporais	21
3.1.1	Modelo ARMA	21
3.1.2	Modelo ARIMA	22
3.1.3	Modelo SARIMA	22
3.2	Índice de Velocidade de Vendas (IVV – FIEPE)	23
4	ANÁLISE	25
4.1	Preparação	25
4.2	Modelagem do IVV de Boa viagem	26
4.3	Modelagem do IVV da Zona norte	30
4.4	Modelagem do IVV da Região Metropolitana do Recife	34
5	CONCLUSÃO	39
	REFERÊNCIAS	41

1 Introdução

As sociedades modernas e antigas, desde sempre tentaram saber o resultado de determinado evento no tempo. Sabe-se que uma vez obtido o resultado de um evento futuro, próximo ou idêntico, isto pode resultar em melhor planejamento por parte de quem detém a informação. Para isto o estudo em séries temporais surge como ferramenta para a análise de tais eventos, e, por vezes, previsões futuras dos mesmos.

Séries temporais compõe-se em uma coleção de informações ordenadas no tempo, seja este tempo anual, mensal ou até mesmo contínuo. A análise da histórica das séries pode ser utilizada para o gerenciamento de planos e decisões, baseadas em uma previsão. Usualmente, é uma premissa de tais previsões supor que os padrões do passado se repetirão no futuro, e, dessa forma, modelando-se a série atual é possível obter-se uma futura.

O estudo de séries temporais é utilizado, e importante, em diversas áreas, uma delas é a economia, mais especificamente a econometria. Para a quantificação de uma realidade econômica, um indicador econômico é um índice que permite representar tal realidade. Costuma tratar-se de uma estatística que supõe uma medição de uma ou mais variáveis durante um certo período de tempo. A interpretação do indicador permite conhecer a situação da economia que este representa.

Como um índice do mercado imobiliário da Região Metropolitana do Recife existe o Índice de Velocidade de Vendas(IVV-FIEPE), que mensura a taxa de vendas de imóveis da região. Nota-se a importância do mercado imobiliário por ser composto em diversos agentes: imobiliárias, corretoras de imóveis autônomas, o profissional corretor, proprietário, empreiteiras de mão de obra, empresas da construção civil e empresas prestadoras de serviços em propaganda e marketing, que atuam nas atividades de administração e comercialização dos empreendimentos imobiliários. Sendo assim a inspiração deste trabalho se deu em virtude da potencial importância que o IVV-FIEPE representa no mercado imobiliário da Região Metropolitana do Recife.

O presente trabalho utilizou-se da abordagem de Box e Jenkins (1970) para a predição de séries temporais representando o Índice de velocidade de vendas - FIEPE. A partir da base de dados fornecida, as séries foram construídas utilizando-se o valor do índice para os estratos dos bairros de Boa Viagem, Zona Norte do Recife e Região Metropolitana do Recife. No estudo, o objetivo reside em aproximar-se da predição dos valores em 2015 da série do índice por vários modelos ARIMA(sazonal ou não) e comparar os modelos obtidos de forma a concluir-se com um modelo próximo ao que corresponderia a realidade em 2015.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: o Capítulo 1 contém a introdução; Capítulo 2 debate-se na revisão literária as práticas de predição; no Capítulo 3 é descrita a metodologia econométrica praticada nos sob os índices; o Capítulo 4 transcreve a análise de como foram modeladas as séries e suas comparações. O Capítulo 5 contém a conclusão e considerações finais da pesquisa.

2 Revisão literária

2.1 Sobre previsões em séries temporais

A idéia de previsão está essencialmente ancorada na lógica que o passado diz-nos algo sobre o futuro. E a forma de como, exatamente, chegaremos dessa informação passada a uma informação futura é objeto de estudo da previsão de séries temporais.

Em geral, a maneira como obtemos essa informação futura por meio de informações passadas se dá através de modelos econométricos. Estes modelos são formulações estatísticas de como as informações passadas estão dinamicamente relacionadas com a variável que se quer prever e, nessa formulação, serão possíveis as conclusões sobre as informações futuras inerentes a elas. Tratando-se de modelos quantitativos, são assumidos basicamente duas premissas. Primeiramente que as informações do passado são numéricas, segundo que é racional assumir uma relação de causalidade com os eventos passados e os eventos futuros.

Até o fim do século XIX, a previsão em modelos de séries temporais era abordada como uma extensão da modelagem de uma análise de regressão. Sendo o tempo a variável explicatória e o objeto de previsão a variável resposta. O surgimento da disciplina de processamento de sinal e o pioneirismo da obra de Wiener ([WIENER, 1949](#)) na chamada previsão linear deram impulso à evolução da modelagem em séries temporais. A obra, desenvolve-se sobre o domínio da frequência e não do tempo, porém, dada uma transformação geométrica, esses domínios são substituíveis. O trabalho de Wiener nos deu um abordagem mais ampla, rigorosa e moderna do sobre séries temporais e suas formas de previsões.

Em um futuro não distante da obra de Wiener, o método de Holts (??), depois estendido por Winters ([WINTERS, 1960](#)), foi uma aproximação feita à previsão de uma série temporal. A importância do método encontra-se nos dias atuais por ser um método eficiente em termos computacionais.

A abordagem de séries temporais foi alterada com o novo paradigma exposto na obra de Box e Jenkins ([BOX; JENKINS, 1970](#)), na qual o resultado da criação da nova classe de modelos ARIMA e o uso sistemático dos operadores de defasagem e diferença foram de grande relevância. A partir deste trabalho, a área de análise de séries no domínio do tempo foi dominada por essa abordagem, que simplificou muitos problemas práticos na previsão de séries temporais.

Um exemplo dessa abordagem e sua praticidade é encontrado em Laura Spierdijk ([SPIERDIJK, 2014](#)) onde são utilizados os já avançados métodos computacionais com o

embasamento metodológico provido por Box-Jenkins e suas generalizações como o modelo GARCH e suas aplicações no mercado financeiro, utilizando medidas de risco, tais como o VaR (Value-at-Risk).

Atualmente, ainda é bastante discutível qual abordagem se utilizar quando se trata de dados temporais, exemplos de novas temáticas incluem redes neurais, além das tradicionais como alisamentos exponenciais e análise de regressão.

Kirby (KIRBY, 1966) fez o comparativo de três diferentes abordagens em séries temporais: regressão, alisamento exponencial e modelos com média-móvel(MA). Em trabalho similar, Leuthold *et al.* (LEUTHOLD *et al.*, 1970) compararam a precisão no uso de modelos paramétricos e alisamento exponencial.

Mohammad Valipour *et al.* (VALIPOUR; BANIHABIB; BEHBAHANI, 2013) tentam prever o dados sobre a reserva da represa do rio Dez, localizado no Irã, se utilizando de modelos ARMA, ARIMA e de abordagens estática e dinâmica em redes neurais.

Chambers *et al.* (CHAMBERS; MULLICK; SMITH, 1971) em um estudo sobre qual a técnica mais adequada para uma predição com dados temporais, discutem diferentes formas de predição, inclusive métodos qualitativos, modelos input-output e outros métodos causais. Para cada método foram estabelecidas uma descrição, precisão, pontos a serem identificados e aplicações típicas, além de explicitado o potencial das predições na área administrativa dos dados trabalhados por ele.

Reid (REID, 1969), Newbold e Granger (NEWBOLD; GRANGER, 1974) concluíram em seus estudos que a metodologia de Box-Jenkins e seus modelos ARIMA deram mais precisão nos resultados que alisamento exponencial e a regressão de forma algorítmica. Por fim, Cooper (COOPER, 1972) concluiu em seu estudo que modelos econométricos não são em geral superiores aos puramente matemáticos, ou seja, sem relação de causalidade, na predição de dados temporais.

2.2 Predições no mercado imobiliário

Miller e Sklarz (MILLER; SKLARZ, 1986), comentam que predições no mercado imobiliário é, ao mesmo tempo, arte e ciência. A arte de tais predições consistem na sondagem dos elementos econômicos que representam o verdadeiro comportamento do mercado, e enquanto ciência, é dependente da investigação e adoção de modelos que sejam compatíveis com a abordagem. É concluído que a precisão de uma predição está dependente da escolha de um índice de mercado concomitantemente a observação de preços do mercado.

Com objetivo de ser um índice informativo de mercado, o Índice de Velocidade

de Vendas (IVV-FIEPE) foi criado pela Unidade de Economia, Estudos e Pesquisas da Federação das Indústrias de Pernambuco (UEP/FIEPE), para preencher lacunas existentes quanto a observação da velocidade de vendas nos diversos estratos do mercado imobiliário da região metropolitana do Recife. (Unidade de Economia, Estudos e Pesquisas da FIEPE, 2015)

A volatilidade dos preços no mercado imobiliário foi sujeita a comparativos com o mercado de ações, como descrito por Cees Diks e Juanxi Wang (DIKS; WANG, 2016), que propõem um modelo estocástico para modelar as mudanças abruptas nos preços do mercado imobiliário de forma a tratar dessas mudanças com um modelo para catástrofes.

Geoff Kenny (KENNY, 1999) trabalhou em modelos econométricos para mensurar a demanda e a oferta no mercado imobiliário na Irlanda. O trabalho sugere correlações entre o preço dos imóveis, quantidade disponível, renda e juros na modelagem do mercado. O estudo de Geoff mostrou-se interessante no ponto em que as variáveis que compõem o Índice de Velocidade de Vendas - FIEPE são uma das variáveis que Geoff tentou modelar em seu trabalho.

Pagourtzi *et al.* (PAGOURTZI *et al.*, 2003) revisou métodos com respeito a predição de desempenho dos preços no mercado imobiliário, e se utilizou da metodologia de Box-Jenkins para fazer tais predições. Tse (TSE, 1997) utilizou-se de modelos ARIMA para prever preços no mercado imobiliário asiático. Tse concluiu que modelos ARIMA são capazes de revelar as direções que o mercado tomaria no curto prazo.

Críticas, alternativas e diferentes metodologias ao uso de modelos ARIMA na predição de índices existem. Como em Sklarz *et al.* (SKLARZ; MILLER; GERSCH, 1987), que sugerem o uso de modelos autorregressivos (AR), mesmo com grandes defasagens, ao invés do generalizado ARIMA, por aquele ter propriedades demonstradas de menor variância nas predições.

Apesar disso, a metodologia de Box-Jenkins, com a modelagem ARIMA, tem sido amplamente usada para fins de mensuração de índices, seja este índice pertencente ao mercado imobiliário ou a outro domínio de estudo com o tempo, pela sua facilidade na estimação dos parâmetros e versatilidade necessária quando lidamos com séries temporais reais.

3 Metodologia

3.1 Séries Temporais

A análise de dados experimentais que foram observados em pontos no tempo leva-nos a problemas novos e únicos na modelagem estatística e inferência. A correlação óbvia introduzida por uma amostra em pontos no tempo adjacentes pode restringir a aplicabilidade de muitos métodos estatísticos, pois nos faz questionar a suposição de que as observações, nesses diferentes instantes de tempo sejam independentes ou identicamente distribuídas. A resposta para essas questões matemáticas e estatísticas são comumente referenciadas como análise de séries temporais.

A abordagem de como lidar com o conceito da influência do tempo é geralmente motivada pela premissa de que a correlação entre os pontos adjacentes no tempo é melhor explicada em termos da dependência do valor presente nos valores passados. Isto é, focando a modelagem de algum valor futuro na série temporal como uma função paramétrica dos valores atuais e passados.

Um marco no estudo de séries temporais foi o trabalho desenvolvido por Box e Jenkins (BOX; JENKINS, 1970), cujo o resultado foi uma classe sistemática de modelos chamado de modelos “Autoregressive Integrated Moving Average”, ou, simplesmente, modelos ARIMA; usados para lidar com modelagens e previsões correlacionados com o tempo.

3.1.1 Modelo ARMA

Na prática, modelar uma série temporal centra-se sob a modelagem da dependência temporal das observações afim de obter-se uma previsão futura. Desde de 1970, graças ao trabalho de Box e Jenkins, a classe de modelo ARMA (Autoregressive Moving-Average, ou em português, Autoregressivo com Média-Móvel) na forma:

$$\phi_p(B)X_t = c + \theta_q(B)z_t. \quad (2.1)$$

Anteriormente proposto por Yule (YULE, 1927) e Slutsky (SLUTZKY, 1937), tem sido útil representar esta relação de dependência em muitas séries temporais encontradas na prática. Em (2.1), $\{X_t\}$ é a série temporal observada, $\{z_t\}$ é a sequência de ruído branco, independente e identicamente distribuída como $N(0, \sigma^2)$, c é uma constante, $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ é o polinômio autoregressivo, $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$

é o polinômio média-móvel, é assumido também que $\phi_p(B)$ e $\theta_q(B)$ não tem fatores em comum. O modelo (2.1) é denotado como um modelo ARMA(p,q).

O modelo (2.1) será estacionário se todos os zeros de $\phi(B)$ estiverem restritos a estarem fora do círculo unitário, e, neste caso, $c = (1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)\mu$ onde μ é a média da série. Teoricamente, estacionariedade significa que as funções de densidade probabilidade de $(z_{t_1}, \dots, z_{t_1+k})$ e $(z_{t_2}, \dots, z_{t_2+k})$ são idênticas para qualquer inteiro escolhido de forma arbitrária (t_1, t_2, k) . Na prática, significa dizer que o comportamento geral da série permanece o mesmo através do tempo.

3.1.2 Modelo ARIMA

Em modelos que uma ou mais raízes estão no círculo unitário, as séries podem ser diferenciadas. Logo, reescrevendo $\phi_p(B)$ como $\phi_p(B)(1 - B)^d$ em (2.1) temos:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d X_t = c + \theta(B)z_t, \quad (2.2)$$

Em que os zeros de $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ estão fora do círculo unitário. O modelo (2.2) é conhecido como um modelo ARIMA (Autoregressive Integrated Moving-Average, ou, Autorregressivo Integrado de Médias Móveis) de ordem (p, d, q).

3.1.3 Modelo SARIMA

Usualmente, dados de séries temporais apresentam sazonalidade, e esta sazonalidade pode ser modelada com uma generalização do modelo ARIMA, descrito em (2.2). Dado um único índice de sazonalidade s , o modelo multiplicativo sazonal pode ser escrito como:

$$\phi_p(B)_s \phi_P(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^D X_t = c + \theta_q(B)_s \theta_Q(B^s)z_t, \quad (2.3)$$

Em que ${}_s\phi_P(B^s) = 1 - {}_s\phi_1 B^s - \dots - {}_s\phi_P B^{P \cdot s}$ é o polinômio autoregressivo sazonal, ${}_s\theta_Q(B^s) = 1 - {}_s\theta_1 B^s - \dots - {}_s\theta_Q B^{Q \cdot s}$ é o polinômio da média-móvel sazonal, ambos necessitando que as raízes estejam fora do círculo unitário. Além disso, $(1 - B^s)^D$ representa a diferenciação sazonal no modelo. Este modelo é conhecido como um SARIMA (Seasonal ARIMA, ou, ARIMA Sazonal) de ordem $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$.

Se existe mais de uma sazonalidade, ou seja, não existe um único índice de sazonalidade s , o modelo ainda pode ser escrito como:

$$\phi_p(B)\varphi_{\tilde{P}}(B)(1 - B)^d\Lambda_{\tilde{D}}X_t = c + \theta_q(B)\vartheta_{\tilde{Q}}(B)z_t, \quad (2.4)$$

Sendo $\varphi_{\hat{P}}(B) = 1 - \varphi_1 B^{SAR_1} - \varphi_2 B^{SAR_2} - \dots - \varphi_P B^{SAR_P}$ é o polinômio autoregressivo sazonal e $\vartheta_{\hat{Q}}(B) = 1 - \vartheta_1 B^{SMA_1} - \vartheta_2 B^{SMA_2} - \dots - \vartheta_Q B^{SMA_Q}$ é o polinômio média-móvel sazonal. Ambos os polinômios devem ter raízes fora do círculo unitário. Além deles, tem-se $\Lambda_{\hat{D}} = (1 - B^{SI_1})(1 - B^{SI_2}) \dots (1 - B^{SI_D})$ como operador de diferença sazonal. Note que $SAR_1, SAR_2, \dots, SAR_P$ são as sazonalidades do fator autoregressivo sazonal, $SMA_1, SMA_2, \dots, SMA_Q$ do fator de média-móvel sazonal, e, de forma similar, SI_1, SI_2, \dots, SI_D são as sazonalidades da diferenciação sazonal. Este modelo é descrito de forma geral como um SARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_{[SAR_1, SAR_2, \dots, SAR_P; SMA_1, SMA_2, \dots, SMA_Q]}^{[SI_1, SI_2, \dots, SI_D]}$. Demonstrações e definições dos termos técnicos usados aqui, ver Enders (ENDERS, 2008) e Peña (PEÑA; TIAO; TSAY, 2011).

3.2 Índice de Velocidade de Vendas (IVV – FIEPE)

A Pesquisa de Indicadores de Velocidade de Vendas - IVV - tem por objetivo gerar índices que permitam acompanhar o desempenho da comercialização dos imóveis, especialmente a curto prazo.

Os índices produzidos são instrumentos para análises conjunturais, ao identificar as variações nas ofertas e nas vendas dos imóveis na Região Metropolitana do Recife. Os resultados totais são ponderados considerando a quantidade de ofertas por estratos, observadas em três anos de estudo, possibilitando a geração de um IVV em sintonia com o comportamento do mercado.

A interpretação correta do resultado mensal do IVV deve sempre considerar o desempenho das variáveis que o compõe, como forma de explicar oscilações que possam ocorrer nos resultados finais. Os indicadores são produzidos, mensalmente, a partir de pesquisa direta conduzida pela Unidade de Pesquisas Técnicas da FIEPE, com o apoio do SINDUSCON/PE, SECOVI/PE e ADEMI/PE.

O plano de cobertura amostral corresponde a mais de 80% do total de ofertas disponíveis no mercado imobiliário da Região Metropolitana do Recife. (Unidade de Economia, Estudos e Pesquisas da FIEPE, 2015)

4 Análise

4.1 Preparação

De início, temos os dados sobre as quantidades de ofertas e vendas de cada bairro investigado pela UEP/FIEPE. Estes dados compõe o IVV.

Para compor o IVV do estrato i no tempo t é definido:

$$IVV_t^i = \frac{Vendas_t^i}{Ofertas_t^i}, \quad (3.1)$$

em que $Vendas_t^i$ e $Ofertas_t^i$ denotam, respectivamente, as vendas e ofertas de imóveis no estrato i e no tempo t .

Com interesse no comportamento do IVV dos estratos que compõe a região metropolitana do Recife, o primeiro desafio é selecionar quais bairros/regiões a serem investigadas e modeladas. Um alto índice de população foi coincidente com maior índice de oferta e isso ajudou a gerar uma maior consistência no índice do estrato, uma vez que estratos pouco populosos ou de poucas ofertas estariam sujeitos a maior variância em função da pequena amostra obtida para compor o índice no dado momento no tempo, além de, com frequência, existirem instantes de tempo sob os quais o índice não poderia ser aferido para estas localidades, simplesmente por não existirem dados.

Após a geração do IVV para todos os bairros que pertencem a região metropolitana do Recife e discriminados na base de dados, o bairro de Boa Viagem apresentou qualidade, sendo o único bairro de Recife a possuir um IVV para todos os instantes de tempo existente no intervalo da base de dados. O estrato de boa viagem possui uma população residente de 122.922 habitantes e valor do rendimento nominal médio mensal dos domicílios em cerca de R\$7.108, segundo dados de 2010 publicados no site oficial da Prefeitura do Recife ([Prefeitura Municipal do Recife, 2010](#)).

O estrato Boa viagem é integrante da chamada zona sul do Recife, porém, estrato similar na zona norte foi encontrado após agregação de alguns bairros adjacentes com características históricas próximas. Após investigação das microrregiões 2.1, 3.1 e 4.1, definidas de acordo com a prefeitura municipal de Recife ([Prefeitura Municipal do Recife, 2010](#)), foram elencados os bairros a serem agregados para formar um estrato. A Tabela 1 elenca alguns dados dos bairros da zona norte do Recife utilizados na presente pesquisa. Esses bairros da zona norte são de residentes próximos aos entornos do rio capibaribe. Juntos somam características similares ao estrato Boa Viagem em renda e porte. Além de criar um IVV para um estrato da zona norte existente para todos instante de tempo da

base de dados.

Tabela 1 – Bairros da zona norte do Recife escolhidos

Bairros	Pop.	Renda por Dom.	Nº de Dom.
Aflitos	5.573	R\$ 1.028,96	1.937
Casa Forte	6.750	R\$ 1.1318,97	2.192
Derby	2.071	R\$ 7.785,05	656
Espinheiro	10.438	R\$ 7.299,96	3.602
Graças	20.538	R\$ 9.484,01	7.015
Jaqueira	1.591	R\$ 11.339,79	529
Parnamirim	7.636	R\$ 10.712,06	2.458
Poço da Panela	4.615	R\$ 9.346,35	1.463
Santana	3.045	R\$ 9.040,76	978
Tamarineira	14.124	R\$ 7.904,04	4.537
Madalena	23.082	R\$ 5.521,52	7.604
Torre	17.903	R\$ 4.827,09	5.941
Encruzilhada	11.940	R\$ 5.692,93	4.008
Rosarinho	4.077	R\$ 6.547,75	1.329

Tabela 2 – Características do estrato da Zona Norte do Recife

População total	Renda por Dom.	Nº de Dom
133.383	R\$ 7.178,10	44.249

Por último, foi selecionado um estrato contendo todas as ofertas e vendas dos bairros contidos na base de dados. Este estrato foi chamado de IVV da Região Metropolitana do Recife, ou IVV da RMR. Assim, temos para análise três estratos de IVV: O IVV de Boa Viagem, o IVV da Zona Norte e o IVV da RMR.

4.2 Modelagem do IVV de Boa viagem

Com auxílio do sistema estatístico R 3.2.5 (R Core Team, 2016) e do pacote "forecast" (HYNDMAN; KHANDAKAR et al., 2007; HYNDMAN et al., 2014), disponível na rede de arquivamento abrangente do R (CRAN), foi iniciado um script. As construções dos IVV para os estratos selecionados foram então importadas para início da modelagem.

Com os dados importados, os vetores contendo os IVV correspondente a cada estrato escolhido foram selecionados. Os pontos contendo os valores do IVV de janeiro à julho 2015 (último instante de tempo da base de dados) foram separados dos demais a fim de criar-se um modelo de predição. Inicialmente, a série do IVV de Boa Viagem foi formatado como uma série temporal com auxílio da função `ts()` e iniciada a modelagem.

Como resultado, têm-se os seguintes gráficos das séries, juntamente com os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial (Figuras 1 e 2).

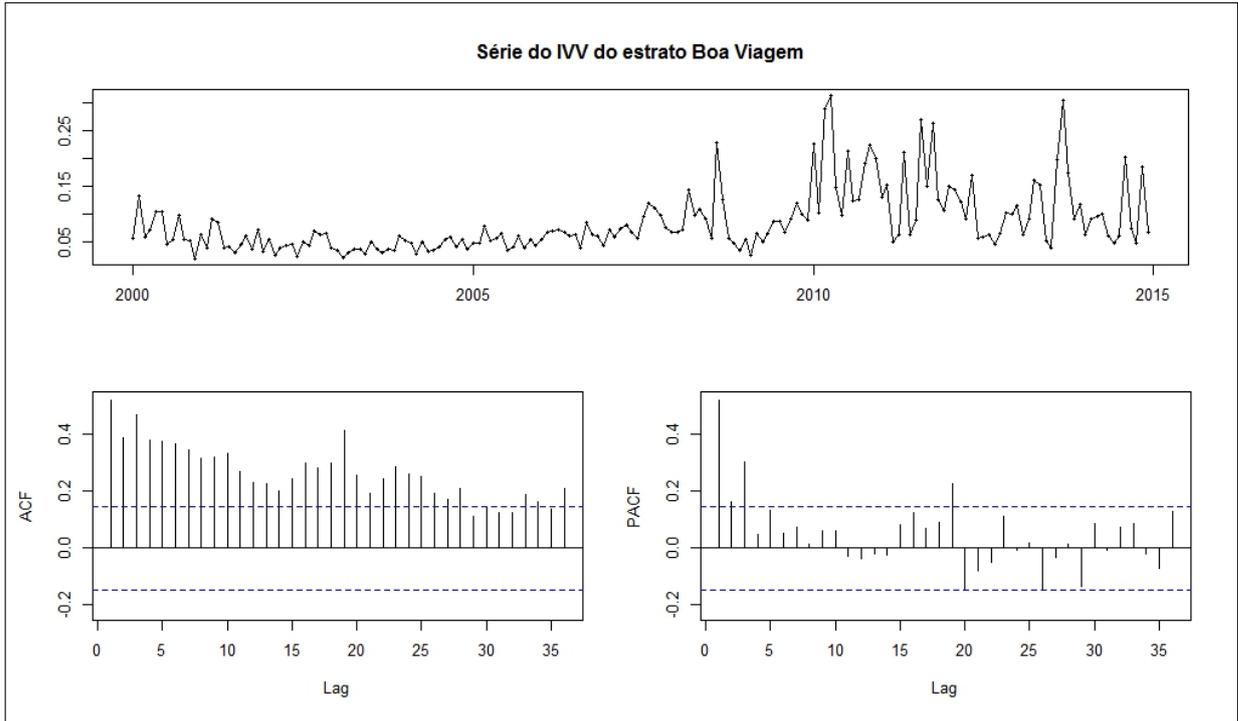


Figura 1 – Série original do IVV do estrato Boa viagem e sua função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, respectivamente

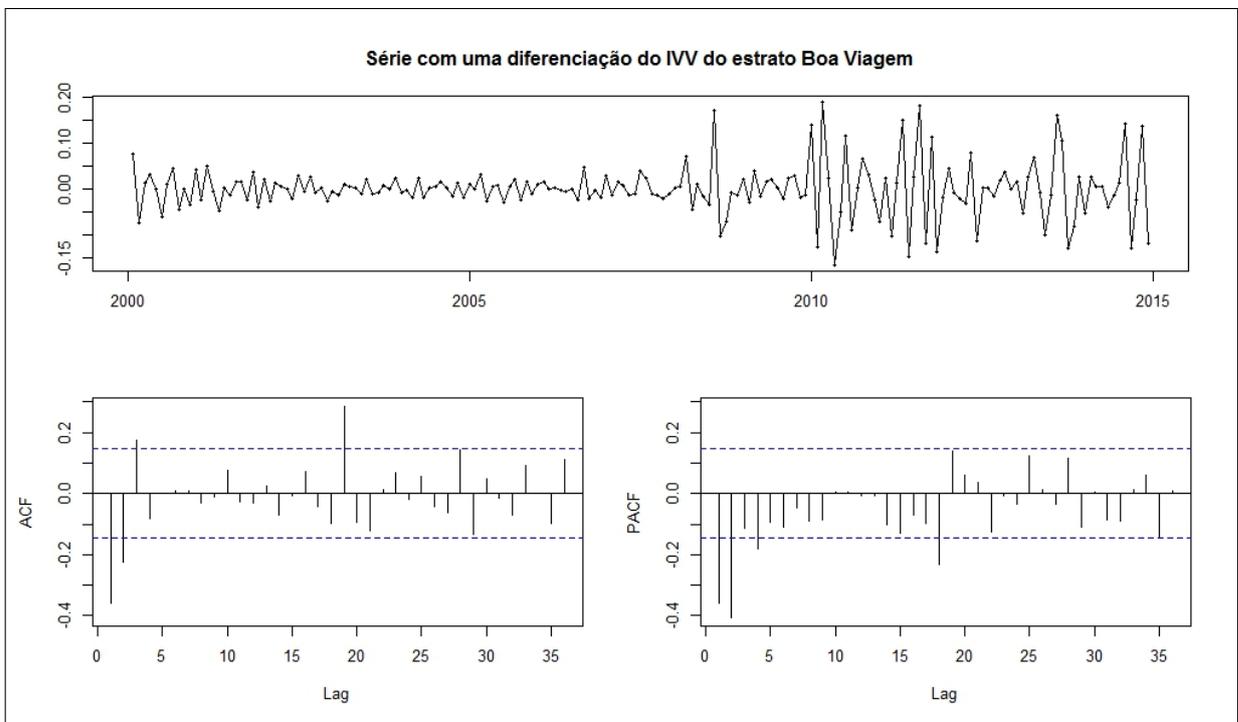


Figura 2 – Série diferenciada do IVV do estrato Boa viagem e sua função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, respectivamente

Observando os gráficos na Figura 1, foi possível detectar uma visível violação dos pré-requisitos para uma série ser considerada estacionária, e, em função disto, foi utilizado o teste Dickey-Fuller aumentado (DICKEY; FULLER, 1979; DICKEY; FULLER, 1981),

com a finalidade de testar a hipótese de que não hajam raízes unitárias. Após o teste, foi rejeitada a hipótese, e foi indicado apenas uma diferenciação para a série. De forma complementar, foi realizado um teste Osbourn-Chui-Smith-Birchenhall (OSBOURN et al., 1988) a fim de testar a hipótese de não existência de raízes unitárias sazonais, não rejeitando-se a hipótese nula em teste.

Com a série diferenciada uma vez, perpetuou-se um quebra de paradigma meados de 2008 em diante porém foi dado início a escolha dos primeiros modelos para a série. Os modelos foram escolhidos de acordo com uma análise visual dos gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial da série diferenciada, excetuando-se um modelo escolhido e estimado pela função *auto.arima()*, nomeado "Modelo Auto". Ademais, os coeficientes dos modelos escolhidos foram estimados pela função *arima()* do sistema estatístico R.

Além disto, foram mensurados o AIC e o erro quadrático médio (EQM) das quatro predições iniciais dos modelos, detalhados na tabela abaixo. Visto os resultados tabelados (Tabela 3, abaixo), conclui-se que os modelos sem sazonalidade, para o IVV do estrato Boa Viagem, apresentaram melhor desempenho preditivo.

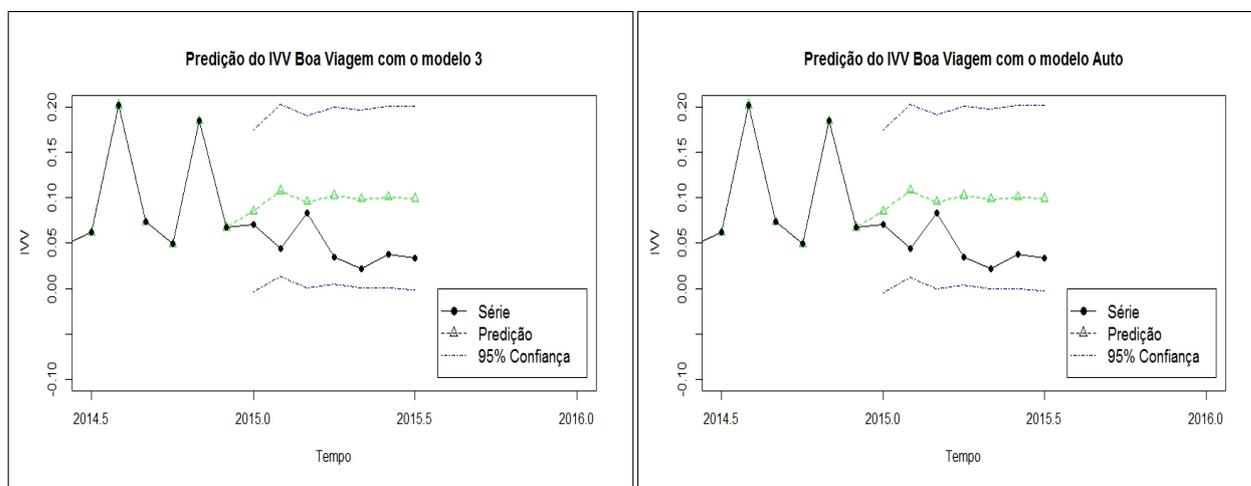
Os modelos 3(três) e Auto, que são modelos não-sazonais, apresentaram melhor AIC e menor erro quadrático médio nas quatro predições iniciais.

Tabela 3 – Tabela dos modelos estimados para o IVV de Boa Viagem

Modelo	$(p, d, q) \times (P, D, Q)$	Sazonalidade	AIC	EQM
Modelo 1	$(1, 1, 2) \times (3, 0, 2)$	[2,4,18; 3,19]	-582,3534	0,0493924
Modelo 2	$(1, 1, 2) \times (2, 0, 2)$	[2,4; 3,19]	-584,1841	0,0488539
Modelo 3	$(2, 1, 2) \times (0, 0, 0)$	-	-589,1544	0,0475604
Modelo 4	$(2, 1, 2) \times (2, 0, 2)$	[4,18; 3,19]	-582,1615	0,0495992
Modelo 5	$(2, 1, 2) \times (1, 0, 1)$	[3; 19]	-587,5616	0,0512172
Modelo Auto	$(1, 1, 2) \times (0, 0, 0)$	-	-591,1538	0,0475464

Como passo seguinte, foi feita uma análise residual, realizando-se o teste de Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) sob os resíduos dos modelos. Os resultados dos testes conduzem a não rejeição da hipótese (resíduos são independentes e identicamente distribuídos) a 5% de significância, isso ocorre para todos os modelos estimados.

A seguir estão os gráficos contendo a predição dos modelos 3(três) e Auto junto ao valores reais da série no período:



(a) Modelo três

(b) Modelo Auto

Figura 3 – Predição dos modelos três e Auto junto a série original

Nota-se uma diferença irrisória no comportamento dos modelos e também em suas divergências em relação aos valores reais da série. Vale salientar que o modelo Auto possui um parâmetro a menos a ser estimado, sendo mais parcimonioso que o modelo 3, obtendo assim a preferência na escolha pelo modelo Auto.

Tabela 4 – Tabela com valores reais e estimados do IVV de Boa Viagem pelo Modelo Auto

Data	Valor real	Valor predito	Distância absoluta
Janeiro 2015	0,07097681	0,02034931	0,08486254
Fevereiro 2015	0,04417089	0,06906087	0,10794873
Março 2015	0,08289375	0,01552483	0,09526018
Abril 2015	0,03419516	0,06583276	0,10223401
Mai 2015	0,02183039	0,08306085	0,09840108
Junho 2015	0,03733766	0,06763459	0,10050772
Julho 2015	0,03330412	0,06714798	0,09934988

A tabela 4, acima, mostra a disposição dos pontos na série, como visto na figura 3. É notável o grande desvio dos pontos, um indício do comportamento da série divergente das modelagens.

Apesar de não obter-se uma predição satisfatória, tem-se que o modelo Auto foi o escolhido dentre os modelos avaliados para predizer a série de IVV de Boa Viagem.

4.3 Modelagem do IVV da Zona norte

De modo semelhante à modelagem executada na secção 3.2, foi realizada a modelagem do IVV da Zona norte. Inicialmente, a série contendo o IVV da Zona norte de janeiro de 2000 à julho de 2015 foi importada. Após, transformada em série temporal com auxílio da função $ts()$ e separados os pontos de janeiro a julho de 2015. Foram utilizados apenas os pontos anteriores a esse período na janela de treinamento do modelo.

Os gráficos da série original, juntamente com os de autocorrelação e autocorrelação parcial são mostrados na Figura 4.

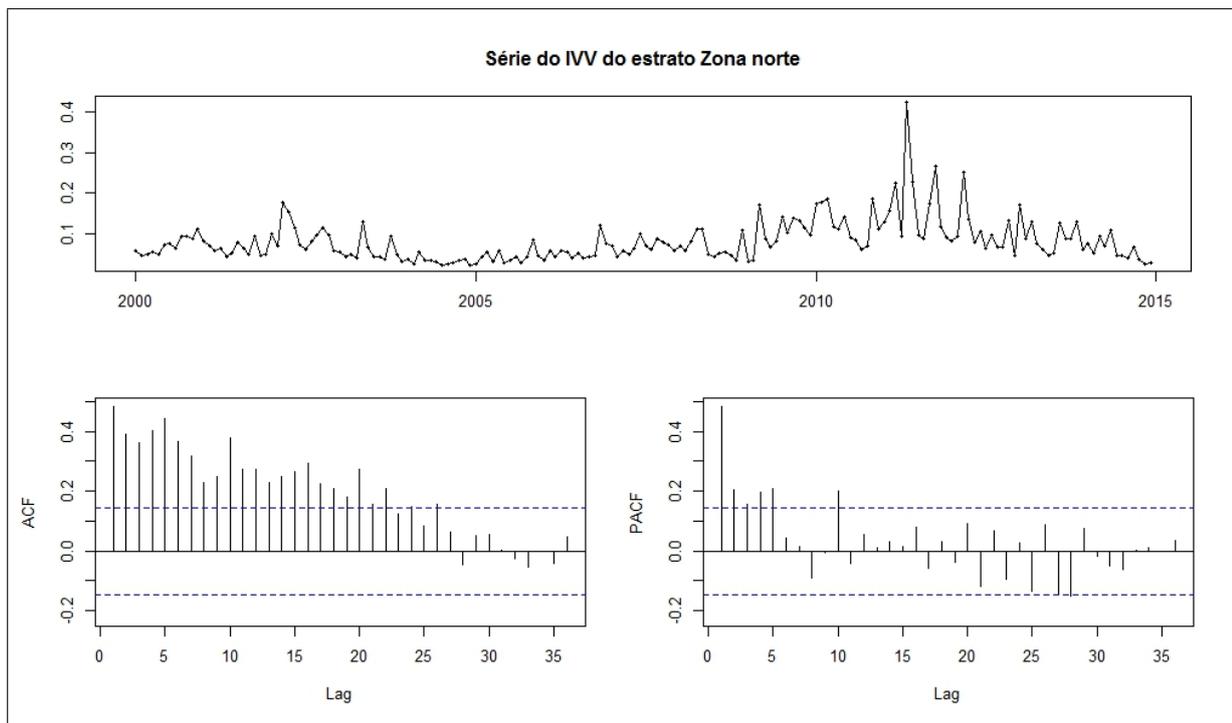


Figura 4 – Série original do IVV do estrato Zona norte e sua função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, respectivamente

Observando os gráficos da Figura 4, percebe-se a necessidade da aplicação de um teste para verificar a hipótese de não existência de raízes unitárias não-sazonais e, complementarmente, raízes unitárias sazonais. Os testes utilizados foram os mesmos da modelagem da seção 3.2, o teste Dickey-Fuller aumentado para raízes não-sazonais e o teste Osbourn-Chui-Smith-Birchenhall para raízes sazonais. Como resultado, apenas o teste Dickey-Fuller aumentado sugeriu uma diferenciação (não sazonal).

Diferenciando a série apenas uma vez, encontra-se a mesma quebra de paradigma como encontrada na análise anterior porém foi iniciada a escolha dos modelos de acordo com os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial da série diferenciada, mostrados na Figura 5, abaixo. Escolhidos os modelos, seus coeficientes foram estimados pela função *arima()*. Excepcionalmente, escolheu-se e estimou-se também um modelo, nomeado "Modelo Auto", através da função *auto.arima()*.

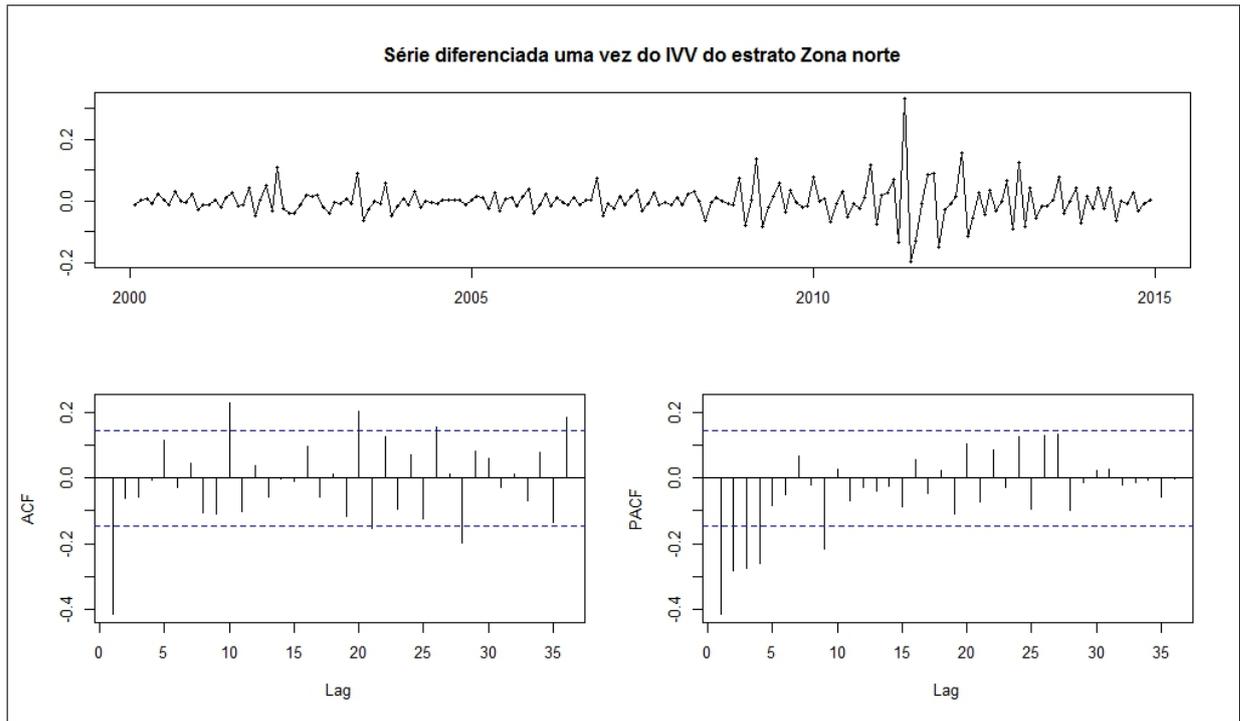


Figura 5 – Série diferenciada do IVV do estrato Zona norte e sua função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, respectivamente

A Tabela 5 a seguir contém os resultados dos modelos ajustados. Na Tabela, são podem ser vistas as medidas do AIC e os erros quadráticos médios(EQM) considerando os quatro primeiros pontos utilizados na janela de predição.

Tabela 5 – Tabela dos modelos estimados para o IVV da Zona norte

Modelo	$(p, d, q) \times (P, D, Q)$	Sazonalidade	AIC	EQM
Modelo 1	$(4, 1, 1) \times (0, 0, 2)$	[10,20]	-614,5330	0,01155843
Modelo 2	$(4, 1, 1) \times (2, 0, 0)$	[10,20]	-614,6570	0,01288647
Modelo 3	$(4, 1, 1) \times (2, 0, 1)$	[10,20; 9]	-612,6576	0,01292506
Modelo 4	$(4, 1, 1) \times (0, 0, 0)$	-	-611,2149	0,01460781
Modelo 5	$(4, 1, 1) \times (1, 0, 2)$	[9; 10,20]	-607,7887	0,01272338
Modelo Auto	$(0, 1, 1) \times (0, 0, 0)$	-	-615,3971	0,01571401

Observando a Tabela 5, chama-se atenção para os modelos 1, 2 e o 'modelo auto'. Estes modelos apresentaram os menores AICs, destaque para o modelo auto, porém os modelos 1 e 2 possuíam significativo EQM inferior.

Aplicando-se o teste de Ljung-Box sob os resíduos dos modelos, a um número de defasagens tomadas de 20(vinte) lags, a hipótese nula em teste não é rejeitada a 5% de significância em nenhum dos modelos. Porém, em um análise mais restritiva do mesmo teste, tomando o número de defasagens de 10(dez) não rejeita-se a hipótese nula apenas nos modelos 1, 2 e 4.

Por fim, foram comparados os modelos 1 e 2 graficamente, tendo observado o comportamento de suas previsões junto aos dados reais retirados da série. Os gráficos são mostrados na Figura 6 a seguir:

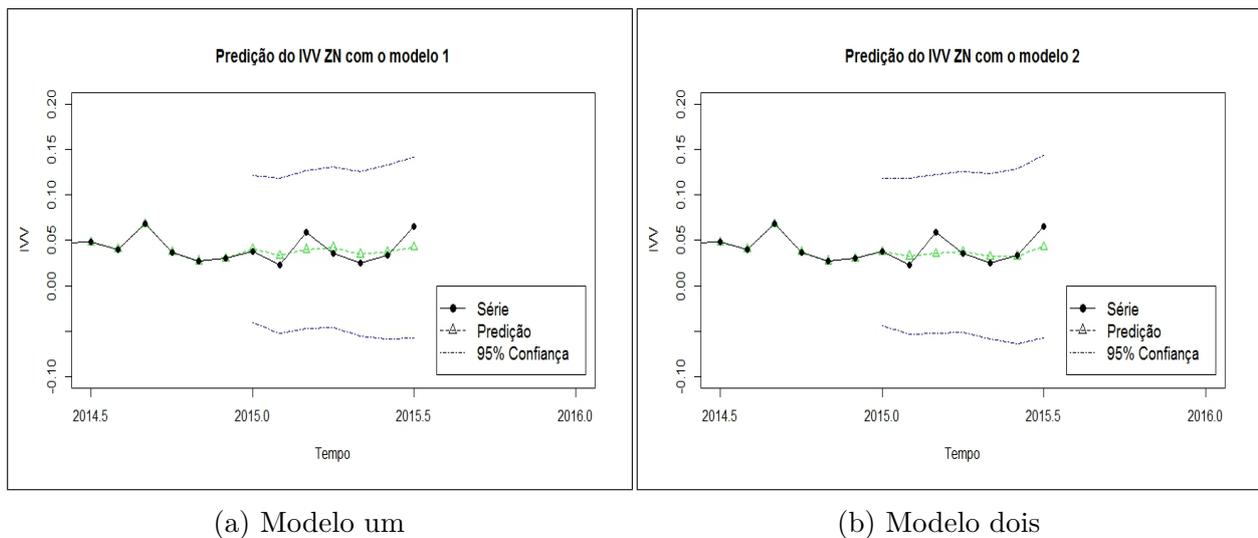


Figura 6 – Predição dos modelos 1 e 2 junto a série original

Nota-se bastante semelhança entre os resultados, porém uma maior oscilação nas previsões do modelo 1, sugerindo um bom ajuste para este modelo.

Porém, observando o ‘modelo auto’, tem-se uma situação completamente diferente dos modelos anteriores. Uma vez que este modelo não possui sazonalidade, se resumindo a um $ARIMA(0,1,1)$, com sua esperança tendendo à primeira predição da série. Graficamente este modelo não sugere os comportamentos similares anteriores na série. Vide a Figura 7.

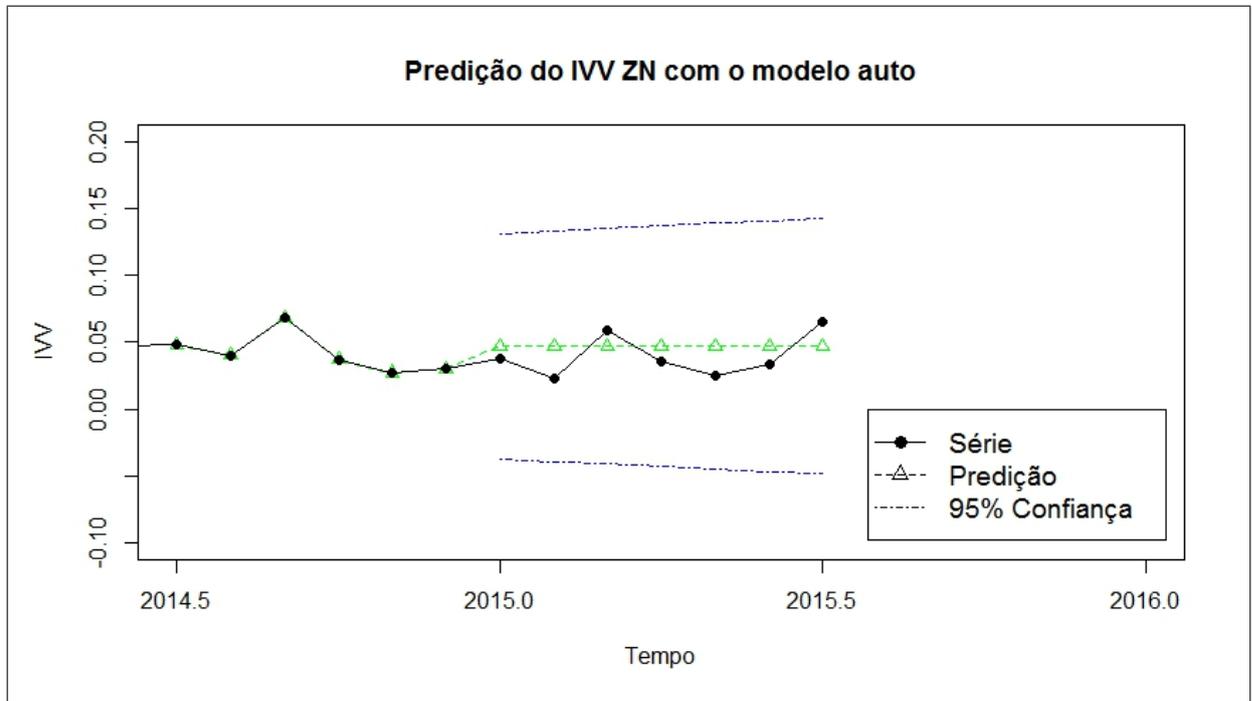


Figura 7 – Predição com modelo auto junto a série do IVV da Zona norte

Após a análise gráfica dos modelos que apresentaram melhor AIC e erro quadrático médio, conclui-se o modelo 1 como escolha deste trabalho para um modelo da série do IVV da Zona norte. Uma discriminação dos pontos desse modelo em relação ao valor real da série no período em que foi feita a predição segue-se na tabela 6

Tabela 6 – Tabela com valores reais e estimados do IVV da Zona norte pelo Modelo 1

Data	Valor real	Valor predito	Distância absoluta
Janeiro 2015	0,03725782	0,04040286	0,003145034
Fevereiro 2015	0,02240000	0,03320200	0,010802003
Março 2015	0,05895439	0,04000000	0,018954391
Abril 2015	0,03519418	0,04216162	0,006967450
Mai 2015	0,02506596	0,03480141	0,009735451
Junho 2015	0,03302510	0,03730714	0,004282045
Julho 2015	0,06518283	0,04231159	0,022871239

4.4 Modelagem do IVV da Região Metropolitana do Recife

Antes de dar prosseguindo da modelagem do IVV da Região Metropolitana, vale salientar que este IVV segue a definição apresentada na equação (3.1), onde é definido o que compõe o IVV. Esta ressalva é feita em função dos atuais índices do IVV para a Região Metropolitana do Recife possuírem pesos de acordo com os IVV dos bairros, e, por conta disto, o IVV apresentado aqui como da Região Metropolitana do Recife pode divergir substancialmente daqueles apresentados nos estudos do FIEPE. Porém, é notável que este índice compartilha em comum aos emitidos pelo FIEPE a mesma base de dados apresentada.

Ademais, prosseguindo com a modelagem, importa-se a série contendo o IVV da Região Metropolitana do Recife de janeiro de 2000 à julho de 2015. Transforma-se a série com auxílio da função $ts()$ e separam-se os pontos correspondente a janeiro de 2015 à julho de 2015, que serão utilizado na predição a posteriori.

Analisando o gráfico da série original do IVV da Região Metropolitana do Recife, juntamente com o gráfico de autocorrelação e autocorrelação parcial, temos:

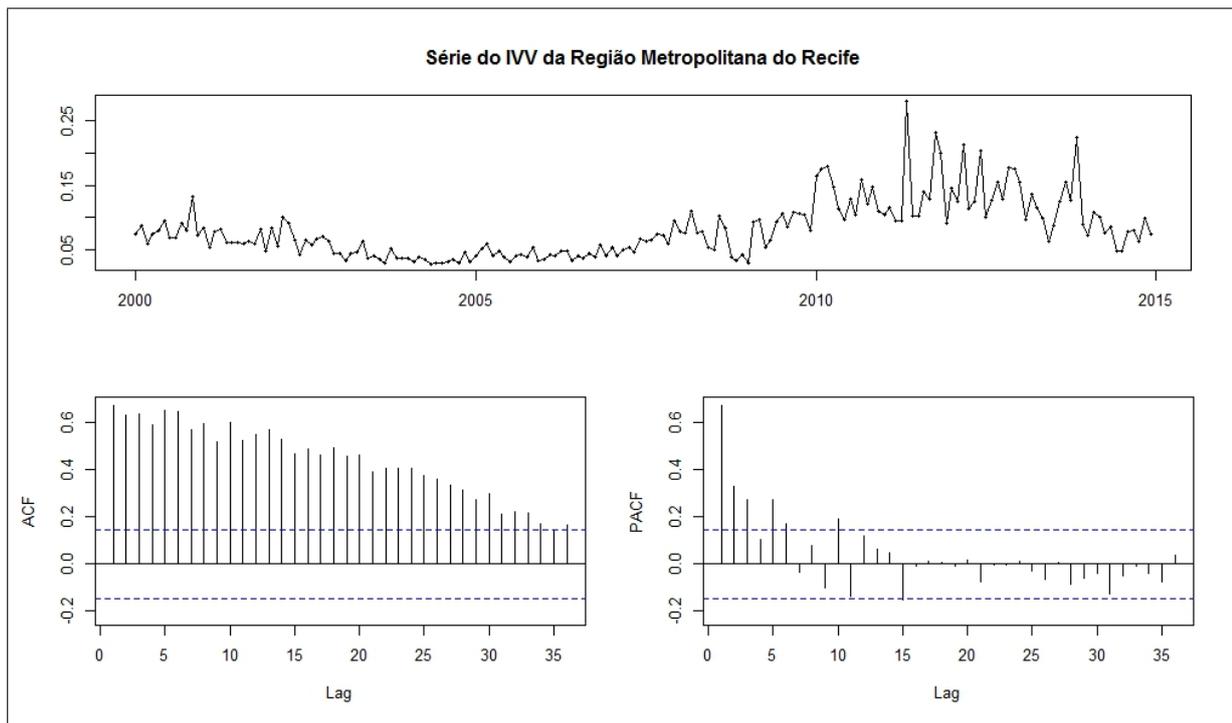


Figura 8 – Série original do IVV da Região Metropolitana do Recife e sua função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, respectivamente

Graficamente, observando a Figura 8, o comportamento da série não sugere estacionariedade. Aplicando-lhe um teste Dickey-Fuller aumentado para testar a não existência de raízes unitárias e, complementarmente, um teste Osbourn-Chui-Smith-Birchenhall para testar a não existência de raízes unitárias sazonais, resultou-se que o teste Dickey-Fuller

rejeitou a não existência de raízes unitárias e sugeriu uma diferenciação apenas para a série do IVV da Região Metropolitana do Recife.

Diferenciando-se apenas uma vez a série, temos o gráfico da série diferenciada (Figura 9), juntamente com o gráfico de autocorrelação e autocorrelação parcial.

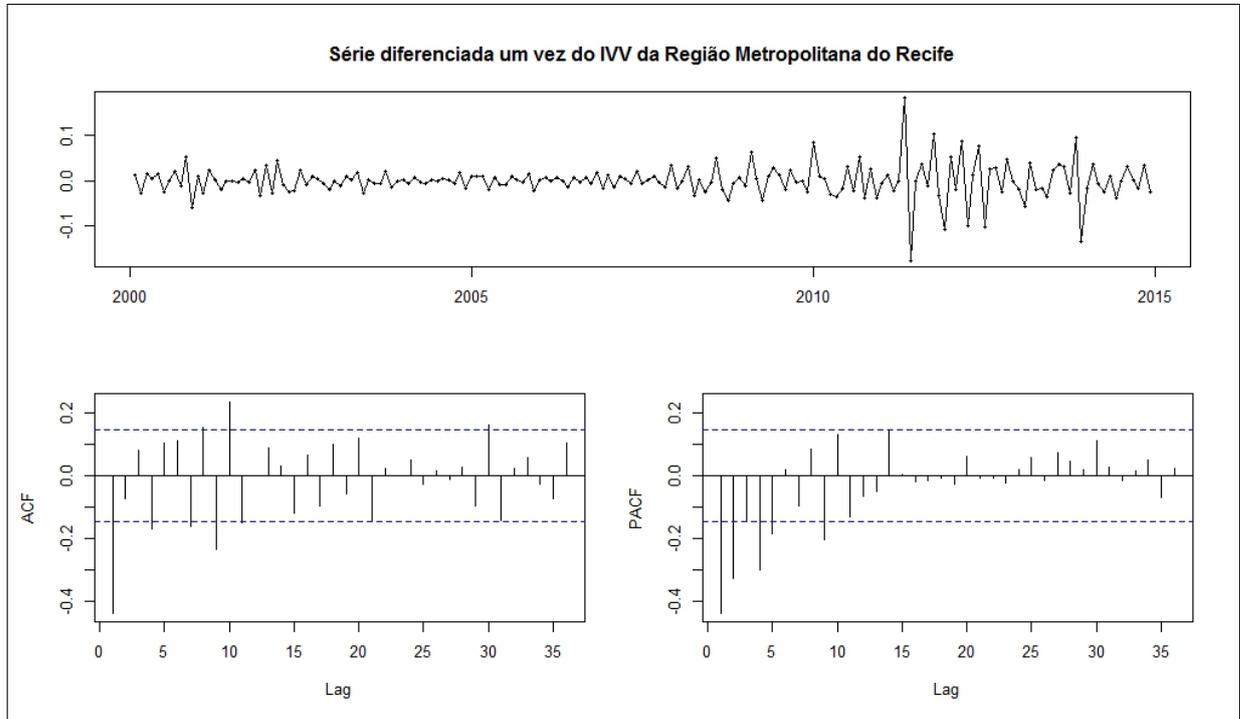


Figura 9 – Série diferenciada uma vez do IVV da Região Metropolitana do Recife e sua função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, respectivamente

Observando a Figura 9, foi iniciada a escolha dos modelos associados às funções de autocorrelação e autocorrelação parcial da série diferenciada uma vez. A escolha foi feita a partir da análise gráfica de tais funções. Excepcionalmente, escolheu-se um modelo com auxílio da função *auto.arima()*, nomeado de ‘Modelo Auto’, de modo similar ao ocorrido na seção 3.2 e 3.3.

A Tabela 7 abaixo contém os modelos, os resultados do AIC e o erro quadrático médio (EQM) dos quatro pontos iniciais da predição.

Tabela 7 – Tabela dos modelos estimados para o IVV da Região Metropolitana do Recife

Modelo	$(p, d, q) \times (P, D, Q)$	Sazonalidade	AIC	EQM
Modelo 1	$(2, 1, 1) \times (2, 0, 2)$	[4,8; 5,10]	-746,2337	0,02003324
Modelo 2	$(2, 1, 1) \times (2, 0, 4)$	[4,8; 4,5,9,10]	-741,5656	0,02087437
Modelo 3	$(2, 1, 1) \times (0, 0, 4)$	[4,8,12,16]	-741,9486	0,02489938
Modelo 4	$(2, 1, 1) \times (4, 0, 4)$	[4,7,8,9; 4,5,9,10]	-743,2516	0,01609118
Modelo 5	$(3, 1, 1) \times (2, 0, 2)$	[4,8; 5,10]	-745,1956	0,01993715
Modelo Auto	$(0, 1, 1) \times (0, 0, 0)$	-	-749,3736	0,02906253

Através da Tabela 7, é possível notar que os modelos 'auto', 1, 5, 4, apresentam menor AIC, nesta ordem; porém, é possível notar que ao mesmo tempo que o AIC reduz nesses modelos, seu erro quadrático médio aumenta.

Analisando-se os resíduos, aplica-se um teste de Ljung-Box a um número de defasagens de 20, rejeitando-se a hipótese nula (resíduos i.i.d) para os modelos 2, 3, 4. Coincidentemente os modelos com maior grau nas médias-móveis sazonais.

Da mesma forma como encontrado na seção 3.3, o "modelo auto", por ser um ARIMA(0,1,1) possui sua esperança tendendo à primeira predição da série. O modelo se comporta de forma muito semelhante ao encontrado na seção 3.3, com o comportamento constante que não parece representar a série historicamente.

Sendo assim, excluído o "modelo auto", resta os modelos 1 e 5 como principais candidatos dessa análise para a série do IVV da Região Metropolitana do Recife. Graficamente temos, como predição do modelo 1 (Figuras 10 e 11).

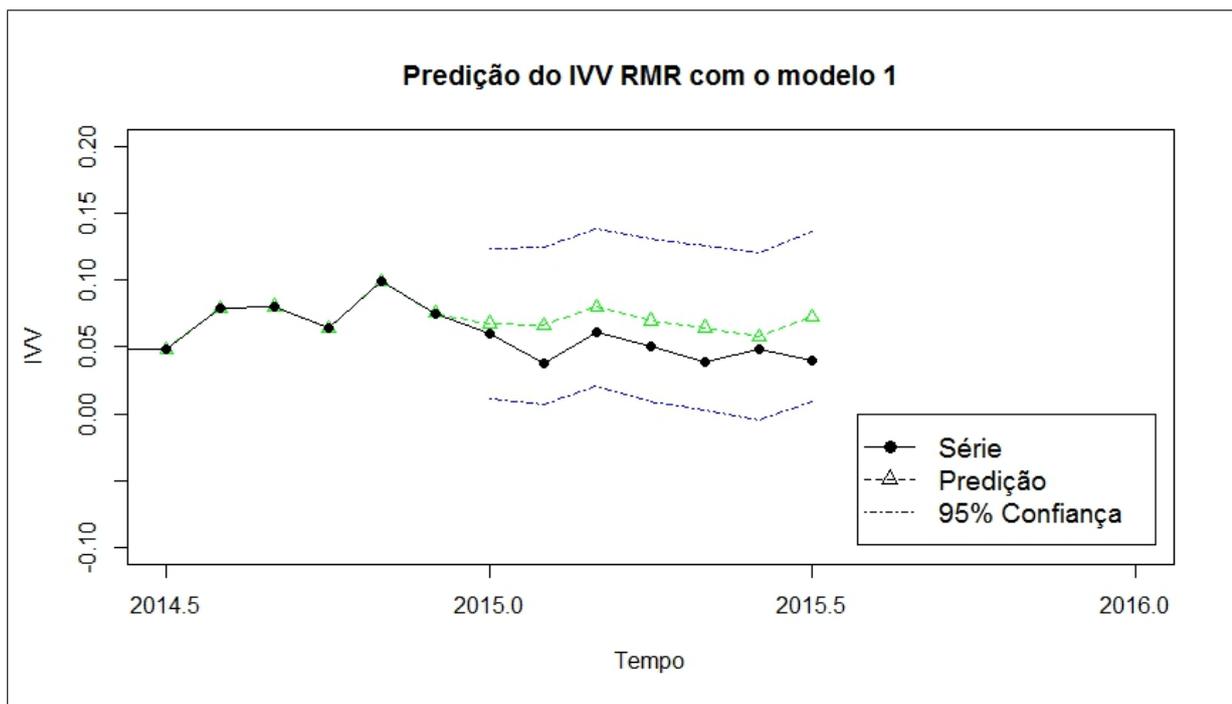


Figura 10 – Predição com modelo 1 junto a série do IVV da Região Metropolitana do Recife

Na figura 10, logo acima, tem-se um comportamento aceitável, que resultou principalmente na melhor predição um passo a frente.

Agora, observando o gráfico da predição usando o modelo 5, temos uma situação semelhante, o qual pode ser evidenciado logo abaixo, na figura 11.

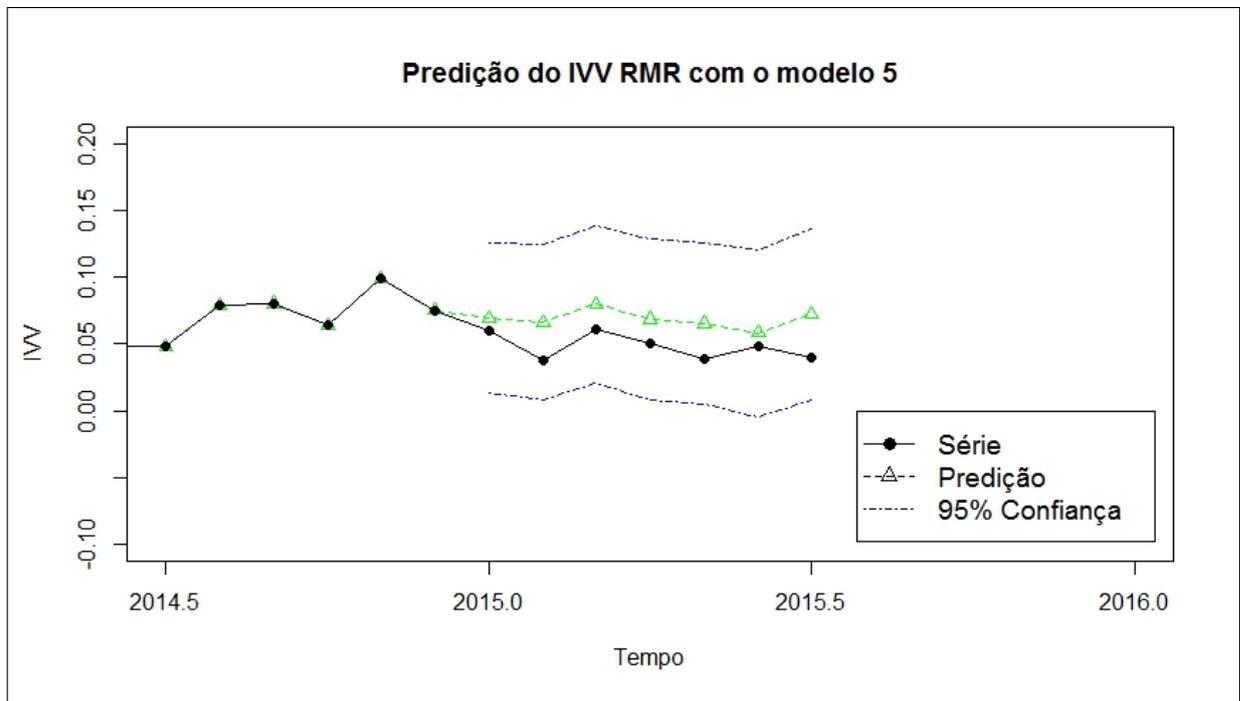


Figura 11 – Predição com modelo 5 junto a série do IVV da Região Metropolitana do Recife

Concluí-se que ambos os modelos possuem ajustes razoáveis, sendo muito subjetivo neste ponto escolher entre um deles. Por um critério de melhor estimativa um passo a frente, o modelo 1 foi superior ao modelo 5 neste ponto.

Por fim, para melhor ilustrar o gráfico sobre o modelo 1 exposto na figura 10, segue-se, na tabela 8, os valores reais e preditos na série do IVV da Região Metropolitana do Recife.

Tabela 8 – Tabela com valores reais e estimados do IVV da RMR pelo Modelo 1

Data	Valor real	Valor predito	Distância absoluta
Janeiro 2015	0,06016986	0,06761686	0,007447002
Fevereiro 2015	0,03729839	0,06612445	0,028826060
Março 2015	0,06110283	0,07954324	0,018440410
Abril 2015	0,05026493	0,06972964	0,019464715
Mai 2015	0,03926363	0,06421528	0,024951655
Junho 2015	0,04850152	0,05766503	0,009163509
Julho 2015	0,03990102	0,07244042	0,032539398

5 Conclusão

No presente trabalho foram apresentados alguns ensaios de modelagem para uma série temporal utilizando os princípios básicos da abordagem de Box-Jenkins. Em particular, as ferramentas sugeridas na literatura foram praticadas sob o Índice de Velocidade de Vendas(IVV-FIEPE) a fim de validar uma potencial previsão deste índice do mercado imobiliário da Região Metropolitana do Recife utilizando-se um modelo ARIMA sazonal generalizado com auxílio do sistema estatístico R.

Durante a análise, existe uma crítica quanto a função *nsdiffs()*, utilizando no teste Osbourn-Chui-Smith-Birchenhall, não testado para os demais testes alternativos com mesma finalidade, uma vez que se limita a detectar sazonalidades apenas em números que dividem a frequência da série. Notadamente, se existe uma raiz sazonal na série diferente de 2, 3, 4, 6, 12, não seriam captadas pelo teste.

Além disto, foi notável nos gráficos de todas as séries uma quebra de paradigma meados de 2008 em diante, qual foram aplicadas breves tentativas de alguns modelos SARIMAX(Seasonal ARIMA exogenous, ou, em português, ARIMA Sazonal com sinal exógeno) e transformação logarítmica na base Euler, sem sucesso. Talvez outras transformações e o uso de um modelo SARIMAX em uma investigação mais profunda com auxílio e revisão de testes de quebra estrutural resultem em melhores previsões. Até mesmo uma análise da heterocedasticidade fazendo uso de um modelo GARCH seja frutífera, bem como testes de sensibilidade aos modelos da série. Sendo estas alternâncias de abordagens sugestões para trabalhos futuros.

Ademais, o trabalho atingiu seu propósito fazendo uso das ferramentas propostas na metodologia. Vale salientar que a motivação deste trabalho se deu em virtude do que o IVV-FIEPE representa no mercado imobiliário da Região Metropolitana do Recife.

Referências

- BOX, G. E.; JENKINS, G. M. *Time Series Analysis Forecasting and Control*. [S.l.], 1970. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 21.
- CHAMBERS, J. C.; MULLICK, S. K.; SMITH, D. D. How to choose right forecasting technique. *Harvard business review*, HARVARD BUSINESS SCHOOL PUBLISHING CORPORATION 60 HARVARD WAY, BOSTON, MA 02163, v. 49, n. 4, p. 45, 1971. Citado na página 18.
- COOPER, R. L. The predictive performance of quarterly econometric models of the united states. In: *Econometric Models of Cyclical Behavior, Volumes 1 and 2*. [S.l.]: NBER, 1972. p. 813–947. Citado na página 18.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, Taylor & Francis, v. 74, n. 366a, p. 427–431, 1979. Citado na página 27.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 1057–1072, 1981. Citado na página 27.
- DIKS, C.; WANG, J. Can a stochastic cusp catastrophe model explain housing market crashes? *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 69, p. 68–88, 2016. Citado na página 19.
- ENDERS, W. *Applied econometric time series*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. Citado na página 23.
- HYNDMAN, R. J. et al. forecast: Forecasting functions for time series and linear models. *R package version*, v. 5, 2014. Citado na página 26.
- HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. et al. *Automatic time series for forecasting: the forecast package for R*. [S.l.], 2007. Citado na página 26.
- KENNY, G. Modelling the demand and supply sides of the housing market: evidence from ireland. *Economic Modelling*, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 389–409, 1999. Citado na página 19.
- KIRBY, R. M. A comparison of short and medium range statistical forecasting methods. *Management Science*, INFORMS, v. 13, n. 4, p. B–202, 1966. Citado na página 18.
- LEUTHOLD, R. et al. Forecasting daily hog prices and quantities: A study of alternative forecasting techniques. *Journal of the American Statistical Association*, Taylor & Francis Group, v. 65, n. 329, p. 90–107, 1970. Citado na página 18.
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, Biometrika Trust, v. 65, n. 2, p. 297–303, 1978. Citado na página 28.
- MILLER, N. G.; SKLARZ, M. A. A note on leading indicators of housing market price trends. *Journal of Real Estate Research*, American Real Estate Society, v. 1, n. 1, p. 99–109, 1986. Citado na página 18.

- NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, JSTOR, p. 131–165, 1974. Citado na página 18.
- OSBOURN, D. R. et al. Seasonality and the order of integration for consumption. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Wiley Online Library, v. 50, n. 4, p. 361–377, 1988. Citado na página 28.
- PAGOURTZI, E. et al. Real estate appraisal: a review of valuation methods. *Journal of Property Investment & Finance*, MCB UP Ltd, v. 21, n. 4, p. 383–401, 2003. Citado na página 19.
- PEÑA, D.; TIAO, G. C.; TSAY, R. S. *A course in time series analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 322. Citado na página 23.
- Prefeitura Municipal do Recife. *Informações sobre a área espacial da cidade do Recife, incluindo dados sobre divisões do espaço físico da cidade como bairros, RPAs (Regiões Político Administrativas) e microrregiões*. Recife, Pernambuco - Brasil, 2010. Disponível em: <<http://dados.recife.pe.gov.br/dataset/area-urbana>>. Citado na página 25.
- R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2016. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Citado na página 26.
- REID, D. J. *A comparative study of time series prediction techniques on economic data*. [S.l.]: University of Nottingham, Library Photographic Unit, 1969. Citado na página 18.
- SKLARZ, M. A.; MILLER, N. G.; GERSCH, W. Forecasting using long-order autoregressive processes: An example using housing starts. *Real Estate Economics*, Wiley Online Library, v. 15, n. 4, p. 374–388, 1987. Citado na página 19.
- SLUTZKY, E. The summation of random causes as the source of cyclic processes. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 105–146, 1937. Citado na página 21.
- SPIERDIJK, L. Confidence intervals for arma–garch value-at-risk: The case of heavy tails and skewness. *Computational Statistics & Data Analysis*, Elsevier, 2014. Citado na página 17.
- TSE, R. Y. An application of the arima model to real-estate prices in hong kong. *Journal of Property Finance*, MCB UP Ltd, v. 8, n. 2, p. 152–163, 1997. Citado na página 19.
- Unidade de Economia, Estudos e Pesquisas da FIEPE. *Índice de Velocidade de Vendas - IVV*. Recife, Pernambuco - Brasil, 2015. Disponível em: <<http://www1.fiepe.org.br>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 23.
- VALIPOUR, M.; BANIHABIB, M. E.; BEHBAHANI, S. M. R. Comparison of the arma, arima, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of dez dam reservoir. *Journal of hydrology*, Elsevier, v. 476, p. 433–441, 2013. Citado na página 18.
- WIENER, N. *Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series*. [S.l.]: MIT press Cambridge, 1949. v. 2. Citado na página 17.

WINTERS, P. R. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science*, INFORMS, v. 6, n. 3, p. 324–342, 1960. Citado na página [17](#).

YULE, G. U. On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to wolfer's sunspot numbers. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, JSTOR, v. 226, p. 267–298, 1927. Citado na página [21](#).